
Transfert de champs par approximation diffuse avec conservation de l'énergie

Delphine Brancherie* — **Pierre Villon*** — **Adnan Ibrahimbegović****
Alain Rassineux* — **Piotr Breitkopf****

* *Laboratoire Roberval, Université de Technologie de Compiègne
BP 60319, F-60203 Compiègne Cedex
delphine.brancherie@utc.fr*

** *Laboratoire de Mécanique et Technologie, ENS de Cachan
CNRS/Université Pierre et Marie Curie
61 avenue du Président Wilson, F-94235 Cachan Cedex*

RÉSUMÉ. Dans ce travail nous proposons un opérateur de transfert de champs construit à partir des techniques d'approximation diffuse. L'opérateur est développé pour des matériaux élasto-endommageables en petites perturbations. Le point clé de l'opérateur proposé est d'assurer la conservation de l'énergie entre l'ancienne et la nouvelle discrétisation.

ABSTRACT. In this work, we present a field transfer operator based on diffuse approximation. The operator is developed for damage materials in small deformations. The key point of the proposed transfer operator is to ensure the conservation of energy between the old and the new discretization.

MOTS-CLÉS : technique de remaillage, opérateur de transfert de champs, approximation diffuse, matériau endommageable.

KEYWORDS: remeshing technique, field transfer operator, diffuse approximation, damage material.

1. Introduction

Pour une large classe de problèmes (mise en forme, localisation des déformations, propagation de fissures...), la prédictivité de la simulation numérique impose des remaillages du domaine de calcul de façon à rendre la discrétisation EF optimale vis-à-vis de la description de la solution. La mise en œuvre de telles techniques de calcul adaptatif nécessite le développement d'opérateurs de transfert de champs permettant la reprise de la simulation sur un nouveau maillage. La qualité du transfert de champs repose sur plusieurs points (Perić *et al.* 1996) dont, en particulier, la conservation de l'équilibre, l'admissibilité des contraintes ou encore la compatibilité des déplacements avec les champs de variables d'état. Il peut également être important de conserver des quantités énergétiques. C'est notamment le cas pour l'utilisation de critères en énergie pour la propagation de fissure (Réthoré *et al.* 2004) ou encore pour le suivi de la dissipation dans une structure jusqu'à sa ruine.

Le cadre dans lequel s'inscrit le travail présenté ici est celui de la prédiction, jusqu'à rupture, du comportement de structures endommageables massives. Pour de telles structures, trois phases du comportement doivent être prises en compte. Une première phase correspond à la réponse élastique, une deuxième phase est caractérisée par l'apparition de microfissures réparties de façon homogène dans la structure et enfin, la dernière phase est caractérisée par la coalescence des microfissures et l'apparition de macrofissures conduisant à la rupture. Les microfissures jouent un rôle extrêmement important dans l'apparition et l'évolution des macrofissures. Ainsi, une prédiction pertinente de la rupture nécessite une description fine de la phase de microfissuration. Ceci est réalisé en mettant en place une stratégie adaptative permettant d'optimiser la discrétisation vis-à-vis de la solution en phase de microfissuration.

Le travail présenté ici s'attache plus précisément à proposer un opérateur de transfert de champs permettant de reprendre le calcul sur une nouvelle discrétisation. L'opérateur proposé permet d'imposer aux champs reconstruits, l'admissibilité des contraintes, l'équilibre local, la vérification des conditions de compatibilité, les conditions aux limites ainsi que la conservation de grandeurs énergétiques relatives à l'état de la structure telles que l'énergie de déformation et l'énergie dissipée au cours du chargement. L'enjeu du développement d'un tel opérateur est d'assurer *simultanément* la vérification de toutes ces conditions. Cet opérateur est construit à partir de l'approximation diffuse (Nayroles *et al.* 1991, Breitenkopf *et al.* 2002). Afin d'illustrer la démarche, l'opérateur est mis en œuvre sur des structures constituées de matériau élasto-endommageable dans le cadre des petites perturbations et sous chargement quasi statique.

2. Modèle continu élasto-endommageable

Afin de présenter et d'illustrer la démarche de transfert, nous nous appuyons sur un modèle d'endommagement isotrope (Mazars 1984). Les équations relatives à l'écriture d'un tel modèle sont consignées dans le tableau 1. Le modèle est écrit

de façon parfaitement parallèle aux modèles de plasticité classiques (Brancherie *et al.* 2004). Les variables internes du modèle sont le tenseur de complianc du matériau \mathbf{D} ($\mathbf{D} = \mathbf{C}^{-1}$ où \mathbf{C} est le tenseur d'élasticité éventuellement endommagé) et la variable d'écrouissage ξ .

Modèle constitutif	
Variables d'état/associées	$(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\sigma}), (\mathbf{D}, \mathbf{Y}), (\xi, q)$
Énergie libre de Helmholtz	$\psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{D}, \xi) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon} : \mathbf{D}^{-1} : \boldsymbol{\varepsilon} + \Xi(\xi)$
Fonction seuil	$\phi(\boldsymbol{\sigma}, q) = \sqrt{\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D}^e : \boldsymbol{\sigma}} - \frac{1}{\sqrt{E}} (\sigma_f - q) \leq 0$
Équations d'état	$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}^{-1} : \boldsymbol{\varepsilon}$ et $q = -\frac{d}{d\xi} \Xi(\xi) = -K\xi$
Équations d'évolution	
Évolution des variables internes	$\dot{\mathbf{D}} = \frac{\dot{\gamma}}{\ \boldsymbol{\sigma}\ _{\mathbf{D}^e}} \mathbf{D}^e = \dot{\mu} \mathbf{D}^e$; $\dot{\xi} = \dot{\gamma} \frac{\partial \phi}{\partial q}$
Dissipation instantanée	$0 \leq \mathcal{D}^{inst} = \frac{1}{2} \dot{\xi} (\bar{\sigma}_f - K\xi)$
Dissipation totale	$\mathcal{D}^{tot} = \int_0^T \mathcal{D}^{inst} dt = \frac{1}{2} \xi \left(\bar{\sigma}_f - \frac{K\xi}{2} \right)$

Tableau 1. *Modèle elasto-endommageable*

Les notations sont les suivantes : $\Xi(\xi)$ désigne la partie de l'énergie libre de Helmholtz associée à l'écrouissage, \mathbf{D}^e correspond au tenseur de complianc du matériau sain, E note le module d'Young du matériau, K correspond au module d'écrouissage, $\bar{\sigma}_f$ désigne la contrainte limite élastique du matériau. Enfin, \mathbf{Y} désigne la force thermodynamique associée à \mathbf{D} (on a dans le cas traité ici $\mathbf{Y} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} \otimes \boldsymbol{\sigma}$), $\dot{\gamma}$ désigne le multiplicateur de Lagrange associé à l'endommagement, $\dot{\mu}$ est un multiplicateur de Lagrange généralisé.

Vu la fonction seuil utilisée, l'expression de la complianc peut s'obtenir directement à partir de la valeur de la variable d'écrouissage ξ .

3. Opérateur de transfert de champs

Dans le cas où le comportement dépend de l'histoire de chargement, la reprise du calcul sur une nouvelle discrétisation nécessite la projection sur le nouveau maillage, non seulement, du champ de déplacement mais, également, des champs de variables internes et de contraintes. Dans le cas traité ici, l'unique variable interne devant être transférée est la variable d'endommagement ξ , la complianc peut être calculée directement à partir de cette variable.

La reprise du calcul est facilitée et les résultats de meilleure qualité si les champs transférés sur le nouveau maillage vérifient – au moins approximativement – les équations du problème : équation d'équilibre, équation de compatibilité cinématique et

admissibilité des contraintes vis-à-vis du comportement (Perić *et al.* 1996). L'opérateur de transfert de champs développé ici permet d'une part de gérer simultanément ces trois points et d'autre part d'assurer la conservation de l'énergie totale dissipée au cours du chargement. L'opérateur de transfert de champs proposé se décompose en trois étapes :

- une première étape consiste à reconstruire l'état d'endommagement de la structure en transférant les variables internes. À cette étape, la définition de la "topologie" d'endommagement (définition des zones d'endommagement) sur le nouveau maillage est réalisée et la conservation de la dissipation totale entre l'ancien et le nouveau maillage est assurée ;

- une deuxième étape consiste à reconstruire le champ de contrainte en imposant l'admissibilité vis-à-vis du comportement ($\phi(\boldsymbol{\sigma}, q) \leq 0$) ;

- enfin, la troisième étape consiste à reconstruire le champ de déplacement en respectant les conditions aux limites et la compatibilité cinématique.

Nous présentons, dans la suite, plus précisément chacune de ces trois étapes.

3.1. Transfert des variables internes

La première étape du transfert consiste à projeter, par approximation diffuse, les champs de variables d'endommagement ξ et son incrément $\Delta\xi$ sur le nouveau maillage. Le problème posé ici est ainsi de reconstruire un champ de variable scalaire – que nous noterons de façon générique v^{new} – aux points de Gauss d'une nouvelle discrétisation à partir du champ discret v^{old} disponible aux points de Gauss de l'ancien maillage.

Pour ce faire, le champ scalaire v^{new} est décomposé localement, autour du point \mathbf{x} , sur une base polynomiale centrée au point \mathbf{x} (de degré a priori quelconque, ici de degré 1) :

$$v^{\text{new}} = \begin{bmatrix} 1 & x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \mathbf{p}^T \mathbf{a} \quad [1]$$

où x et y désignent les coordonnées dans le repère centré en \mathbf{x} . La composante \mathbf{a} sur la base polynomiale au point \mathbf{x} est alors obtenue comme solution d'un problème d'optimisation écrit sous la forme :

$$\min_{\mathbf{a}} J_{\mathbf{x}}(\mathbf{a}) \text{ avec } J_{\mathbf{x}}(\mathbf{a}) = \frac{1}{2} \sum_{i \in V(\mathbf{x})} W(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) \|\mathbf{p}^T(\mathbf{x}_i - \mathbf{x})\mathbf{a} - v^{\text{old}}(\mathbf{x}_i)\|^2 \quad [2]$$

$V(\mathbf{x})$ désigne ici un voisinage du point \mathbf{x} où est réalisée l'approximation. v^{old} et v^{new} désignent respectivement les champs sur l'ancien et le nouveau maillage. Les \mathbf{x}_i correspondent aux points de l'ancien maillage où v^{old} est connu. Enfin, la fonction $W(\mathbf{x}_i, \mathbf{x})$ correspond à une fonction poids. Il s'agit d'une fonction cloche maximale

en \mathbf{x} , de support $V(\mathbf{x})$ et qui représente la contribution du nœud \mathbf{x}_i pour l'approximation en \mathbf{x} .

La solution de ce problème d'optimisation s'écrit :

$$\mathbf{a} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \quad [3]$$

avec

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \sum_{i \in V(\mathbf{x})} W(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) \mathbf{p}(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}) \mathbf{p}^T(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}) \\ \text{et} & \\ \mathbf{B} &= \sum_{i \in V(\mathbf{x})} W(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) \mathbf{p}^T(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}) v^{\text{old}}(\mathbf{x}_i) \end{aligned} \quad [4]$$

La variable ξ^{new} est reconstruite, en suivant la procédure qui vient d'être décrite, sur plusieurs points d'intégration de chaque élément du nouveau maillage. Ceci permet d'évaluer l'énergie totale dissipée sur chaque élément. Afin de limiter la diffusion numérique liée au transfert, les valeurs transférées ξ^{new} sont remises à zéro sur les éléments pour lesquels le rapport entre l'énergie totale dissipée par unité de surface et la quantité moyenne équivalente sur l'ancien maillage est inférieure à un seuil donné *a priori*. La même opération est réalisée pour la variable $\Delta\xi^{\text{new}}$ en considérant la dissipation instantanée et non la dissipation totale. Ceci permet d'identifier, sur le nouveau maillage, les zones endommagées ($\xi^{\text{new}} \neq 0$) et les zones s'endommageant ($\Delta\xi^{\text{new}} \neq 0$).

Le dernier point de cette première étape consiste à renormaliser les valeurs de ξ^{new} de façon à assurer la conservation de l'énergie dissipée totale entre l'ancienne et la nouvelle discrétisation. À l'issue de cette première étape du transfert, les champs de variables internes ξ , \mathbf{D} , ainsi que l'incrément $\Delta\xi$ sont connus sur tous les points de Gauss de la nouvelle discrétisation.

3.2. Transfert des contraintes

À partir de $\Delta\xi$, deux zones de la structure peuvent être définies, les zones pour lesquelles :

- l'état d'endommagement n'évolue pas : $\Delta\xi = 0$ et $\phi(\boldsymbol{\sigma}, q) \leq 0$;
- l'état d'endommagement évolue : $\Delta\xi \neq 0$ et $\phi(\boldsymbol{\sigma}, q) = 0$.

Le transfert des contraintes sera traité différemment sur chacune de ces deux zones en raison des différentes écritures de l'admissibilité.

3.2.1. Transfert dans la zone s'endommageant : $\Delta\xi^{\text{new}} \neq 0$

Le transfert des contraintes est ici réalisé de façon à respecter l'équation d'équilibre local et l'admissibilité des contraintes.

En s'appuyant sur des travaux antérieurs réalisés en plasticité ((Villon *et al.* 2002)), le respect de l'équation d'équilibre local (au sens de la dérivée diffuse) est assuré par le choix de la base polynomiale d'approximation. Ainsi le champ de contrainte est approximé *localement* sous la forme :

$$\boldsymbol{\sigma}^{\text{new}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x & 0 & y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & x & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & -y & 0 & 0 & -x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \dots \\ \theta_7 \end{bmatrix} = \mathbf{P}^T(\mathbf{x})\boldsymbol{\theta} \quad [5]$$

où $\boldsymbol{\theta}$ est ici un vecteur réel de dimension 7.

Par ailleurs, la condition d'admissibilité des contraintes $\phi(\boldsymbol{\sigma}^{\text{new}}, q^{\text{new}}) = 0$ est réécrite sous forme quadratique sous la forme $\boldsymbol{\theta}^T \mathcal{C} \boldsymbol{\theta} = 1$ où \mathcal{C} est une matrice (7×7) de rang 3. Ainsi, la composante $\boldsymbol{\theta}$ est obtenue en résolvant, pour chaque point d'approximation (ici les points d'intégration du nouveau maillage), un problème d'optimisation quadratique sous contrainte quadratique :

$$\min_{\boldsymbol{\theta}^T \mathcal{C} \boldsymbol{\theta} = 1} J_{\mathbf{x}}(\boldsymbol{\theta}) \text{ avec } J_{\mathbf{x}}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{2} \sum_{i \in V(\mathbf{x})} W(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) \|\mathbf{P}^T(\mathbf{x}_i - \mathbf{x})\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\sigma}^{\text{old}}(\mathbf{x}_i)\|^2 \quad [6]$$

La résolution de ce problème d'optimisation est faite analytiquement en profitant du défaut de rang de la matrice d'admissibilité des contraintes \mathcal{C} (Villon *et al.* 2002).

3.2.2. Transfert dans la zone ne s'endommageant pas

Dans cette zone, la reconstruction du champ de contrainte se décompose en trois étapes.

La première étape consiste à reconstruire par projection « approximation diffuse » un champ de contrainte vérifiant l'équation d'équilibre local (en utilisant la base polynomiale d'approximation décrite à l'équation [5]).

La deuxième étape consiste à renormaliser le champ de contrainte ainsi obtenu afin d'assurer la conservation de l'énergie de déformation entre l'ancien et le nouveau maillage.

Le champ de contrainte obtenu dans la zone ne s'endommageant pas après transfert et renormalisation ne vérifie pas en tout point la condition d'admissibilité des contraintes $\phi(\boldsymbol{\sigma}, q) \leq 0$. Un automate cellulaire est alors mis en place de façon à « réparer » les éléments dans lesquels la condition n'est pas vérifiée. Nous noterons ① l'un de ces éléments dans la suite. Le principe de fonctionnement de l'automate cellulaire est de :

- choisir *aléatoirement* dans une coquille autour de l'élément ① un élément noté ② vérifiant la condition d'admissibilité ;

- réaliser une décharge élastique de l'élément ① et une recharge élastique de l'élément ② en imposant la conservation de l'énergie de déformation du patch de deux éléments et en maintenant $\phi(\boldsymbol{\sigma}, q) \leq 0$ dans l'élément ②.

Les deux étapes précédentes sont réalisées jusqu'à ce que l'état de contrainte dans l'élément ① devienne admissible, l'élément ② est choisi aléatoirement dans une coquille autour de l'élément ① à chaque pas de l'automate cellulaire. Ceci est réalisé pour tous les éléments ① ne vérifiant pas l'admissibilité des contraintes.

3.3. Transfert du champ de déplacement

La reconstruction du champ de déplacement aux nœuds du nouveau maillage s'appuie sur les champs de contraintes et d'endommagement reconstruits aux étapes précédentes : à partir de ces deux champs et grâce à l'équation d'état (voir tableau 1) le champ de déformation $\boldsymbol{\varepsilon}^{\text{new}}$ est déduit sur tous les éléments du nouveau maillage. Le champ de déplacement reconstruit \mathbf{u}^{new} doit vérifier les conditions aux limites essentielles et la condition de compatibilité. Pour cela, le champ \mathbf{u}^{new} est déterminé en résolvant un problème d'optimisation sous contrainte :

$$\min_{\mathbf{u}|_{\Gamma}=\bar{\mathbf{u}}} \frac{1}{2} \left(w_1 \|\mathbf{u}^{\text{new}} - p_{AD}(\mathbf{u}^{\text{old}})\|_{L^2(\Omega)}^2 + w_2 h^2 \|\nabla^s \mathbf{u}^{\text{new}} - \boldsymbol{\varepsilon}^{\text{new}}\|_{L^2(\Omega)}^2 \right) \quad [7]$$

Notons que le champ de déplacement \mathbf{u}^{new} est cherché dans le sous-espace éléments finis associé à la nouvelle discrétisation. Ainsi, le problème d'optimisation [7] est projeté sur ce sous-espace, la résolution du problème se ramène alors à la détermination du vecteur des déplacements nodaux sur la nouvelle discrétisation. Le champ de déplacement ainsi reconstruit vérifie de façon forte les conditions aux limites essentielles, il s'approche au plus près de la projection par approximation diffuse $p_{AD}(\mathbf{u}^{\text{old}})$ du déplacement de l'ancien maillage vers le nouveau maillage et vérifie au mieux la condition de compatibilité cinématique. Les coefficients w_1 et w_2 permettent de calibrer la qualité avec laquelle le champ de déplacement reconstruit doit vérifier les deux conditions précédentes. Enfin, h correspond à la taille des éléments et $\bar{\mathbf{u}}$ désigne le champ de déplacement imposé sur la frontière Γ du domaine.

4. Résultats numériques

Nous présentons ici les résultats obtenus pour deux tests réalisés en utilisant une stratégie adaptative. Nous comparons les résultats obtenus par un transfert standard s'appuyant sur les fonctions de forme EF (Perić *et al.* 1996) et le transfert de champs proposé aux résultats obtenus par un calcul direct.

4.1. Test de cohérence

L'objet de ce premier exemple est de vérifier la cohérence du transfert proposé. Pour ce faire, un transfert est réalisé sur un maillage identique au maillage initial et le calcul poursuivi. Nous présentons ici les résultats obtenus en opérant un transfert

standard, le transfert proposé et un calcul direct. Les résultats en termes de champ d'endommagement prédit sont présentés à la figure 1.

On constate que le transfert proposé prédit un champ d'endommagement très proche du champ obtenu par calcul direct. Le champ obtenu après transfert standard est de moins bonne qualité et souffre d'une diffusion numérique absente dans le cas du transfert proposé.

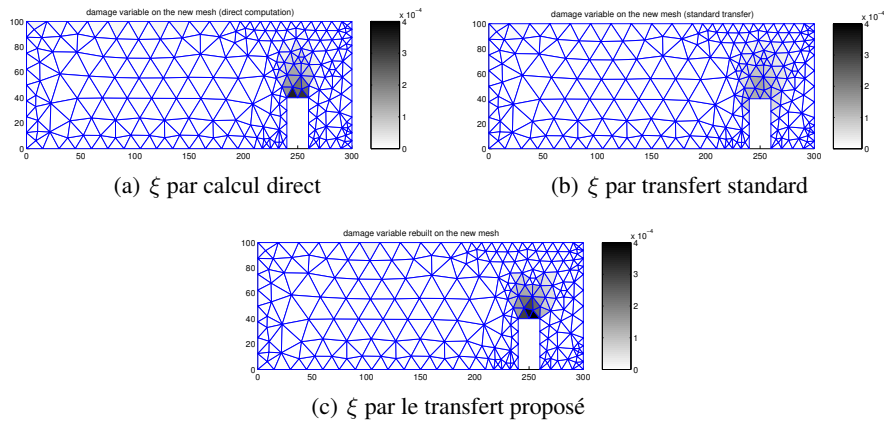


Figure 1. Cartes d'endommagement obtenus (a) après un calcul direct, (b) après un transfert standard, (c) après le transfert proposé

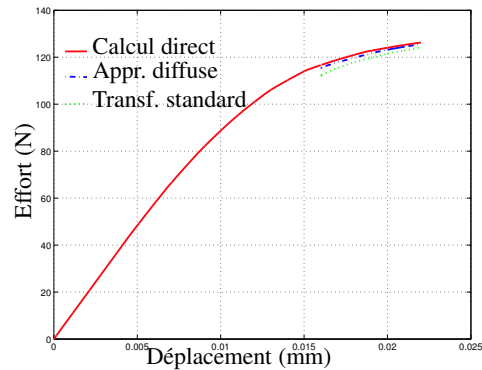


Figure 2. Courbe effort/déplacement obtenue par calcul direct, après un transfert standard ou le transfert proposé

Les résultats en termes de courbe effort/déplacement imposé sont donnés à la figure 2. La courbe obtenue après le transfert proposé est pratiquement superposée à la courbe obtenue par calcul direct. Le transfert proposé est cohérent ce qui n'est pas le

cas du transfert standard pour lequel les résultats globaux efforts/déplacements sont perturbés par l'opération de projection de champs.

4.2. Test de traction sur poutre entaillée

Le précédent test a permis de mettre en évidence la cohérence du transfert proposé. Dans cette partie nous considérons un exemple plus complexe faisant intervenir des remaillages et transferts de champs successifs. Le test considéré est un test de traction sur une poutre bi-entaillée soumise à un chargement de traction. Deux remaillages sont réalisés au cours de l'histoire de chargement. Nous comparons ici les résultats obtenus en utilisant un transfert standard ou le transfert proposé aux résultats obtenus par calcul direct sur le maillage fin. Le maillage initial avec sa carte de taille est présenté à la figure 3(a) et 3(b), le maillage final est représenté à la figure 4(c).

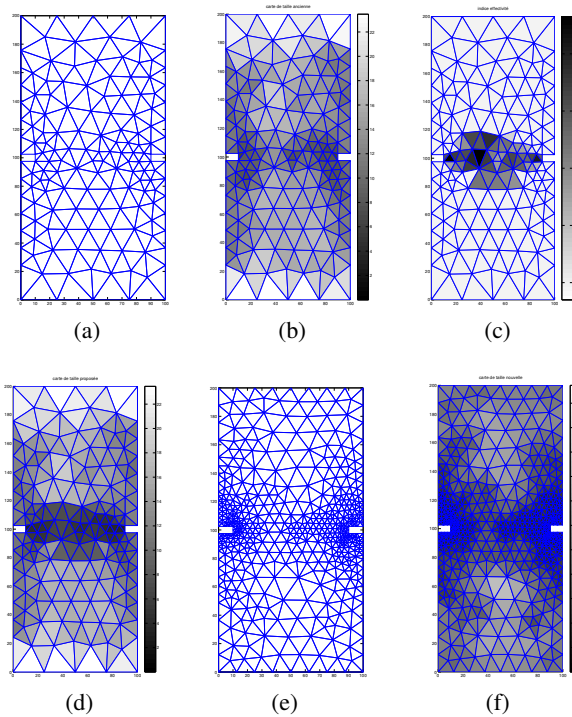


Figure 3. Premier remaillage : (a) maillage initial, (b) carte de taille du maillage initial, (c) index d'effectivité, (d) carte de taille proposée, (e) maillage obtenu, (f) carte de taille obtenue

Lorsque un remaillage est décidé, la définition de la carte de taille du nouveau maillage s'appuie sur un index d'effectivité défini à partir de l'évolution de l'endom-

magement. Cette nouvelle carte de taille est imposée au mailleur afin de fournir le maillage sur lequel le calcul sera poursuivi. Cette démarche est illustrée dans le cas du premier remaillage à la figure 3.

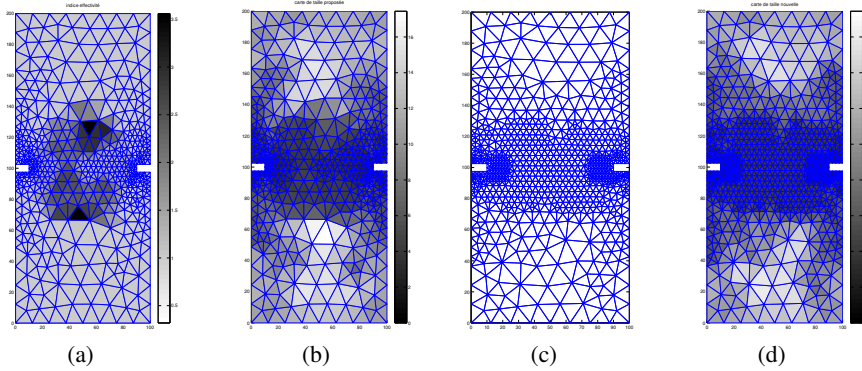


Figure 4. Deuxième remaillage : (a) index d'effectivité, (b) carte de taille proposée, (c) maillage obtenu, (d) carte de taille obtenue

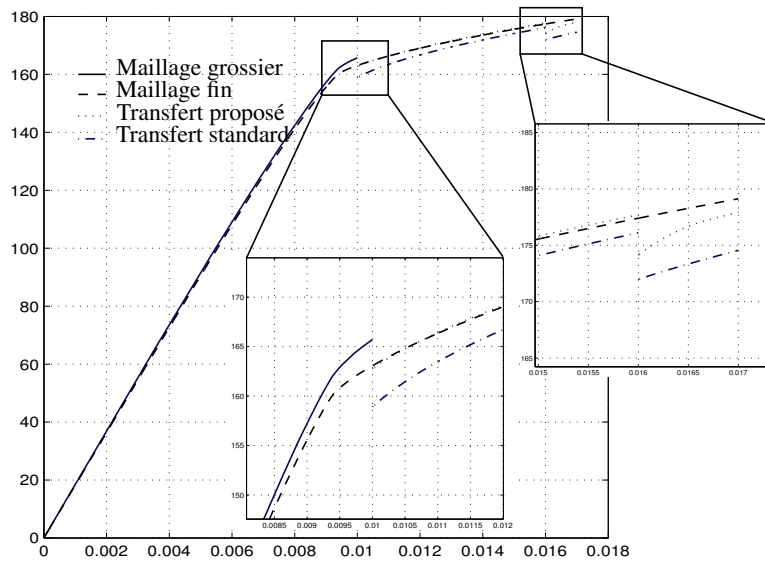


Figure 5. Courbe effort/déplacement imposé

Les résultats en termes de courbe effort/déplacement imposé sont donnés à la figure 5. On constate pour le premier remaillage que les résultats obtenus après le transfert proposé sont en très bonne concordance avec les résultats obtenus par calcul direct

sur le maillage fin. Le résultat est de moins bonne qualité lorsqu'un transfert standard est opéré après remaillage. Lors du deuxième remaillage, le même type de conclusion peut être tiré : les résultats obtenus par le transfert proposé sont de meilleure qualité que ceux obtenus après un transfert standard.

Des résultats plus locaux tels que la prédiction de l'état d'endommagement sont présentés à la figure 6. Les figures 6(a) et 6(b) correspondent à l'erreur commise par rapport à l'état d'endommagement prédit par calcul direct lors du premier remaillage (les résultats sont donnés juste après transfert et retour à l'équilibre), les figures 6(c) et 6(d) correspondent au deuxième remaillage. Enfin, les figures 6(e) et 6(f) correspondent à l'erreur commise en fin de calcul par rapport à un calcul direct mené sur le maillage fin.

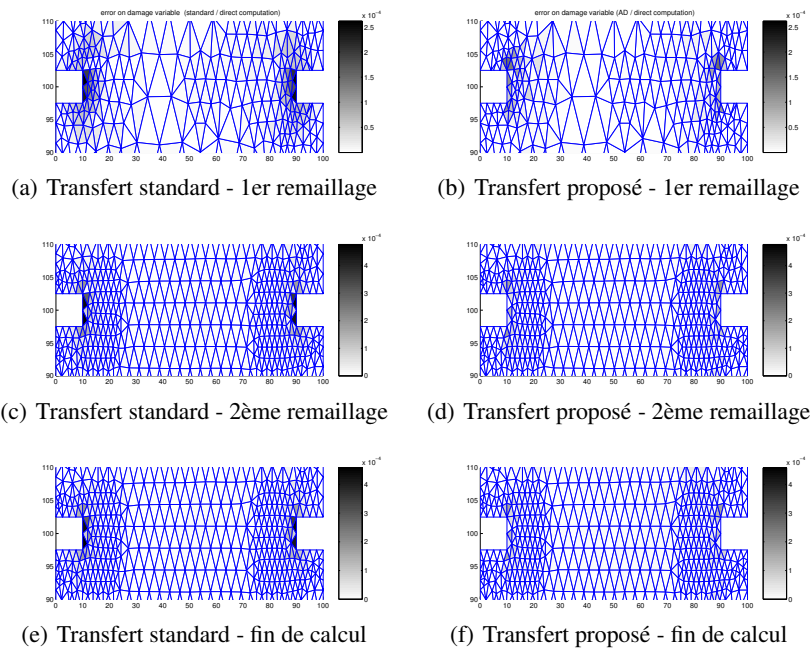


Figure 6. Comparaison entre les états d'endommagement obtenus par calcul direct et transfert standard ou transfert proposé

On constate que les résultats locaux (prédiction de l'endommagement) sont de meilleure qualité après le transfert proposé qu'après un transfert standard. Les niveaux d'erreur atteints en fond d'entaille correspondant aux points de propagation des macrofissures responsables de la rupture sont plus importants après un transfert standard qu'après le transfert proposé. Par ailleurs, le transfert standard souffre également d'une diffusion numérique, ce qui est largement limité par le transfert proposé.

5. Conclusion

L'opérateur de transfert de champs proposé dans ce travail s'appuie sur les techniques d'approximation diffuse, il permet de reconstruire sur une nouvelle discrétisation les champs mécaniques nécessaires à la poursuite du calcul en assurant la vérification de l'équation d'équilibre local, l'admissibilité des contraintes et la conservation de quantités énergétiques définissant l'état d'endommagement de la structure. Une procédure de raffinement du maillage permettant de définir la carte de taille du nouveau maillage a été mise en place. Les résultats obtenus tant en termes de résultats globaux (courbe effort/déplacement, par exemple) qu'en termes de résultats locaux (prédiction des états d'endommagement) sont de meilleure qualité en utilisant l'opérateur de transfert de champs qu'en utilisant un opérateur standard. Dans le cas traité ici, la nécessité d'une prédiction pertinente de l'endommagement afin de décrire l'apparition de macrofissures et la rupture justifie pleinement l'utilisation de l'opérateur proposé.

6. Bibliographie

- Brancherie D., Ibrahimbegović A., « Modélisation "macro" de phénomènes dissipatifs localisés à l'échelle "micro" : formulation et implantation numérique », *Revue Européenne des Éléments Finis, numéro spécial Giens 2003*, vol. 13, n° 5-6-7, p. 461-473, 2004.
- Breitkopf P., Rassineux A., Villon P., « Diffuse approximation technology : fundamentals and implementation », *Revue Européenne des Éléments Finis*, vol. 11, p. 825-867, 2002.
- Mazars J., Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire du béton de structure, PhD thesis, Thèse de doctorat de l'université de Paris 6, LMT, 1984.
- Nayroles B., Touzot G., Villon P., « L'approximation diffuse », *C.R.A.S. Série II*, vol. 313, p. 293-296, 1991.
- Perić D., Hochard C., Dutko M., Owen D., « Transfer operators for evolving meshes in small strain elasto-plasticity », *Comp. Meth. in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 137, p. 331-344, 1996.
- Réthoré J., Gravouil A., Combescure A., « A stable numerical scheme for the finite element simulation of dynamic crack propagation with remeshing », *CMAME*, vol. 193, p. 4493-4510, 2004.
- Villon P., Bourouchaki H., Saanouni K., « Transfert de champs plastiquement admissibles », *C.R.A.S. Mécanique*, vol. 330, p. 313-318, 2002.