

---

# Approche meso-macro pour la simulation de la mise en forme des composites à renforts tissés

**Philippe Boisse\*** — **Jean Luc Daniel\*\*** — **Benjamin Hagege\*\***  
**Damien Soulat\*\***

\* *Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Solides  
LaMCoS, UMR CNRS 5514, INSA de Lyon, F-69621 Villeurbanne cedex*

\*\* *Laboratoire de Mécanique des Systèmes et des Procédés  
LMSP, UMR CNRS 8106 ENSAM-Polytech'Orléans, F-45072 Orléans cedex 2  
Philippe.Boisse@insa-lyon.fr*

---

*RÉSUMÉ. Une simulation éléments finis de la mise en forme des renforts tissés de composites (échelle macroscopique) est présentée. Les éléments finis sont composés de mailles tissées et sont basés sur une forme simplifiée du travail virtuel des efforts intérieurs prenant en compte les tensions biaxiales et le cisaillement plan. Les comportements de la maille (échelle mésoscopique) pour ces deux grandeurs sont obtenus, soit par des expériences, soit par des simulations à l'échelle mésoscopique. Celles-ci sont spécifiques à l'analyse des milieux fibreux. On présente en particulier une loi de comportement hypoélastique basée sur une dérivée objective utilisant la rotation de la fibre. La mise en forme sur une hémisphère d'un renfort tissé dont les fils de chaîne et de trame ont une rigidité très différente est simulée et comparée avec des résultats expérimentaux. On montre que la description des plissements et des déformées lorsque l'angle de blocage est dépassé nécessite la prise en compte du cisaillement.*

*ABSTRACT. A finite element made of woven unit cells under biaxial tension and in-plane shear is proposed for the simulation of fabric forming (macroscopic scale). The simulation is based on a simplified form of the virtual internal work accounting for tension and in-plane shear strain energy. The biaxial tensile properties and the in-plane shear properties (mesoscopic scale) can be determined by experiments or by mesoscopic 3D finite element analyses of the woven unit cell. These analyses are specific to woven materials. Especially, an hypoelastic law is presented using an objective derivative based on the fibre rotation. The results obtained by the simulations of the forming of a very unbalanced fabric on a hemispherical shape are compared to experiments. It is shown that the computation of wrinkles and of the deformed states when the locking angle is exceeded needs to take the in-plane shear stiffness into account.*

*MOTS-CLÉS: renforts tissés, composites, mise en forme, éléments finis, meso-macro.*

*KEYWORDS: fabrics/textiles, composites, forming, finite element, meso-macro.*

---

## 1. Introduction

Le comportement mécanique des renforts tissés utilisés dans les composites est fortement influencé par le tissage des mèches chaîne et trame. La mèche ou fil (quelques millimètres de largeur) est un ensemble de fibres juxtaposées (quelques microns de diamètre). Par entrelacement les mèches des directions trame et chaîne constituent le tissu. Les rigidités prépondérantes du tissé sont celles de tension. Le comportement en tension est non linéaire compte tenu des liaisons et des ondulations entre les deux réseaux qui conduisent à des non-linéarités géométriques locales (Kawabata *et al.*, 1973). Ce comportement en tension est analysé par des simulations 3D de traction biaxiale de la maille élémentaire. On montre en particulier que pour ces analyses, les dérivées objectives classiques (Jaumann, Green Naghdi ; Dafalias, 1983) doivent être remplacées dans les modèles hypoélastiques par des dérivées objectives construites sur la rotation des fibres (Hagege, 2004).

La rigidité de cisaillement dans le plan des renforts tissés est faible jusqu'à un angle limite. On montre par des mesures optiques à l'échelle mésoscopique lors d'un essai par cadre déformable que ceci correspond à une phase de rotation de corps rigide de chaque mèche. Une deuxième phase, correspondant à un blocage et un écrasement latéral des mèches, conduit à des rigidités beaucoup plus fortes.

Des éléments finis spécifiques composés de mailles tissées et intégrant ces comportements à l'échelle mésoscopique sont présentés. On montre sur un exemple de simulation d'emboutissage d'un renfort tissé utilisé dans l'industrie automobile que la prise en compte du cisaillement est importante si l'on dépasse l'angle limite de cisaillement. Elle permet de décrire les plissements qui apparaissent alors. Les simulations sont comparées à un résultat expérimental dans le cas d'un emboutissage hémisphérique non symétrique, c'est-à-dire où les déformées dans les directions chaîne et trame sont différentes.

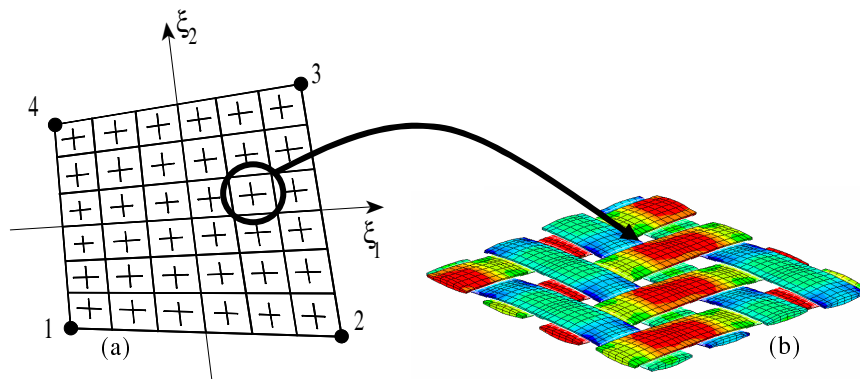
## 2. Forme simplifiée du travail des efforts intérieurs pour les structures tissées

Les renforts tissés considérés dans cette étude sont ceux classiquement utilisés dans les composites. Les fils sont constitués de milliers de fibres de verre, carbone ou aramide. Les fils de trame et de chaîne sont liés par les tissages classiques : taffetas, satin, sergé. Le comportement mécanique qui en résulte est très spécifique compte tenu du tissage et des possibles mouvements relatifs des fils et des fibres.

Pour simuler les déformations et en particulier la mise en forme de ces renforts tissés, différentes approches sont possibles. Le tissé peut être considéré comme un milieu continu anisotrope et le modèle macroscopique doit traduire les spécificités liées à la structure interne (Rogers, 1989 ; Spencer, 2000 ; Xue *et al.*, 2003). Si ces approches permettent une implémentation directe dans les codes éléments finis classiques, l'actualisation des caractéristiques au cours de la déformation est difficile et certains aspects ne sont en général pas intégrés (interactions, blocage...). A

l'opposé d'autres approches sont basées sur une discrétisation complète de la structure interne du tissé (Ben Boubaker *et al.*, 2002 ; 2005 ; Durville, 2002). Le renfort tissé est composé de fils en interaction modélisés par des masses et ressorts (ou des barres ou poutres). Compte tenu du grand nombre de motifs élémentaires dans la structure tissée, l'effort numérique pour la structure complète est très important et contraint à se restreindre à des modèles locaux très simplifiés.

La méthode présentée dans le présent article associe une discrétisation éléments finis à une analyse mésoscopique de la maille élémentaire tissée (figure 1). Le comportement mécanique de la maille élémentaire (échelle mésoscopique) est déterminé à la fois par des analyses numériques et expérimentales.



**Figure 1.** *Elément fini composé de mailles tissées (a). Chaque croix représente une maille élémentaire telle que montrée en (b) dans le cas d'un sergé 2x2 en tension biaxiale (b)*

Compte tenu des mouvements relatifs possibles entre les mèches et les fibres, toutes les rigidités d'un renfort tissé sont faibles par rapport à celles de tension dans la direction des mèches. Une approche efficace doit prendre en compte cette spécificité et être aussi simple que possible. Elle doit traduire les aspects principaux du comportement mécanique des renforts tissés. En particulier :

- le comportement non linéaire dû aux ondulations des mèches,
- le verrouillage en cisaillement et les comportements différents avant et après le verrouillage.

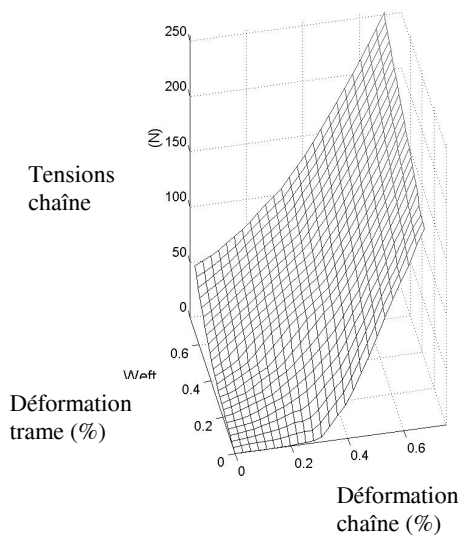
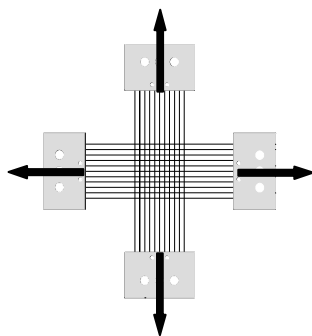
Dans l'approche proposée, on considère une forme simplifiée du travail virtuel des efforts intérieurs sur une maille élémentaire tissée :

$$W_{\text{int}}^{\text{cell}}(\underline{\eta}) = \varepsilon_{11}(\underline{\eta})T^{11}L_1 + \varepsilon_{22}(\underline{\eta})T^{22}L_2 + \gamma(\underline{\eta})C \quad [1]$$

$\underline{\eta}$  is the virtual displacement,  $L_1, L_2$  sont les longueurs dans les directions chaîne et trame de la maille.  $C$  est le couple créé par le cisaillement  $\gamma$  dans le plan sur la maille.  $T^{11}$  et  $T^{22}$  sont les tensions dans les directions des mèches chaîne et trame. Les autres rigidités sont négligées en particulier celles de flexion. Cette forme demande la connaissance des tensions en fonction des déformations axiales  $T^{11}(\epsilon_{11}, \epsilon_{22})$  et  $T^{22}(\epsilon_{11}, \epsilon_{22})$ . Il a été montré expérimentalement que ces tensions sont peu dépendantes de l'angle de cisaillement dans le plan  $\gamma$  (Buet *et al.*, 2001). Ces surfaces de tensions permettent de prendre en compte l'effet de l'embuvage et de l'entrelacement des mèches chaîne et trame. (La longueur d'une mèche est supérieure à celle du tissu compte des ondulations. L'embuvage est défini comme la différence de ces longueurs divisée par la longueur du tissu). On suppose que le couple  $C$  ne dépend que de  $\gamma$ . Il s'agit là d'une hypothèse par défaut, car certains travaux ont montré que les tensions influent sur la réponse en cisaillement (Dumont, 2003), (Lomov *et al.*, 2004). Néanmoins, seules des courbes  $C(\gamma)$  sont actuellement disponibles et c'est cette forme qui sera considérée pour prendre en compte le cisaillement dans le plan et différencier en particulier le comportement avant et après l'angle de blocage de cisaillement.  $T^{11}(\epsilon_{11}, \epsilon_{22})$ ,  $T^{22}(\epsilon_{11}, \epsilon_{22})$  et  $C(\gamma)$  peuvent être déterminés par différents moyens simples ou sophistiqués, expérimentaux ou numériques.

### 3. Analyse mésoscopique du comportement mécanique de la maille tissée

#### 3.1. Comportement en tension biaxiale



**Figure 2.** *Eprouvette en croix pour la traction biaxiale*

**Figure 3.** *Essais de traction biaxiale. Surface de tension*

Alors que le comportement en tension des mèches seules est généralement assez linéaire, les tests de tensions sur des renforts tissés montrent une forte non-linéarité de comportement suivie d'une zone linéaire (figure 3) (Buet *et al.*, 2001 ; Boisse *et al.*, 2001). Cette non-linéarité est liée au changement de géométrie à l'échelle de la maille. Le tissage amène une ondulation des mèches du tissu. Sous tension, la mèche tend à devenir droite, ce qui modifie l'ondulation dans la direction de la tension, mais également dans la direction transverse. Ce phénomène est amplifié par l'écrasement des mèches. C'est un phénomène biaxial compte tenu du tissage. En faisant varier le ratio de déformations chaîne et trame sur une éprouvette en croix (figure 2), on peut déterminer deux surfaces de tension  $T^{11}(\epsilon_{11}, \epsilon_{22})$  et  $T^{22}(\epsilon_{11}, \epsilon_{22})$ , (Hivet, 2002) qui se réduisent à une seule dans le cas d'un tissu équilibré (c'est-à-dire où les fils de chaîne et de trame sont identiques ou presque) (figure 3).

La détermination des surfaces de tension par des analyses éléments finis 3D est intéressante car elle évite des expériences difficiles et peut être réalisée sur des renforts tissés avant leur fabrication. Elle fournit aussi des grandeurs locales très difficiles à mesurer (figure 1b).

L'analyse éléments finis du comportement de la maille élémentaire n'est pas classique car chaque mèche est composée de quelques milliers de fibres et leur comportement est très différent de celui d'un milieu continu classique. La difficulté principale consiste à traduire ce comportement dans le cadre d'une discrétisation de la maille élémentaire avec des éléments finis 3D. Un point important consiste à suivre strictement la direction des fibres au cours de la transformation pour écrire le comportement anisotrope. Les approches hypoélastiques classiquement utilisées dans les logiciels industriels (tel que Abaqus) actualisent les directions d'orthotropie par la rotation propre (Green-Naghdi) ou la rotation du repère corotationnel (Jaumann). Ceci n'est pas satisfaisant pour un milieu fibreux. Une dérivée objective basée sur la rotation de la fibre a pour cela été construite et implémentée dans Abaqus (Hagege, 2004). Elle est présentée ci-dessous en section 3.2.

### **3.2. Modèle hypoélastique pour une mèche composée de fibres**

Il est fréquent dans les codes éléments finis classiques que la modélisation des comportements anisotropes en grandes transformations est hypoélastique (Gilormini *et al.*, 1993). La spécificité consiste ici dans l'utilisation de la rotation  $\underline{\underline{\Delta}}$  de la fibre au point considéré. Elle est utilisée à la fois pour définir la mesure de déformation du milieu fibreux et pour actualiser la direction d'anisotropie forte du milieu. Celle-ci doit suivre strictement la direction de la fibre ce qui n'est pas le cas dans la formulation corotationnelle de Jaumann (Dafalias, 1983), (Gilormini *et al.*, 1994) ou dans celle de Green Naghdi (Dienes, 1979), (Gilormini, 1994). Les rotations utilisées dans ces cas sont des moyennes des rotations de la matière au point

considéré. A partir de l'orientation initiale des axes d'orthotropie  $\underline{\underline{\kappa}}_i^0$  ( $i = 1, 2$  ou  $3$ ), la rotation  $\underline{\underline{\Lambda}}$  de la fibre est utilisée pour calculer les axes d'orthotropie actuels  $\underline{\underline{\kappa}}_i^t$  :

$$\underline{\underline{\kappa}}_i^t = \underline{\underline{\Lambda}} \cdot \underline{\underline{\kappa}}_i^0 \quad [2]$$

En supposant que la première direction est celle de la rigidité prépondérante des mèches, l'expression explicite des axes constitutifs  $\underline{\underline{\kappa}}_i^t$  en fonction des axes initiaux et du gradient de déformations  $\underline{\underline{F}}$  est (Crisfield, 1991) (Hagege *et al.*, 2005).

La direction forte d'orthotropie reste strictement alignée avec la direction de la fibre. Le tenseur de comportement actuel  $\underline{\underline{C}}$  est obtenu à partir du tenseur constitutif initial  $\underline{\underline{C}}^0$  :

$$\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{\Lambda}} : \underline{\underline{C}}^0 : \underline{\underline{\Lambda}}^T \quad \text{avec} \quad \underline{\underline{C}}^0 = {}^0C_{ijkl} \underline{\underline{\kappa}}_i^0 \otimes \underline{\underline{\kappa}}_j^0 \otimes \underline{\underline{\kappa}}_k^0 \otimes \underline{\underline{\kappa}}_l^0 \quad [3]$$

$\underline{\underline{\Lambda}}$  est le tenseur de rotation du quatrième ordre obtenu à partir de  $\underline{\underline{\Delta}}$ .

En conséquence  $\underline{\underline{C}}$  est donné par :

$$\underline{\underline{C}} = {}^0C_{ijkl} \underline{\underline{\kappa}}_i^t \otimes \underline{\underline{\kappa}}_j^t \otimes \underline{\underline{\kappa}}_k^t \otimes \underline{\underline{\kappa}}_l^t \quad [4]$$

et la loi de comportement hypoélastique est :

$$\underline{\underline{\sigma}}^v = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{D}} \quad \text{avec} \quad \underline{\underline{\sigma}}^v = \underline{\underline{\Lambda}} \cdot \frac{d}{dt} \left( \underline{\underline{\Delta}}^T \cdot \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{\Delta}} \right) \cdot \underline{\underline{\Lambda}}^T \quad [5]$$

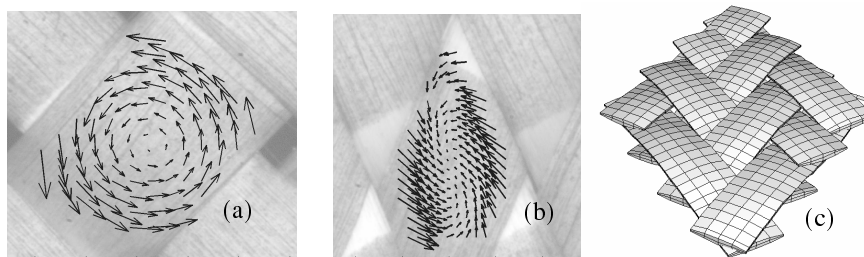
$\underline{\underline{D}}$  est le taux de déformation et  $\underline{\underline{\sigma}}^v$  est la dérivée objective de la contrainte de Cauchy associée à la rotation  $\underline{\underline{\Delta}}$  de la fibre. La déformation tensorielle cumulée  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  et la contrainte de Cauchy  $\underline{\underline{\sigma}}$  sont tels que :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\Delta}} \cdot \left( \int_0^t \underline{\underline{\Delta}}^T \cdot \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\underline{\Delta}} dt \right) \cdot \underline{\underline{\Delta}}^T \quad \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\Delta}} \cdot \left( \int_0^t \underline{\underline{\Delta}}^T \cdot \left( \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{D}} \right) \cdot \underline{\underline{\Delta}} dt \right) \cdot \underline{\underline{\Delta}}^T \quad [6]$$

L'équation [6] conduit toujours à une déformation logarithmique dans la direction forte d'anisotropie, c'est-à-dire dans la direction des fibres.

L'utilisation du tenseur de rotation  $\underline{\underline{\Delta}}$  de la fibre pour la définition de la dérivée objective et les lois d'évolution conduit à une approche cohérente pour les milieux fibreux présentant une direction de fibres. C'est le cas pour les mèches composant la maille élémentaire des renforts tissés qui sont constituées de quelques milliers de fibres juxtaposées (fils de verre ou de carbone). L'approche présentée a été implémentée dans le code ABAQUS en définissant une routine matériaux utilisateur VUMAT (Hagege, 2004). Dans les cas d'analyses mésoscopiques de la maille élémentaire composée de mèches fibreuses, cette approche s'est avérée beaucoup plus efficace que l'utilisation Green Naghdi ou Jaumann qui conduisent à des rigidités beaucoup trop faibles compte tenu du mauvais suivi de la direction de la fibre. On montre figure 1b le maillage d'une maille élémentaire de sergé 2 x 2 et l'écrasement transverse dans le cas d'une traction équibiaxée. Les surfaces de tensions telles que présentées figure 3, obtenues par ces analyses éléments finis mésoscopiques en traction biaxiale sont en bonne cohérence avec les analyses expérimentales.

### 3.3. Comportement en cisaillement dans le plan



**Figure 4.** Champ de déplacement dans la mèche avant (a) et après (b) le blocage. (c) Analyse par élément finis 3D

Les études concernant le cisaillement plan des tissés sont nombreuses probablement parce qu'il s'agit du mode principal de déformation des renforts tissés (Prodromou *et al.*, 1997 ; McGuinness *et al.*, 1998). Les analyses expérimentales utilisant un cadre déformable classique montrent que l'on doit distinguer deux zones principales dans le comportement en cisaillement des renforts tissés (figure 5). Des mesures des champs de déplacements par corrélation d'images (Vacher *et al.*, 1999) permettent de montrer que la première partie (pour les angles inférieurs à l'angle dit de blocage) correspond à la rotation des mèches sans déformation (figure 4a) et à des couples très faibles sur les cellules tissées (figure 5). Ensuite un contact latéral entre

les mèches (figure 4b) conduit à un blocage et une grande augmentation de l'effort de cisaillement (Boisse *et al.*, 2005). La figure 5 montre que les mesures optiques de la déformation diffèrent sensiblement de la mesure de variation d'angle du cadre car elles permettent de s'affranchir des problèmes de liaison au bord de l'échantillon. La courbe de comportement  $C(\gamma)$  peut également être obtenue par des analyses éléments finis de la maille élémentaire en cisaillement (figure 4c). Celles-ci restent néanmoins particulièrement délicates après l'angle de blocage en cisaillement compte tenu de la localisation de la zone de contact entre les mèches (Dumont, 2003).

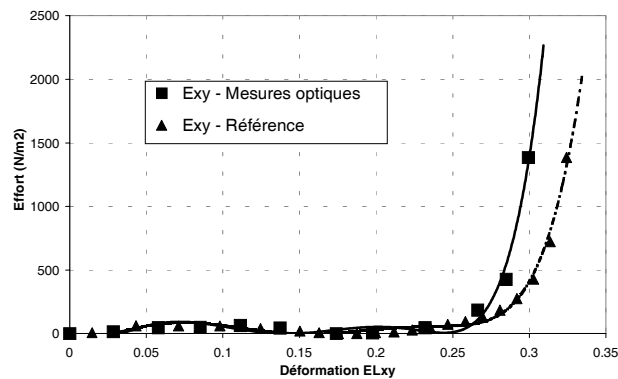


Figure 5. Courbe d'effort dû au cisaillement plan

#### 4. Éléments finis de tissés

Des éléments finis sont construits à partir de la forme simplifiée du travail virtuel des efforts intérieurs [1]. Dans une approche explicite (largement utilisée aujourd'hui en simulation de la mise en forme), les accélérations nodales  $\underline{a}_n^i$  sont obtenues à partir de l'équation de la dynamique à l'instant  $t_i$  :

$$\underline{M}\underline{a}_n^i + \underline{F}_{\text{int}}(\underline{u}_n^i) = \underline{F}_{\text{ext}}^i \quad [7]$$

$\underline{F}_{\text{int}}(\underline{u}_n^i)$  et  $\underline{F}_{\text{ext}}^i$  sont respectivement les efforts nodaux intérieurs et extérieurs au pas de temps  $i$ . Les vitesses et déplacements nodaux  $\underline{u}_n^{i+1}$  sont ensuite calculés par un schéma explicite, par exemple, de différences centrées (Hughes *et al.*, 1983). Ce schéma basé sur l'équation de la dynamique peut être utilisé pour des procédés quasi statiques à condition que les termes d'inertie ne perturbent pas significativement les résultats. Les composantes nodales d'efforts intérieurs sont données à partir du travail virtuel intérieur élémentaire :



$$W_{\text{int}}^e(\underline{\eta}) = \sum_{p=1}^{\text{ncell}^e} {}^p \varepsilon_{11}(\underline{\eta}) {}^p T^{11} {}^p L_1 + {}^p \varepsilon_{22}(\underline{\eta}) {}^p T^{22} {}^p L_2 + \sum_{p=1}^{\text{ncell}^e} {}^p \gamma(\underline{\eta}) {}^p C = \eta_s (F_{\text{int}}^e)_s \quad [8]$$

L'indice nodal  $s$  varie de 1 à 12 dans le cas du quadrilatère à quatre nœuds. Il y a en effet 3 degrés de liberté de type composante de déplacement par nœud, la forme [1] impliquant que les rigidités de flexion sont négligées.  $\text{ncell}^e$  est le nombre de mailles élémentaires dans l'élément,  ${}^p Q$  désigne la quantité  $Q$  pour la maille numéro  $p$ . Notant  $\underline{g}_\alpha$  le vecteur matériel covariant tel que  $\underline{g}_\alpha = \frac{\partial \underline{x}}{\partial \xi_\alpha}$  et  $\underline{g}^\alpha$  le vecteur contravariant associé ( $\alpha$  et  $\beta$  sont des indices prenant les valeurs 1 et 2), les composantes du tenseur gradient symétrique sont définies dans  $\underline{g}^1, \underline{g}^2$  et  $\underline{h}^1, \underline{h}^2$  les vecteurs de norme 1 construits sur  $\underline{g}^1, \underline{g}^2$  :

$$\nabla^s \underline{\eta} = \varepsilon_{\alpha\beta} \underline{h}^\alpha \otimes \underline{h}^\beta = \bar{\varepsilon}_{\alpha\beta} \underline{g}^\alpha \otimes \underline{g}^\beta \quad [9]$$

Les composantes de la matrice d'interpolation des déformations  $B_{\alpha\beta s}$  définissent les composantes de déformation virtuelles en fonction des composantes de déplacement virtuel.

$$\bar{\varepsilon}_{\alpha\alpha}(\underline{\eta}) = \varepsilon_{\alpha\alpha}(\underline{\eta}) \|\underline{g}_\alpha\|^2 = B_{\alpha\alpha s} \eta_s \quad \text{et} \quad \gamma(\underline{\eta}) = B_{\gamma s} \eta_s \quad [10]$$

(pas de somme sur  $\alpha$ )

avec :

$$B_{\alpha\alpha s} = \frac{\partial N^k}{\partial \xi_\alpha} (\underline{g}_\alpha)_m \quad k = \text{partie entière de } \left( \frac{s+2}{3} \right) \text{ et } m = s-3(k-1) \quad [11]$$

L'interpolation du cisaillement est obtenue à partir de la définition du cisaillement :

$$\gamma(\underline{\eta}) = \arccos \left( \frac{\underline{g}_{1\eta} \cdot \underline{g}_{2\eta}}{\|\underline{g}_{1\eta}\| \|\underline{g}_{2\eta}\|} \right) - \arccos \left( \frac{\underline{g}_1 \cdot \underline{g}_2}{\|\underline{g}_1\| \|\underline{g}_2\|} \right) \quad [12]$$

En réalisant un développement au premier ordre de  ${}^p\gamma(\underline{\eta})$  ( $\underline{\eta}$  est le déplacement virtuel).  $\underline{g}_\alpha = \frac{\partial \underline{x}}{\partial \xi_\alpha}$   $\underline{g}_{\alpha\eta} = \frac{\partial \underline{x} + \underline{\eta}}{\partial \xi_\alpha}$  sont les vecteurs matériels covariants respectivement dans les configurations courante et virtuelle.

$$B_{\gamma_s} = \frac{\partial N^k}{\partial \xi_1} \left[ \cot g\theta \frac{(\underline{g}_1)_m}{\|\underline{g}_1\|^2} - \frac{(\underline{g}_2)_m}{\sin\theta \|\underline{g}_1\| \|\underline{g}_2\|} \right] + \frac{\partial N^k}{\partial \xi_2} \left[ \cot g\theta \frac{(\underline{g}_2)_m}{\|\underline{g}_2\|^2} - \frac{(\underline{g}_1)_m}{\sin\theta \|\underline{g}_1\| \|\underline{g}_2\|} \right] \quad [13]$$

A partir de [8] et des interpolations des déformations, les efforts intérieurs sont reliés aux tensions dans les mèches et au couple de cisaillement par :

$$\left( F_{\text{int}}^e \right)_s = \sum_{p=1}^{n_{\text{cell}}} \frac{1}{\|\underline{g}_1\|^2} {}^p B_{11s} {}^p T^{11} {}^p L_{01} + \sum_{p=1}^{n_c} \frac{1}{\|\underline{g}_2\|^2} {}^p B_{22s} {}^p T^{22} {}^p L_{02} + \sum_{p=1}^{n_c} {}^p C {}^p B_{\gamma_s} \quad [14]$$

Compte tenu de l'interpolation bilinéaire, la somme peut être faite sur seulement quatre mailles dont la position  $(\lambda_1, \lambda_2)$  dépend, dans l'élément considéré, du nombre des mailles dans les directions chaîne et trame  $n_c$  et  $n_t$  (Boisse, 1994 ; Boisse *et al.*, 2001) :

$$\lambda_\mu = (-1)^\mu \left( (n_c^2 - 1)(3n_c^2)^{-1} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \lambda_\nu = (-1)^\nu \left( (n_t^2 - 1)(3n_t^2)^{-1} \right)^{\frac{1}{2}} \quad [15]$$

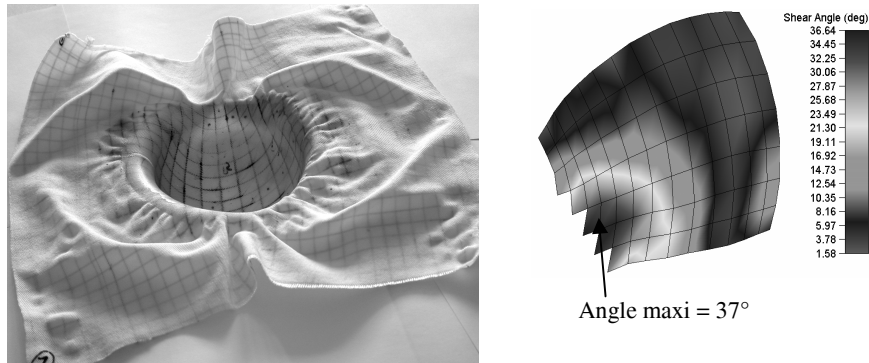
$\mu$  et  $\nu$  valent 1 ou 2. Les efforts intérieurs sont alors obtenus directement par :

$$\left( F_{\text{int}}^e \right)_s = \sum_{\mu=1}^2 \sum_{\nu=1}^2 \frac{n_c n_t}{4} \left( \begin{array}{l} B_{11s}(\lambda_\mu, \lambda_\nu) L_1 T^{11}(\lambda_\mu, \lambda_\nu) \|\underline{g}_1(\lambda_\mu, \lambda_\nu)\|^{-2} \\ + B_{22s}(\lambda_\mu, \lambda_\nu) L_2 T^{22}(\lambda_\mu, \lambda_\nu) \|\underline{g}_2(\lambda_\mu, \lambda_\nu)\|^{-2} \\ + B_{\gamma_s}(\lambda_\mu, \lambda_\nu) C(\lambda_\mu, \lambda_\nu) \end{array} \right) \quad [16]$$

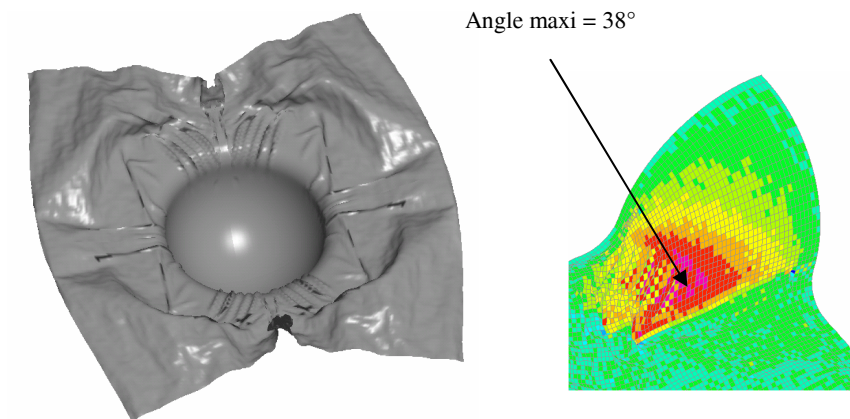
$C(\lambda_\mu, \lambda_\nu)$  représente  $C$  pour les coordonnées  $\lambda_\mu, \lambda_\nu$  dans l'élément de référence telles que données par [15]

## 5. Simulation d'une mise en forme d'un tissu très déséquilibré

On montre un exemple de simulation d'emboutissage d'un renfort tissé utilisé dans l'industrie automobile (Dumont, 2003) que la prise en compte du cisaillement est importante si l'on dépasse l'angle limite.



**Figure 6.** Emboutissage hémisphérique d'un tissu très déséquilibré : expérience



**Figure 7.** Emboutissage hémisphérique d'un tissu très déséquilibré : simulation

La mise en forme par un poinçon hémisphérique a été réalisée expérimentalement (figure 6 ; Dumont, 2003). Le renfort considéré est utilisé dans l'industrie automobile. Les rigidités très différentes (rapport de l'ordre de 200) des fils de chaîne et de trame du renfort tissé considéré et utilisé dans l'industrie automobile conduisent à un résultat après formage très dissymétrique. Il a été montré qu'une analyse basée uniquement sur les énergies de déformation de tension permet de décrire correctement les déformations dans la zone utile (hémisphérique) et rend compte de la dissymétrie de la déformée (Soulat *et al.*, 2004). Néanmoins cette approche ne permet pas de décrire les plissements qui apparaissent nombreux au-delà de l'angle de blocage en cisaillement. L'approche présentée dans ce travail conduit à un résultat qui contient ces plissements comme cela est montré figure 7. En

effet la rigidification importante en cisaillement après l'angle limite conduit à des solutions hors plan (plis) qui minimisent l'angle de cisaillement. L'angle maximum calculé ( $38^\circ$ ) (figure 7) est en bon accord avec l'angle maximum mesuré expérimentalement ( $37^\circ$ ) (figure 6).

## 6. Conclusions

Une approche meso-macro pour la simulation du formage renforts tissés de composites a été présentée. L'objectif est à la fois de ne calculer que les grandeurs significatives en utilisant un élément fini composé de mailles tissées et aussi d'avoir une approche aussi fine que possible des comportements de la maille tissée en analysant son comportement à l'échelle mésoscopique. Pour cela des analyses par élément finis 3D de la maille élémentaire sont réalisées. De tels calculs demandent de prendre en compte les spécificités de comportement des mèches qui sont composées de nombreuses fibres. Une dérivée objective basée sur la rotation de la fibre permet de suivre strictement la direction forte d'anisotropie. Un exemple de simulation d'emboutissage a montré que la prise en compte du cisaillement transverse dans la formulation permet d'obtenir les plissements consécutifs au dépassement de l'angle limite de cisaillement. Si on ne s'intéresse qu'à la déformation avant cette limite, l'approche en tension seule peut s'avérer suffisante.

## 7. Bibliographie

- Baoxing C., Chou T.W., « Compaction of woven-fabric preforms in liquid composite molding processes: single layer deformation », *Composite Science and Technology*, 59, 1999, p. 1519-1526.
- Ben Boubaker B., Haussy B., Ganghohher J.F., « Discrete models of woven structures drapping and stability analysis », *CRAS Paris, Série mécanique*, 330, 2002, p. 871-877.
- Ben Boubaker B., Haussy B., Ganghohher J.F., « Discrete models of fabrics accounting for yarns interactions », *Revue européenne des éléments finis*, 2005, p. 653-676
- Boisse P., Modèles Mécaniques et Numériques pour l'Analyse Non-Linéaire des Structures Minces, Habilitation à Diriger des Recherches de l'Université de Franche-Comté, 1994.
- Boisse P., Gasser A., and Hivet G., « Analyses of fabric behaviour: determination of the biaxial tension-strain surfaces and their use in forming simulations », *Composites Part A*, 32-10, 2001, p. 1395-1414.
- Boisse P., Zouari B., Gasser A., « A mesoscopic approach for the simulation of woven fibre composite forming », *Composites Science and Technology*, 65, 2005, p. 429-436.
- Buet K., Boisse P., « Experimental analysis and models for biaxial mechanical behaviour of composite woven reinforcements », *Experimental Mech.*, 41, 3, 2001, p. 260-269.

- Crisfield M.A., *Non linear finite element analysis of solids and structures*, Vol. II, Advanced topics, John Wiley & Sons, England, 1991.
- Dafalias Y.F., « Corotational rates for kinematic hardening at large plastic deformations », *Trans. of the ASME, J. of Ap. Mech.*, 50, 1983, p. 561-565.
- Dienes J.K., « On the analysis of rotation and stress rate in deforming bodies », *Acta Mechanica*, 1979, 32, p. 217-232.
- Dumont F., Contribution à l'expérimentation et à la modélisation du comportement mécanique de renforts de composites tissés, Thèse de doctorat, Université Paris 6, 2003.
- Durville D., « Modélisation par éléments finis des propriétés mécaniques de structures textiles : de la fibre au tissu », *Revue Européenne des Eléments finis*, 2002, 11, 2-3-4, p. 463-477.
- Gilormini P., Roudier P., ABAQUS and finite strain, Rapport interne LMT Cachan, 140, 1993
- Gilormini P., Rougée P., « Taux de rotation des directions matérielles dans un milieu déformable », *Comptes-rendus de l'Aca. des Sci. Paris*, 318, Série II, 1994, p. 421-427.
- Gutowski TG., « A resin flow/fibre deformation model for composites », *SAMPE Quart.*, 1985, 16, (4), p. 58-64.
- Hagège B., Simulation du comportement mécanique des milieux fibreux en grandes transformations : application aux renforts tricotés, Thèse de doctorat, ENSAM Paris, 2004.
- Hagège B., Boisse P., Billoët J.L. « Finite element analyses of knitted composite reinforcements at large strain », *Revue européenne des éléments finis*, à paraître (2005).
- Hivet G., Modélisation mésoscopique du comportement biaxial et de la mise en forme des renforts de composites tissés, Thèse de doctorat, Université d'Orléans, 2002.
- Hughes T.J.H., Belytschko T., « A precise of developments in computational methods for transient analysis », *Journal of Applied Mechanics*, 1983, 50, p. 1033-1041.
- Kawabata S., Niwa M., Kawai H., « The Finite Deformation Theory of Plain Weave Fabrics Part I, The Biaxial Deformation Theory », *J. Textile Inst.*, 64, 1, 1973, p. 21-46.
- Lomov S.V., Stoilova T., Verpoest I., « Shear of woven fabrics: theoretical model, numerical experiments and full field strain measurements », *Proceedings of the Int. Conf ESAFORM 7*, Trondheim, 2004.
- McGuinness G.B., Bradaigh C.M.O., « Characterisation of thermoplastic composite melts in rhombus-shear: the picture-frame experiment », *Composites Part A*, 1998, 29, 1-2, p. 115-132.
- Prodromou A.G. and Chen J., « On the relationship between shear angle and wrinkling of textile composite performs », *Composites Part A*, 28, 5, 1997, p. 491-503.
- Rogers T.G., « Rheological characterisation of anisotropic materials », *Composites*, 20, 1989, p. 21-27.
- Soulat D., Daniel J., Boisse P., « Simulation de la mise en forme d'un renfort déséquilibré », *Revue européenne des éléments finis*, 13/5-6-7, 2004, p. 751-762.

Spencer A.J.M., « Theory of fabric-reinforced viscous fluid », *Composites Part A*, 31, 2000, p. 1311-1321.

Vacher P., Dumoulin S., Arrieux R., « Determination of the forming limit diagram from local measurement using digital image analysis », *International Journal of Forming Processes*, 2-3-4, 1999, p. 395-408.

Xue P., Peng X., and Cao J., « A Non-orthogonal Constitutive Model for Characterizing Woven Composites », *Composites Part A*, 2003, p. 183-193.