
Simulation de l'emboutissage par approche inverse améliorée pour l'estimation du retour élastique

Slim Ben-Elechi* — **Hakim Naceur*** — **Jean-Louis Batoz****

** Laboratoire Roberval, Université de Technologie de Compiègne
UMR 6066 du CNRS
BP 20529 – F-60205 Compiègne cedex*

*** Institut Supérieur d'Ingénierie de la Conception (GIP-InSIC)
27, Rue d'Hellieule, F-88100 St-Dié Des Vosges
slim.ben-elechi@utc.fr*

RÉSUMÉ. Dans cet article nous présentons une Approche Inverse Améliorée (AIA) pour la simulation d'emboutissage. Dans cette nouvelle approche, les contraintes dues aux effets de cambrage/décambrage sont estimées analytiquement à partir de la connaissance de la géométrie finale de la pièce emboutie et particulièrement dans la zone de rayon d'entrée-matrice lors du changement des courbures. Les moments de cambrage/décambrage ainsi que la géométrie finale de la pièce sont utilisés pour le calcul du retour élastique par une deuxième approche incrémentale basée sur une Formulation Lagrangienne Actualisée. Deux tests d'emboutissage proposés par Numisheet'93 sont utilisés et de bons résultats de la simulation du retour élastique sont obtenus. Ils sont validés par les codes industriels STAMPACK® et ABAQUS®.

ABSTRACT. In this paper we present an Improved Inverse Approach (IIA) for the stamping simulation. In the new version, the stresses due to bending and unbending effects are estimated analytically from the final workpiece, especially in the die entrance radii for curvature changes. The bending /unbending moments and the final shape are used to calculate springback using a second incremental Approach based on the Updated Lagrangian Formulation. Two tests proposed as benchmark for NUMISHEET'93 have been used to validate the method; good results on the prediction of springback have been obtained. The obtained results are validated using STAMPACK® and ABAQUS® industrial codes.

MOTS-CLÉS : emboutissage, retour élastique, approche inverse.

KEYWORDS: sheet metal forming, springback, inverse approach.

1. Introduction

Le retour élastique est la déformée élastique qui se produit en fin d'emboutissage après retrait des outils. Le retour élastique induit dans certains cas de forts changements géométriques de la pièce, ce qui conduit à des difficultés d'assemblage ou peut causer le voilage de la structure après assemblage. La prédiction correcte du retour élastique de pièces embouties est d'une importance vitale pour la conception des outils en industrie automobile ou aéronautique. Souvent, dans la phase amont de conception, des corrections sont faites sur la forme des outils afin de compenser les défauts géométriques dus au retour élastique.

Du point de vue littérature, les chercheurs s'intéressent de plus en plus à ce sujet, notamment pour la maîtrise et le contrôle du retour élastique en fin d'emboutissage. (Palaniswamy *et al.*, 2004) ont étudié les relations de cause à effet de la géométrie du flan initial et les conditions de contact entre outils et tôle sur le retour élastique dans le cas d'emboutissage d'une pièce conique. Ils ont démontré par une analyse de sensibilité couplée à la méthode des éléments finis (EF), que le retour élastique est très influencé par les dimensions du flan initial. Ils ont utilisé une méthode conventionnelle d'optimisation pour obtenir les dimensions optimales du flan initial qui permet de réduire le retour élastique. (Gantar *et al.*, 2002) ont présenté une étude sur la prédiction du retour élastique et les contraintes résiduelles sur le produit fini. Ils ont comparé les résultats de simulations numériques à des échantillons expérimentaux pris sur la ligne de production. La relation entre la valeur du retour élastique et les paramètres du procédé dans chaque technique a été établie d'abord par une étude aux éléments finis, ensuite une procédure d'optimisation a été couplée à l'analyse par EF pour chercher les paramètres optimaux pour chaque technique de réduction du retour élastique. (Shu *et al.*, 1996, 1999) ont utilisé la méthode des EF pour analyser la relation entre le retour élastique et les paramètres du procédé, ensuite ils ont combiné une technique d'optimisation avec la méthode des EF pour trouver les paramètres optimaux permettant la réduction du retour élastique.

(Livatyali *et al.*, 2003) ont étudié le problème du retour élastique en utilisant une méthode simplifiée basée sur la théorie de flexion des poutres. La méthode proposée permet de prédire le retour élastique et les actions des outils. Les résultats ont été comparés à des données expérimentales aussi bien qu'à des résultats obtenus par simulations numériques par EF. (Hino *et al.*, 2003) ont présenté le retour élastique de tôles composites présentant un double pli après formage. Les courbures résiduelles après retour élastique ont été mesurées. Les résultats analytiques et expérimentaux ont montré que le retour élastique de tôles composites est fortement influencé par la différence de résistance entre les couches et par le rapport d'épaisseur de chaque couche. (Nishino *et al.*, 2003) ont examiné une méthode de prédiction des propriétés de la forme d'assemblage en combinant la théorie de flexion de poutres avec les résultats issus de la simulation par éléments finis. La quantité de retour élastique était linéairement liée au rapport des déformations élastiques pour différents matériaux. (Chang *et al.*, 2002) ont mené une investigation

pour caractériser le retour élastique des tôles en forme de «U» soudées au laser. Quelques cas expérimentaux ont été simulés par éléments finis en utilisant le code PAM-STAMP.

Liu *et al.*, 2002, ont proposé une méthode d'optimisation avec force de serre-flan variable. Cette technique combine la méthode de plan d'expérience orthogonale avec la méthode des EF. La méthode a été appliquée sur le benchmark d'emboutissage de la tôle en «U» de Numisheet'93. Le retour élastique a été éliminé. Yoon *et al.*, 2002, ont présenté une méthode hybride membrane/coque pour étudier le retour élastique de tôles anisotropes. Les déformations de flexion et les contraintes sont calculées en opération de post-traitement. Pour simuler le retour élastique, un modèle élément fini de coque est utilisé pour la décharge de la tôle. La méthode hybride a été appliquée à l'emboutissage d'un godet cylindrique en alliage d'aluminium 2036-T4 et 6111-T4. Papeleux *et al.*, 2002, ont présenté une étude sur l'impact de plusieurs paramètres physiques et numériques sur le retour élastique lors de l'emboutissage de la tôle en «U». Lia *et al.*, 2002, ont étudié le retour élastique lors du pliage d'une tôle en «V» en utilisant un programme EF 2D incrémental. Ils ont considéré également le changement dans le module d'Young avec la déformation plastique. Les résultats obtenus ont montré que le type d'écrouissage affecte directement la précision de la simulation du retour élastique. Esat *et al.*, 2002, ont utilisé un code industriel en EF pour analyser le pliage et le retour élastique de différents alliages d'aluminium avec différentes épaisseurs. Ils ont étudié l'influence de la déformation plastique cumulée et de la contrainte de von Mises sur les résultats. Gau *et al.* (2001) ont proposé une méthode incrémentale avec les modèles d'écrouissage isotrope et cinématique. Une comparaison avec les résultats expérimentaux est faite. Xue *et al.* (2001) ont proposé un modèle mécanique et une procédure analytique basée sur la théorie des coques minces, pour prédire le retour élastique obtenu en fin d'emboutissage d'un godet cylindrique. Les effets de cambrage et de décambrage sont pris en compte et de bons résultats ont été obtenus dans le cas axisymétrique.

(Elsharkawy *et al.*, 2001) ont introduit un modèle mathématique pour le pliage de poutre avec section en profil de T. Une analyse complète utilisant la théorie de résistance de matériaux a été utilisée pour l'obtention des angles d'ouverture après retour élastique. (Samuel, 2000) a utilisé une méthode robuste d'éléments finis pour la prédiction du retour élastique en 2D avec effets de cambrage et de décambrage. Les effets de la géométrie des outils et de la force de serrage sur la forme finale après retour élastique ont été étudiés. La précision du modèle a été vérifiée par comparaison au logiciel MARC et aux résultats expérimentaux.

Nous pouvons citer aussi les travaux de (Gelin *et al.*, 1999 ; Mattiasson *et al.*, 1995), qui préconisent la combinaison : emboutissage en dynamique explicite et retour élastique en statique implicite ; les travaux de Yamamura *et al.* (2001) qui utilisent un algorithme statique explicite. Ces méthodes incrémentales ont comme principales particularités une très bonne précision des résultats, un temps de calcul

très élevé, et nécessitent d'utiliser des maillages assez fins en explicite et beaucoup d'espace mémoire en implicite.

Concernant les méthodes inverses, les seuls travaux publiés au moment de la rédaction de cet article sont ceux de Gati *et al.* (2002) qui utilise l'Approche Pseudo-Inverse avec une Formulation Lagrangienne Actualisée à chaque Itération (FLAI). Abdelsalam *et al.* (1999) utilise une simulation d'emboutissage en un seul pas et un retour élastique avec un modèle élastique linéaire. Il en résulte un calcul très rapide mais de précision moyenne voire mauvaise !

Dans cet article, nous rappelons d'abord les hypothèses principales et la formulation de l'AI classique, nous présentons ensuite les nouvelles modifications apportées pour la correction des efforts afin de mieux prédire le retour élastique. Les premiers résultats concernant l'optimisation de la géométrie des outils dans l'emboutissage de la tôle en « U » qui constitue un benchmark de la conférence internationale de Numisheet'93 (Makinouchi *et al.*, 1993) montrent l'efficacité et l'intérêt industriel de notre approche.

2. Description de l'approche inverse

L'AI est basée sur la connaissance de la forme finale de l'embouti. A partir d'un maillage de la pièce finale, on cherche les positions des points matériels dans le flan plan initial (figure 1). La première estimation peut être la simple projection verticale des nœuds dans le plan horizontal, puis ces positions sont ajustées par un algorithme implicite de Newton-Raphson pour satisfaire l'équilibre dans la pièce finale. Deux hypothèses principales sont retenues dans l'AI : l'hypothèse du chargement radial ou proportionnel, qui permet d'utiliser la loi intégrée de Hencky, l'hypothèse simplificatrice des actions des outils, qui permet de remplacer ces actions par des forces de pression/frottement pour éviter le problème de contact. Ainsi nous obtenons une méthode directe et indépendante de l'histoire des déformations. L'AI s'avère très rapide et robuste pour l'estimation des grandes déformations dans les pièces embouties.

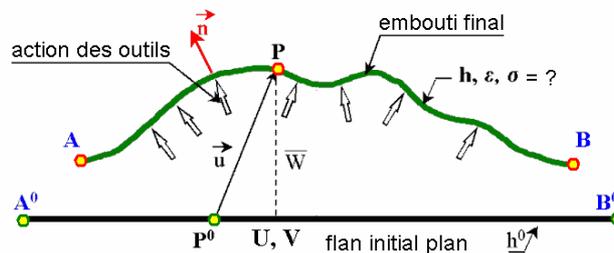


Figure 1. Description générale de l'approche inverse

2.1. Relations cinématiques

Dans l'AI, seuls le flan plan initial C^0 et la forme 3D de la pièce finale sont considérées. En utilisant l'hypothèse de Kirchhoff (avec variation d'épaisseur), les vecteurs positions initial et final d'un point matériel q peuvent être exprimés par rapport au point p situé sur la surface moyenne de C (figure 2) :

$$\vec{x}_q^0 = \vec{x}_p^0 + z^0 \vec{n}^0 = \vec{x}_p - \vec{u}_p + z^0 \vec{n}^0 \quad [1]$$

$$\vec{x}_q = \vec{x}_p + z \vec{n} \quad [2]$$

où \vec{u}_p est le vecteur de déplacement du point p , \vec{n}^0 et \vec{n} sont les normales de la surface moyenne en p^0 et p , z^0 et z sont les coordonnées à travers des épaisseurs initiale et finale.

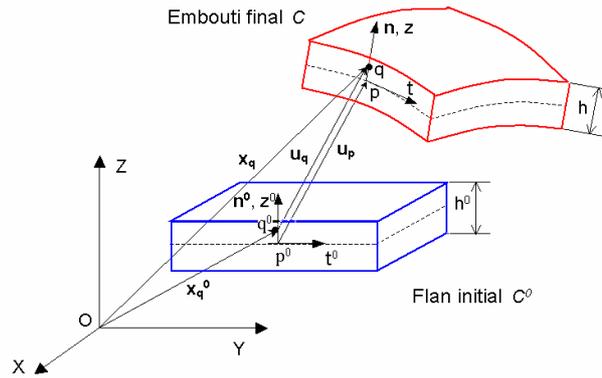


Figure 2. Cinématique d'une coque mince en emboutissage

Soit $x = \langle x, y, z \rangle$ le repère local orthogonal. Le tenseur gradient de déformation aux points q^0 et q par rapport à p est donné par :

$$d\vec{x}_q^0 = \mathbb{F}_0^{-1} d\vec{x} \quad \mathbb{F}_0^{-1} = \left[\vec{x}_{p,x} - \vec{u}_{p,x} \ ; \ \vec{x}_{p,y} - \vec{u}_{p,y} \ ; \ \vec{n}^0 / \lambda_3 \right] \quad [3]$$

$$d\vec{x}_q = \mathbb{F}_z d\vec{x} \quad \mathbb{F}_z = \left[\vec{x}_{p,x} + z \vec{n}_{,x} \ ; \ \vec{x}_{p,y} + z \vec{n}_{,y} \ ; \ \vec{n} \right] \quad [4]$$

où $\lambda_3 = \frac{z}{z^0} = \frac{h}{h^0}$ est l'élongation d'épaisseur (supposée constante à travers de l'épaisseur). L'inverse du tenseur gradient de déformation en q est obtenu avec [3], [4] :

$$d\bar{x}_q^0 = \mathbb{F}^{-1} d\bar{x}_q \quad \mathbb{F}^{-1} = \mathbb{F}_0^{-1} \mathbb{F}_z^{-1} \tag{5}$$

Les tenseurs \mathbb{F}_0^{-1} , \mathbb{F}_z^{-1} s'expriment dans le repère local défini par :

$$\vec{t}_1 = \vec{x}_{p,x} \ ; \ \vec{t}_2 = \vec{x}_{p,y} \ ; \ \vec{n} = \frac{\vec{t}_1 \times \vec{t}_2}{\|\vec{t}_1 \times \vec{t}_2\|} \tag{6}$$

Ainsi le tenseur de Cauchy-Green gauche entre q et q0 peut être défini par :

$$B^{-1} = \mathbb{F}^{-T} \mathbb{F}^{-1} \tag{7}$$

L'hypothèse de l'élongation d'épaisseur constante permet d'obtenir le tenseur B^{-1} avec le découplage des élongations dans le plan et suivant l'épaisseur de la tôle. Le calcul des valeurs propres de B^{-1} donne deux élongations principales dans le plan λ_1 , λ_2 et leur matrice de transformation \mathbb{M} .

L'élongation d'épaisseur est calculée avec l'hypothèse d'incompressibilité. Finalement, les déformations logarithmiques sont obtenues par un calcul de valeurs propres :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbb{M} \begin{bmatrix} \ln(\lambda_1) & 0 & 0 \\ 0 & \ln(\lambda_2) & 0 \\ 0 & 0 & \ln\left(\frac{1}{\lambda_1 \lambda_2}\right) \end{bmatrix} \mathbb{M}^T = \mathbb{M} \ln \boldsymbol{\Lambda} \mathbb{M}^T \tag{8}$$

2.2. Equations constitutives

Dans l'AI la déformation élasto-plastique est supposée indépendante du trajet de chargement. Si on considère une tôle plane anisotrope, la plasticité peut être décrite par le critère de Hill avec la condition de contraintes planes :

$$\phi = \boldsymbol{\sigma}^T \mathbb{P} \boldsymbol{\sigma} - \bar{\sigma}^2 = 0 \ , \quad \boldsymbol{\sigma}^T = \langle \sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_{xy} \rangle \tag{9}$$

où $\bar{\sigma}$ est la contrainte plastique équivalente et la matrice \mathbb{P} est fonction du coefficient moyen d'anisotropie plane \bar{r} défini par les trois coefficients de Lankford. L'hypothèse de chargement proportionnel (radial) permet d'obtenir les relations suivantes entre les déformations plastiques totales et les contraintes totales :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_p = \frac{\bar{\varepsilon}_p}{\bar{\sigma}} \mathbb{P} \boldsymbol{\sigma} \quad [10]$$

où $\bar{\varepsilon}_p = \sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}_p^T \mathbb{P}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_p}$ est la déformation plastique équivalente. Les petites déformations élastiques sont calculées classiquement par :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_e = \mathbb{H}_e^{-1} \boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C} \boldsymbol{\sigma} \quad [11]$$

En utilisant les équations [10] et [11] on obtient la relation entre les déformations totales et contraintes de Cauchy :

$$\boldsymbol{\sigma} = \left(\mathbb{C} + \frac{1}{H_s} \mathbb{P} \right)^{-1} \boldsymbol{\varepsilon} \quad [12]$$

avec $H_s = \bar{\sigma} / \bar{\varepsilon}_p$. On peut alors calculer $\bar{\varepsilon}_p$ et HS en utilisant une estimation des déformations totales $\{\boldsymbol{\varepsilon}\}$, puis estimer les contraintes. Cette opération est effectuée à chaque point d'intégration numérique à travers l'épaisseur.

2.3. Formulation éléments finis

L'élément de coque DKT12 représenté sur la figure 3 est utilisé dans l'AI (Batoz *et al.*, 1998). Dans l'AI, le maillage en éléments finis est créé sur la pièce 3D finale connue. Le principe des travaux virtuels (PTV) est écrit sur cette configuration :

$$W = \sum_{elt} W^e = \sum_{elt} (W_{int}^e - W_{ext}^e) = 0 \quad [13]$$

où W_{int}^e est le travail virtuel interne élémentaire, W_{ext}^e est le travail virtuel externe élémentaire associé aux actions des outils.

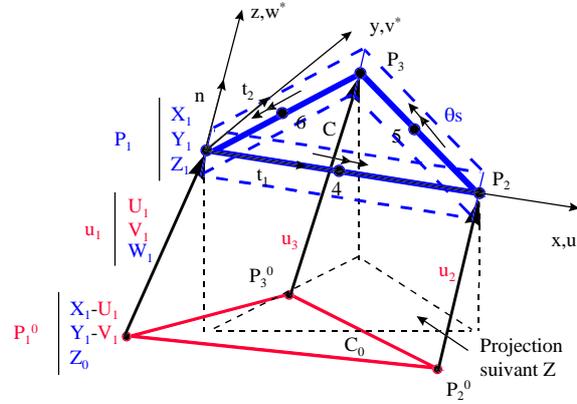


Figure 3. Elément de coque DKT12 (6 d.d.l. globaux dans l' AI)

2.3.1. Vecteur de forces internes

Le travail virtuel interne élémentaire est donné par l'expression suivante :

$$W_{int}^e = \int_{V^e} tr(\boldsymbol{\epsilon}^* \cdot \boldsymbol{\sigma}) dV = \int_{V^e} \langle \boldsymbol{\epsilon}_x^* \ \boldsymbol{\epsilon}_y^* \ \boldsymbol{\epsilon}_{xy}^* \rangle \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_x \\ \boldsymbol{\sigma}_y \\ \boldsymbol{\sigma}_{xy} \end{Bmatrix} dv \tag{14}$$

avec :

$$\boldsymbol{\epsilon}^* = \mathbf{e}^* + z \boldsymbol{\chi}^*, \quad \left(-\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} \right) \tag{15}$$

où $\boldsymbol{\epsilon}^*$ est composé des déformations virtuelles de membrane et de flexion, $\boldsymbol{\sigma}$ est le vecteur de contraintes planes de Cauchy, l'épaisseur h est supposée constante par élément.

Les déformations virtuelles de membrane sont discrétisées en utilisant l'élément CST et sont exprimées en fonction des déplacements virtuels nodaux en utilisant des approximations linéaires :

$$\mathbf{e}^* = \langle u_{,x}^* \ v_{,y}^* \ u_{,y}^* + v_{,x}^* \rangle^T = \mathbb{B}_m \mathbf{u}_n^* \tag{16}$$

avec : $\mathbf{u}_n^* = \langle u_1^* \ v_1^* \ w_1^* \ u_2^* \ v_2^* \ w_2^* \ u_3^* \ v_3^* \ w_3^* \rangle^T$

$$\mathbb{B}_m = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} y_{23} & 0 & 0 & y_{31} & 0 & 0 & y_{12} & 0 & 0 \\ 0 & x_{32} & 0 & 0 & x_{13} & 0 & 0 & x_{21} & 0 \\ x_{32} & y_{23} & 0 & x_{13} & y_{31} & 0 & x_{21} & y_{12} & 0 \end{bmatrix} \quad [17]$$

Où \mathbb{B}_m est la matrice classique de déformations constante.

Un élément de plaque de type Kirchhoff discret DKT6 (Batoz *et al.*, 1998) (similaire à l'élément de plaque de Morley) est utilisé pour la représentation des déformations de flexion (figure 4).

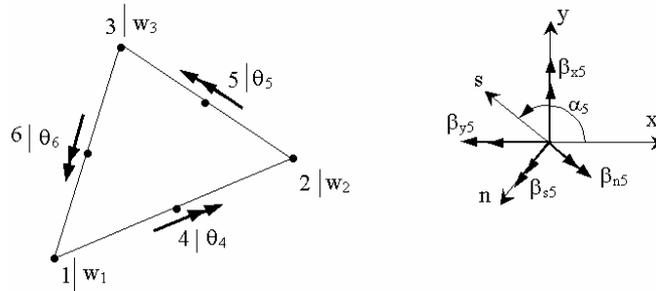


Figure 4. Elément de plaque DKT6

Pour définir les courbures virtuelles de l'élément DKT6, les rotations β_x et β_y de la normale à la coque sont exprimées linéairement en fonction des rotations aux milieux des côtés ($\beta_{xk}, \beta_{yk}, k = 4, 5, 6$ avec des approximations semi-C0). Ces dernières sont ensuite transformées dans le repère (s, n) avec s prend le sens et la direction du moment sur les côtés et n représente la normale entrant à l'élément ($\beta_{xk}, \beta_{yk} \Rightarrow \beta_{sk}, \beta_{nk}$).

L'hypothèse de Kirchhoff discret le long des côtés de l'élément est introduite afin d'exprimer β_{sk}^* en fonction des déplacements transversaux w_i^* et w_j^* aux deux nœuds sommets du coté. Ainsi l'élément DKT6 possède uniquement trois degrés de rotation aux milieux des côtés $\theta_{sk} = \beta_{nk}$ et trois degrés de translation w_j .

Dans l'AI les rotations virtuelles $\beta_{nk}^* = \theta_{sk}^*$ sont nulles puisque les rotations réelles aux nœuds milieux des côtés sont connues de la surface finale de l'embouti. Nous obtenons finalement l'opérateur de flexion [B_f] :

$$\boldsymbol{\chi}^* = \langle \beta_{x,x}^* \quad \beta_{y,y}^* \quad \beta_{x,y}^* + \beta_{y,x}^* \rangle^T = \mathbb{B}_f \mathbf{w}_n^* \quad [18]$$

avec : $\mathbf{w}_n^* = \langle w_1^* \quad w_2^* \quad w_3^* \rangle^T$

$$\mathbb{B}_f = \frac{1}{A} \begin{bmatrix} S_4 C_4 - S_6 C_6 & S_5 C_5 - S_4 C_4 & S_6 C_6 - S_5 C_5 \\ -S_4 C_4 + S_6 C_6 & S_5 C_5 - S_4 C_4 & S_6 C_6 - S_5 C_5 \\ -C_4^2 + S_4^2 + C_6^2 - S_6^2 & -C_5^2 + S_5^2 + C_4^2 - S_4^2 & -C_6^2 + S_6^2 + C_5^2 - S_5^2 \end{bmatrix} \quad [19]$$

où $S_4 = \sin \alpha_4$, $C_4 = \cos \alpha_4$, α_4 est l'angle d'inclinaison du côté $\overline{12}$ (figure 4), idem pour S_5 , C_5 , α_5 et S_6 , C_6 , α_6

L'élément de membrane CST et l'élément de flexion DKT6 sont superposés pour obtenir l'élément de coque DKT12, qui contient trois degrés de translation dans le repère local ($\langle u_i^* \quad v_i^* \quad w_i^* \rangle$, $i = 1, 2, 3$; puisque $\beta_{nk}^* = \theta_{sk}^* = 0$). Quand on passe au repère global, les déplacements verticaux imposés W_i permettent de réduire encore le nombre de degrés de liberté : seulement deux degrés de translation dans le plan U_i et V_i à chaque nœud sont des variables effectives dans le système des équations non linéaires.

Nous obtenons ainsi le vecteur des forces internes dans le repère local :

$$\mathbf{F}_{\text{int}}^e = \int_{V^e} (\mathbb{B}_m^T + z \mathbb{B}_f^T) \boldsymbol{\sigma} \, dz dA \quad [20]$$

L'intégration suivant l'épaisseur permet d'écrire le vecteur des forces internes en fonction des efforts de membrane constants \mathbf{N} et des moments de flexion constants \mathbf{M} .

$$\mathbf{F}_{\text{int}}^e = \int_{A^e} (\mathbb{B}_m^T \mathbf{N} + \mathbb{B}_f^T \mathbf{M}) dA \quad [21]$$

2.3.2. Vecteur de forces externes

L'AI est une méthode directe entre les configurations finale et initiale sans considération du trajet de déformations. L'action du serre-flan est remplacée par un vecteur de charges équivalentes dues au frottement :

$$\vec{f} = - 2 \mu q_n \vec{t} \quad [22]$$

où \vec{f} est la force de frottement tangentielle par unité de surface, q_n est la pression de serrage sur les deux peaux de la tôle, μ est le coefficient de frottement, \vec{t} est le vecteur unitaire représentant la direction de glissement.

Les actions du poinçon et de la matrice sont remplacées par une force de pression normale et une force de frottement tangentielle. Leur résultante est donnée par l'expression suivante :

$$\vec{P} = P \vec{n}^f \quad \text{avec} \quad \vec{n}^f = \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}} (\vec{n} - \mu \vec{t}) \quad [23]$$

L'intensité P de la force résultante est inconnue. En effet il y a trois équations d'équilibre pour trois inconnues par nœud: 2 déplacements horizontaux U,V (le déplacement vertical W est connu) et l'intensité de la résultante P :

$$\left\{ F_{ext}^k \right\} - \left\{ F_{int}^k \right\} = P^k \begin{Bmatrix} n_X^f \\ n_Y^f \\ n_Z^f \end{Bmatrix}_{ext} - \begin{Bmatrix} F_X^k(U,V) \\ F_Y^k(U,V) \\ F_Z^k(U,V) \end{Bmatrix}_{int} = 0 \quad (\text{au nœud } k) \quad [24]$$

L'intensité Pk peut être calculée en utilisant la troisième équation, ensuite Pk est remplacée dans les deux premières équations.

3. Approche inverse améliorée

3.1. Idée de base

Plusieurs travaux précédents (Guo *et al.*, 1990 ; Batoz *et al.*, 1997) ont montré que l'approche inverse estime bien les déformations ; par contre, les répartitions des contraintes (notamment dans la région du brin libre) sont entachées d'erreurs. Ceci provient essentiellement de la non-connaissance de l'histoire du trajet de déformation pour les éléments qui subissent beaucoup de déplacements. Dans ce qui suit nous présentons une méthode géométrique qui permet de tenir compte (dans une certaine mesure) de l'histoire de déformation tout en gardant un seul pas de calcul.

3.2. Méthode de calcul des courbures

Soit un point p se trouvant sur la surface moyenne d'une coque (figure 5). Au point p nous désirons estimer les courbures à la surface Ψ .

Au point p, nous pouvons définir une base covariante (Batoz *et al.*, 1992) $\mathbb{A} = [\mathbf{a}_1 : \mathbf{a}_2 : \mathbf{n}]$, les vecteurs \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 sont tangents aux directions définies par ξ ($\eta = Cste$) et η ($\xi = Cste$). Les composantes cartésiennes de \mathbf{a}_1 et \mathbf{a}_2 sont :

$$\mathbf{a}_1 = \left\langle X_{,\xi} \quad Y_{,\xi} \quad Z_{,\xi} \right\rangle^T ; \quad \mathbf{a}_2 = \left\langle X_{,\eta} \quad Y_{,\eta} \quad Z_{,\eta} \right\rangle^T \quad [25]$$

avec $X(\xi, \eta)$, $Y(\xi, \eta)$, $Z(\xi, \eta)$ les composantes cartésiennes du vecteur position du point p à la surface moyenne Ψ .

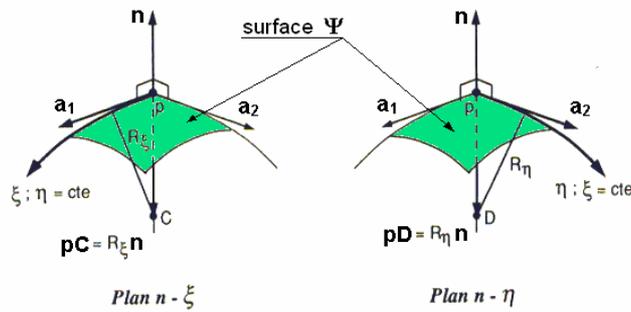


Figure 5. Rayons de courbure R_ξ et R_η

$$\mathbf{x}_p(\xi, \eta) = X(\xi, \eta) \mathbf{i} + Y(\xi, \eta) \mathbf{j} + Z(\xi, \eta) \mathbf{k}; \quad [26]$$

La courbure est associée aux tau de variation de \mathbf{n} ou de $d\mathbf{x}_p$. La propriété $\mathbf{n}^T \cdot d\mathbf{x}_p = 0$ conduit à :

$$II = \mathbf{n}^T \cdot d^2\mathbf{x}_p = d\xi^T \cdot \mathbf{b} \cdot d\xi \quad [27]$$

où II est la seconde forme fondamentale, $d\xi = \langle d\xi \ d\eta \rangle^T$ et :

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{n}^T \cdot \mathbf{a}_{1,\xi} & \mathbf{n}^T \cdot \mathbf{a}_{1,\eta} \\ \mathbf{n}^T \cdot \mathbf{a}_{2,\xi} & \mathbf{n}^T \cdot \mathbf{a}_{2,\eta} \end{bmatrix} \quad [28]$$

Dans le cas 1D (courbure d'une courbe), la courbure normale ρ de la courbe (C) est définie en p par :

$$\rho = \frac{1}{R} = \mathbf{n}^T \cdot \mathbf{t}_{,s} = -\mathbf{n}_{,s}^T \cdot \mathbf{t} \quad [29]$$

où R est le rayon de courbure à la courbe (C) au point p . De même les rayons de courbures R_ξ et R_η (figure 5) peuvent être calculés par :

$$\frac{1}{R_\xi} = \frac{\mathbf{n}^T \cdot \mathbf{a}_{1,\xi}}{\mathbf{a}_1^T \cdot \mathbf{a}_1} = \frac{\mathbf{b}_{11}}{\mathbb{A}_{11}} ; \quad \frac{1}{R_\eta} = \frac{\mathbf{n}^T \cdot \mathbf{a}_{2,\eta}}{\mathbf{a}_2^T \cdot \mathbf{a}_2} = \frac{\mathbf{b}_{22}}{\mathbb{A}_{22}} \quad [30]$$

La matrice \mathbf{b} (équation [28]) s'écrit en tenant compte de l'équation [27].

$$\mathbf{b} = - \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{,\xi}^T \cdot \mathbf{a}_1 & \mathbf{n}_{,\xi}^T \cdot \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{n}_{,\eta}^T \cdot \mathbf{a}_1 & \mathbf{n}_{,\eta}^T \cdot \mathbf{a}_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{,\xi}^T \\ \mathbf{n}_{,\eta}^T \end{bmatrix} [\mathbf{a}_1 ; \mathbf{a}_2] \quad [31]$$

C'est cette dernière formule que nous avons utilisée pour le calcul des courbures dans l'embouti final.

3.3. Technique de recherche du trajet de déformation d'un élément

L'AI classique n'estime pas bien la répartition des contraintes dans la partie du brin libre. Ceci est dû au fait que dans l'AI on a uniquement deux états : l'état initial et l'état final pour déterminer les déformations et les contraintes dans un élément donné.

Ceci pose des problèmes notamment pour les éléments ayant parcouru des zones de cambrage et de décambrage (telles que les rayons d'entrée matrice). Dans ce qui suit nous présentons une technique géométrique qui permet de déterminer de manière approximative la trajectoire (ou le chemin) parcourue par un élément depuis son point de départ dans le flan initial et jusqu'à l'état final dans l'embouti.

Considérons les deux configurations C et C0 de la figure 6. Un point p0 appartenant à un élément dans le flan initial est choisi. Le point p0 après emboutissage se retrouve en position p1 (voir figure 6). Afin de savoir si le point suivi p0 est passé par la ligne d'entrée matrice, nous procédons ainsi : on projette le vecteur déplacement p0p1 sur la surface finale de l'embouti, ce qui nous permet de déterminer la courbe P0P1 qui appartient à la surface de l'embouti.

Ensuite pour déterminer si le point p0 est passé par la ligne d'entrée matrice, nous procédons par une simple intersection entre la courbe P0P1 et la ligne entrée matrice cc'. Si l'intersection génère un point, ça veut dire que le point est passé par la ligne entrée matrice, sinon il n'est pas passé.

Une fois le résultat connu (le point est passé ou pas par la ligne d'entrée matrice), nous affectons ou pas (selon le cas) la courbure maximale à l'élément concerné. Dans le cas du test d'emboutissage de la tôle en « U », cette courbure maximale est la courbure principale $1/r_m$, où r_m représente le rayon d'entrée matrice.

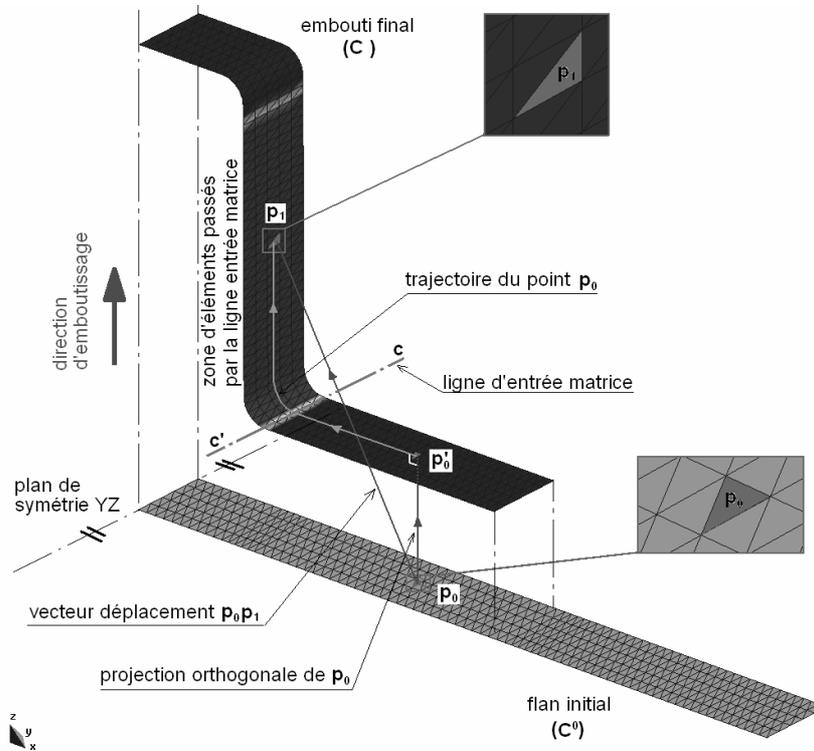


Figure 6. Suivi de la trajectoire de déformation d'un élément

REMARQUE.— Dans le cas général, nous avons deux courbures principales au point d'intersection entre la courbe $p_0 p_1$ et la ligne entrée matrice cc' . Il suffit ensuite de transformer ces deux courbures du repère principal vers le repère local de l'élément concerné.

3.4. Prise en compte des moments de cambrage

Une fois que les courbures sont estimées à partir du maillage et en se basant sur les formules de la section précédente, la deuxième étape consiste à estimer les moments de cambrage et de décambrage. En se basant sur la théorie de flexion élasto-plastique de poutres 2D, et en supposant que la tôle est en déformation plane, nous procédons ainsi pour l'estimation des moments.

La figure 7 représente la flexion d'une poutre d'épaisseur h suite à l'application d'un moment M . Dans le cas d'une flexion pure ($d = 0$ et $r_n = r_m = R$) on peut donc

exprimer la flexion linéaire en fonction du rayon de courbure R et de la distance z à la fibre moyenne soit :

$$\varepsilon_\theta = z \chi = \frac{z}{R} \quad [32]$$

Dans le cas d'une poutre plane, si on néglige la contrainte radiale ($\sigma_r = 0$), on peut exprimer la contrainte circonférentielle comme suit :

$$\begin{cases} \sigma_\theta^e = E \varepsilon_\theta & \rightarrow \text{si } \bar{\varepsilon} \leq \varepsilon_y \\ \sigma_\theta^p = \text{signe}(\varepsilon_\theta) A K |\varepsilon_\theta|^n & \rightarrow \text{si } \bar{\varepsilon} > \varepsilon_y \end{cases} \quad [33]$$

avec : E : le module d'Young, K et n les variables de la loi d'écroutissage, ε_y est la limite élastique du matériau, $\bar{\varepsilon} = A \cdot \varepsilon_\theta$ la déformation équivalente et A est un paramètre d'anisotropie.

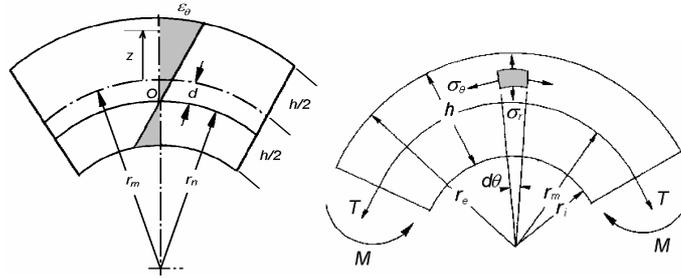


Figure 7. Flexion d'une poutre

Le moment de flexion peut être exprimé par la somme d'une partie élastique et d'une partie plastique.

$$M = \int_{-h/2}^{h/2} z \sigma_\theta dz = \int_{-z_e}^{z_e} z \sigma_\theta dz + \int_{-h/2}^{-z_e} z \sigma_\theta dz + \int_{z_e}^{h/2} z \sigma_\theta dz = M^e + M^p \quad [34]$$

où z_e est le point d'intersection des régions élastique et plastique.

3.4.1. Partie élastique

On peut exprimer le moment élastique M^e par :

$$M^e = 2 \int_0^{z_e} E \cdot \frac{z^2}{R} \cdot dz \quad [35]$$

ce qui donne :

$$M^e = \frac{2 E}{3 R} z_e^3 \quad [36]$$

3.4.2. Partie plastique

Le moment plastique peut être estimé par :

$$M^p = \int_{-h/2}^{-z_e} -z A K \left(\frac{-z}{R} \right)^n dz + \int_{z_e}^{h/2} z A K \left(\frac{z}{R} \right)^n dz \quad [37]$$

Après calcul nous obtenons :

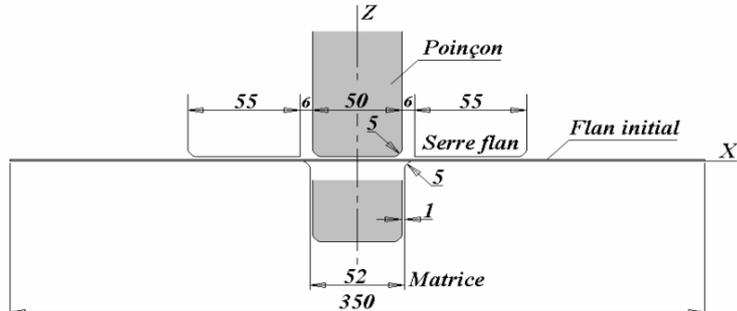
$$M^p = \frac{2 A K}{(n+2) R^n} \left(\left(\frac{h}{2} \right)^{n+2} - z_e^{n+2} \right) \quad [38]$$

4. Applications numériques

4.1. Simulation d'emboutissage de la tôle en forme de U

Afin de montrer les limites de l'Approche Inverse classique, nous présentons dans ce qui suit le test d'emboutissage d'une tôle en « U » qui a été proposé dans la conférence internationale Numisheet'93 (Makinouchi *et al.*, 1993). Les données géométriques et mécaniques sont portées sur la figure 5. Pour des raisons de symétrie, seul le quart de la structure est étudié.

Pour le calcul avec l'AI, nous avons maillé le quart de l'embouti avec 800 éléments de coque DKT12 (figure 9). Pour l'intégration numérique dans l'épaisseur nous utilisons 5 points de Lobatto.



$$r_0 = 1.79, r_{45} = 1.51, r_{90} = 2.27 \quad E = 206000 \text{ MPa}, \nu = 0.3, h^0 = 0.78 \text{ mm}$$

$$\bar{\sigma} = 565.32 (0.007117 + \varepsilon_p)^{0.2589} \text{ MPa} \quad F_{\text{Serre flan}} = 2.45 \text{ KN}, \mu = 0.144, Z = 70 \text{ mm}$$

Figure 8. Description mécanique et géométrique de la tôle en U

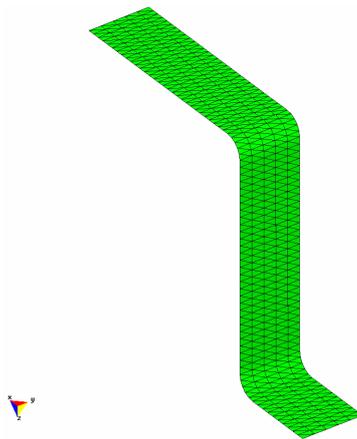


Figure 9. Maillage EF de l'embouti (800 éléments DKT12)

Pour la comparaison de nos résultats nous avons utilisé deux codes industriels. Le premier est ABAQUS® (Hks, 2003) en statique implicite avec un maillage régulier de 232×20 éléments de coque quadrilatères S4R. Le deuxième code est STAMPACK® (Quantech, 2003) en dynamique explicite avec un maillage régulier de 200×20 éléments de coque T3 (à trois ddl par nœud : BST)

Dans un premier temps nous examinons les répartitions de la déformation principale sur la fibre supérieure obtenues à la fin de l'emboutissage (les mêmes remarques peuvent être faites pour la fibre inférieure). Nous remarquons d'après la

Figure 10 une bonne concordance de nos résultats avec ceux obtenus avec ABAQUS®.

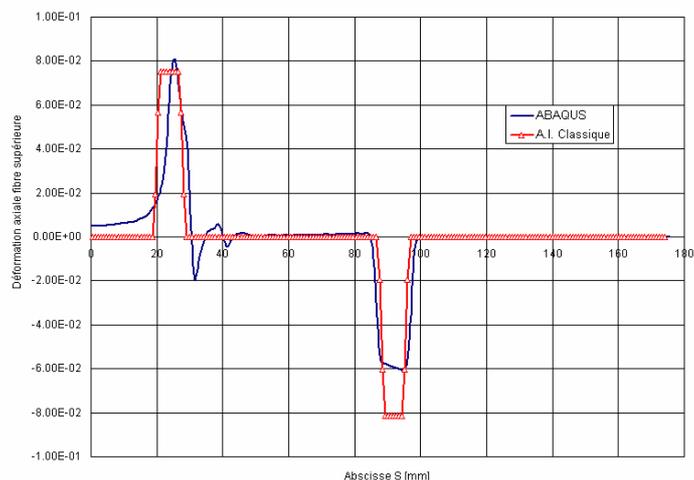


Figure 10. Distribution de la déformation axiale sur la fibre supérieure

La situation est complètement différente lorsqu'on s'intéresse à la distribution de contrainte (figure 11). Nous remarquons que notre calcul donne deux pics : le premier au niveau du rayon poinçon et le deuxième au niveau du rayon matrice. Toutes les autres régions de la tôle ont des valeurs de contraintes quasiment nulles. Nous en concluons que l'approche inverse peut donner dans certaines régions de la tôle des résultats très éloignés de ceux obtenus par ABAQUS. Pour le test de « U », la région où les contraintes sont fausses est celle du brin libre c'est-à-dire celle qui est comprise entre les deux rayons (poinçon et matrice). Ceci s'explique par le fait que les contraintes résiduelles formées dans cette région, sont dues aux effets de cambrage/décambrage subis par la tôle lors de son passage par le rayon d'entrée matrice.

Nous présentons maintenant les résultats obtenus en utilisant notre Approche Inverse Améliorée (AIA). Sur la figure 12 nous présentons les variations des contraintes axiales sur les fibres supérieures. Nous constatons que les résultats obtenus par l'AIA sont en bonne concordance avec ceux obtenus par ABAQUS®. Donc notre Approche Inverse Améliorée a pu détecter la bande d'éléments qui sont passés par le rayon d'entrée matrice et a tenu compte de l'effet du cambrage/décambrage (l'historique de déformations) subis par ces éléments.

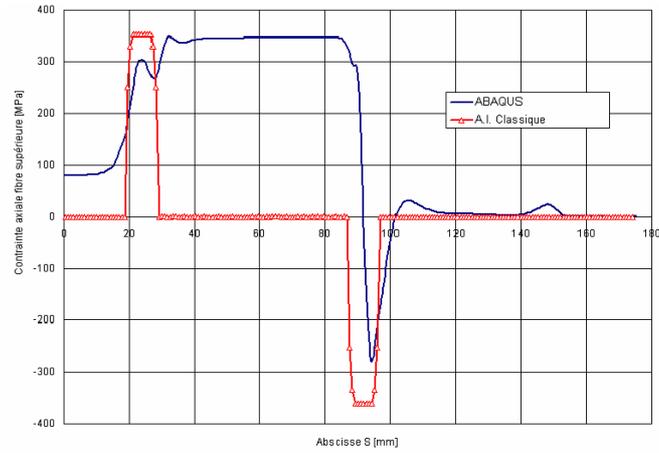


Figure 11. Distribution de la contrainte axiale sur la fibre supérieure

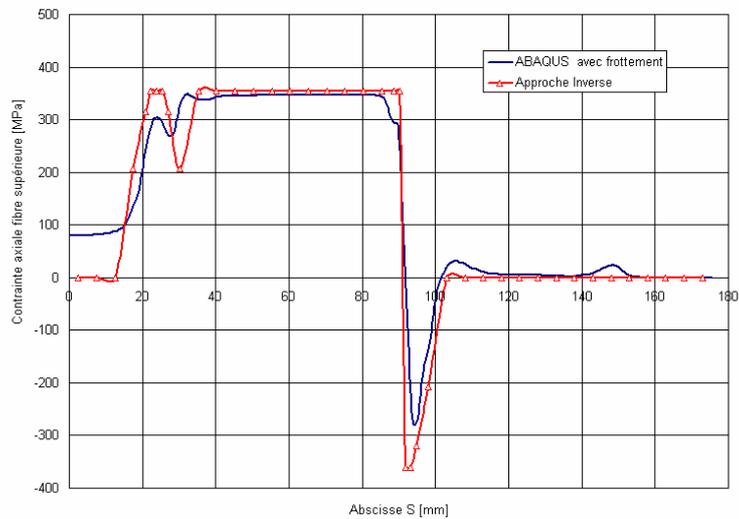


Figure 12. Distribution des contraintes axiales (Fibre supérieure)

Les mêmes remarques sont faites pour la distribution du moment de flexion M en comparant nos résultats avec ceux obtenus par STAMPAK®. Nos résultats sont en très bon accord avec ces deux logiciels. Nous pouvons ainsi espérer avoir de bons résultats pour l'estimation du retour élastique.

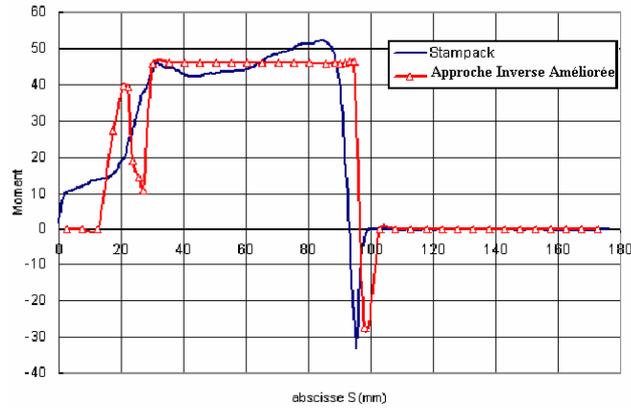


Figure 13. Distribution du moment de flexion M

4.2. Etude de l'influence du rayon matrice

Afin d'étudier l'influence du rayon de la matrice sur les résultats nous avons choisi trois valeurs différentes de rayon d'entrée matrice ($r_m = 5mm$, $r_m = 10mm$, $r_m = 20mm$). D'après la répartition de la contrainte axiale en fonction de l'abscisse curviligne (figure 14), nous constatons une très bonne concordance de nos résultats par rapport à ceux d'ABAQUS Standard et ce pour les différentes valeurs de rayon. Ainsi nous pouvons conclure que quel que soit le rayon d'entrée matrice, les résultats obtenus par l'AIA sont corrects et que l'AIA est fiable.

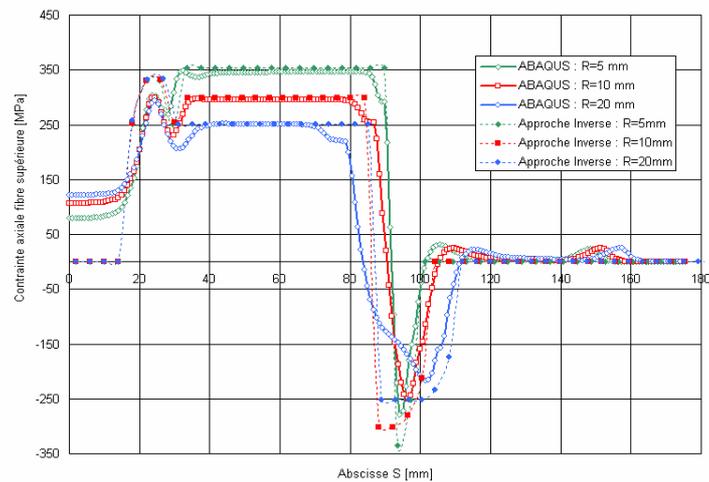


Figure 14. Distribution des contraintes axiales sur la fibre inférieure

4.3. Etude de l'influence du matériau

Propriété	Al6022-T4	CRDDQ	HRHSLA80
E [MPa]	70000	203395	210000
ν	0.32	0.30	0.30
ρ [Kg/m ³]	2799	7800	7860
K [MPa]	490.76	571.85	978.43
n	0.23	0.23	0.12
σ_y [MPa]	160	172	586
μ	0.15	0.15	0.15
r	0.542	1.8	1

Tableau 1. Propriétés des matériaux

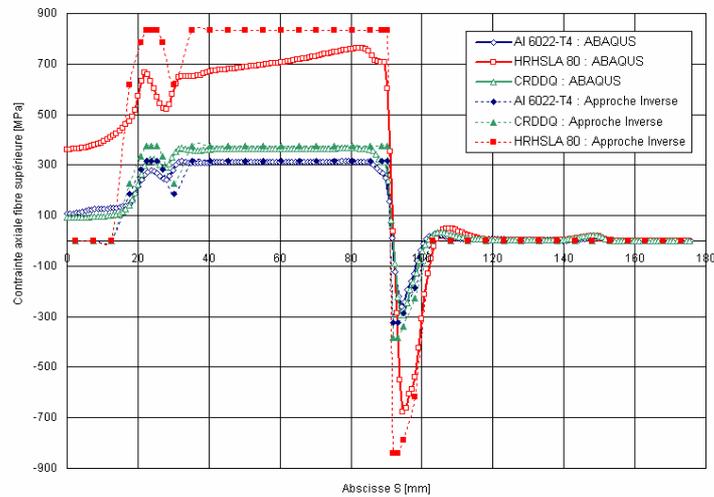


Figure 15. Distribution des contraintes axiales sur la fibre inférieure

Nous avons étudié également l'influence du matériau sur la qualité des résultats de l'AIA. Trois types de matériau ont été étudiés (un alliage d'aluminium de type Al6022-T4, un acier à haute limite d'élasticité HRHSLA80 et un acier doux de type CRDDQ, voir tableau 1). Le rayon entrée matrice est fixé à 5 mm. D'après la

répartition de la contrainte axiale en fonction de l'abscisse curviligne (figure 15), nous constatons une très bonne concordance de nos résultats par rapport à ceux d'ABAQUS Standard concernant les matériaux AI6022-T4 et CRDDQ. Cependant nous remarquons une légère différence entre les résultats concernant l'acier à haute limite d'élasticité HRHSLA80. Ceci peut être expliqué par le fait de la présence de déformations élastiques importantes.

4.4. Emboutissage de la boîte carrée de Numisheet'93

Comme deuxième exemple d'application nous avons étudié l'emboutissage de la boîte carrée proposée dans le benchmark de la conférence internationale de Numisheet 1993 (Makinouchi *et al.*, 1993). Il s'agit de simuler l'emboutissage d'une boîte à rayons constants de 8 mm pour une profondeur de 25 mm, à partir d'un flan carré de 150 mm x 150 mm (figure 16). Nous avons maillé le quart de la boîte par 8 628 éléments et 4 435 nœuds (figure 17).

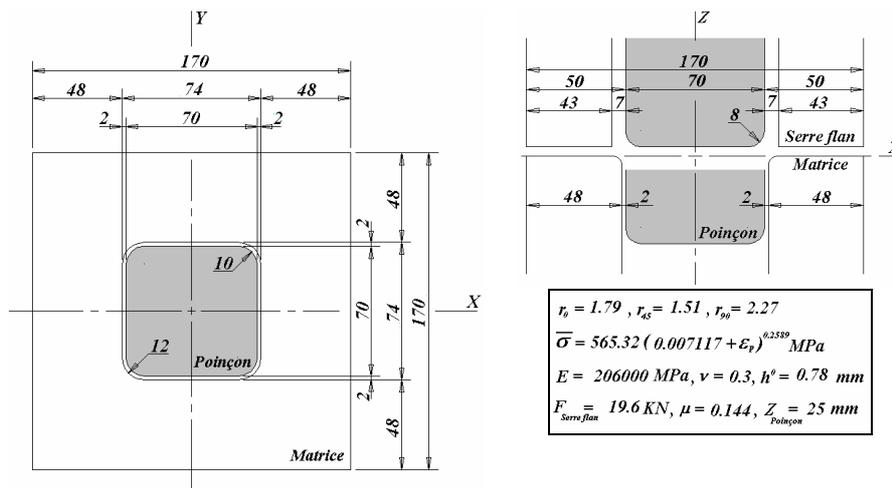


Figure 16. Description géométrique et mécanique de la boîte carrée

Pour le calcul sur ABAQUS Standard, nous avons maillé la même pièce avec 4 096 éléments quadrangulaires de coque S4R (HKS, 2003).

Sur la figure 18 nous avons présenté les distributions des contraintes. Comme pour le test précédent (emboutissage de la tôle en U) nous pouvons constater que, contrairement à l'AI classique, notre AIA estime bien la répartition des contraintes dans la partie du brin libre (zone entre rayon poinçon et rayon matrice). Ceci est dû au fait que l'AIA prend en considération l'historique de déformation des éléments étant passés par les rayons d'entrée matrice.

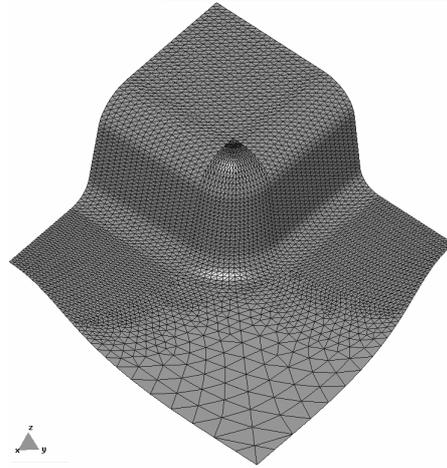


Figure 17. Maillage du quart de la boîte carrée (8626 élément DKT12)

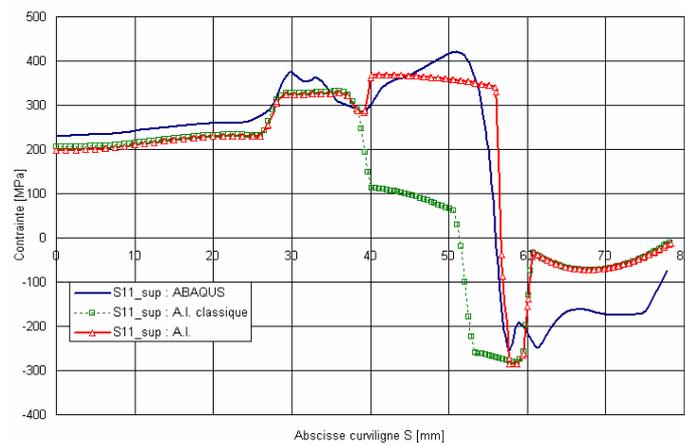


Figure 18. Distribution de la contrainte maximale sur la fibre supérieure

4.5. Simulation du retour élastique de la tôle en forme de U

Nous reprenons l'exemple de l'emboutissage de la tôle en « U » pour effectuer la simulation du retour élastique. Après retrait des outils, la forme en « U » n'est pas conservée figure 19. Le but ici est de calculer les paramètres d'ouverture : θ_1 , θ_2 , ρ .

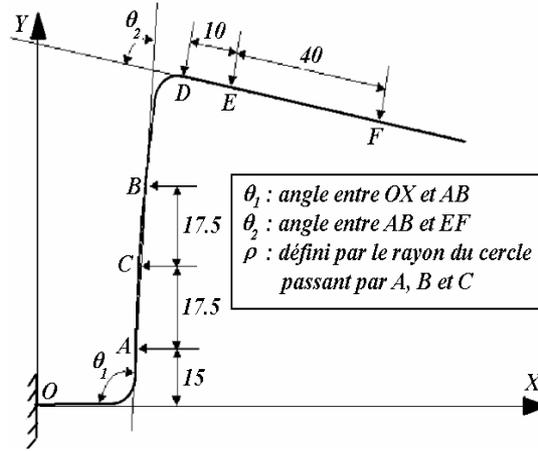


Figure 19. Profil du « U » après retrait d'outils

θ_1 [°]	θ_2 [°]	ρ [mm]
99.94	80.08	233.62

Tableau 2. Résultats des calculs de retour élastique

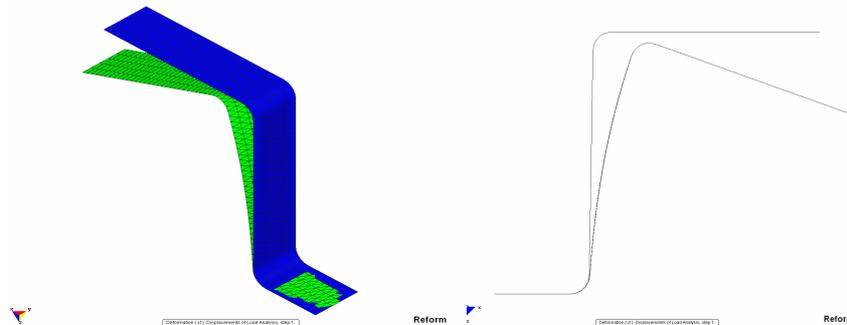


Figure 20. Forme de la tôle avant et après retrait des outils

La simulation d'emboutissage est faite avec le code REFORM en utilisant la nouvelle formulation de l'AI (prise en compte de la trajectoire de déformation). Les efforts internes de membrane et de flexion obtenus par l'AI sont utilisés pour effectuer l'analyse non linéaire géométrique. Cette analyse non linéaire est effectuée

en considérant le même maillage d'éléments DKT12 et une Formulation Lagrangienne Actualisée à chaque Itération (FLAI).

La procédure de décharge a été effectuée avec 10 incréments de pas, la convergence est obtenue en 4~5 itérations par pas de décharge. La figure 20 représente les deux configurations avant et après décharge (retour élastique) en utilisant le code REFORM. Les résultats du retour élastique sont illustrés dans le tableau 2.

Après simulation du retour élastique, nous relevons les déformations θ_1 , θ_2 et ρ (représentées sur la figure 19) pour comparer nos résultats avec les logiciels ABAQUS et STAMPACK, ainsi que le temps CPU.

Méthode	Nb d'éléments	θ_1 [°]	θ_2 [°]	ρ [mm]	Temps CPU
Dynamique explicite (STAMPACK)	BST (4 000) T3	97.98	80.02	335.01	1h 18m 49s
Statique implicite (ABAQUS)	S4R (4 640) Q4	97.88	80.98	239.09	140h 15m 02s
GATI (A.P.I. avec 16 pas)	DKTRF (9 280) T3	104	81	154	1h 20m 22s
Notre Approche inverse en 1 pas (REFORM)	DKT12 (800) T6	99.94	80.08	233.62	5 s
Numisheet'93	Simulation	99	82	240	
	Expérience	99.2	82.1	----	

Tableau 3. Résultats des calculs de retour élastique

Nous présentons sur le tableau 3 les moyennes des résultats expérimentaux et de simulations de la conférence internationale de Numisheet'93 (Makinouchi *et al.*, 1993). Si l'on s'intéresse aux temps CPU, nous remarquons d'abord en comparant les deux codes utilisant des approches incrémentales qui nous servent de référence, que le calcul sur STAMPACK (dynamique explicite) est environ 107 fois plus rapide que le calcul sur ABAQUS standard (statique implicite). Cette différence s'explique par le fait qu'en statique implicite à chaque pas on doit vérifier l'équilibre, donc la taille du pas doit être très petite pour assurer la convergence, chose qui n'est pas vérifiée en dynamique explicite.

Nous remarquons, par ailleurs, que le temps de calcul de notre Approche Inverse Améliorée est très faible par rapport à toutes les autres méthodes, y compris celle de Gati *et al.* (2003) qui a proposé l'Approche Pseudo Inverse consistant à définir des configurations intermédiaires et à effectuer une intégration élasto-plastique des déformations. Concernant le retour élastique nous remarquons que nos résultats sont très proches de ceux obtenus avec ABAQUS ainsi que ceux de Numisheet'93. Les résultats de STAMPACK et de l'Approche Pseudo Inverse (Gati *et al.*, 2003) restent relativement loin de la solution de référence et ce même avec un maillage assez fin.

5. Conclusion

Dans la nouvelle Approche Inverse Améliorée, les contributions de déformations et contraintes dues à l'effet de cambrage/décambrage sont calculées analytiquement, en utilisant les informations géométriques relatives au passage des points matériels par les rayons d'entrée matrice. La validation des résultats de l'Approche Inverse Améliorée est faite en utilisant les codes industriels explicites STAMPACK® et statique implicite ABAQUS®. Les résultats obtenus par ces codes incrémentaux montrent que l'AIA permet une bonne estimation des contraintes en fin d'emboutissage. Les efforts résultants améliorés ainsi que la forme finale de la pièce emboutie sont utilisés pour le calcul du retour élastique en adoptant une Formulation Lagrangienne Actualisée à chaque itération (FLAI) et en utilisant les éléments de coque DKT12. Les résultats (géométrie finale après retrait des outils) montrent que l'AIA permet une bonne estimation des efforts du retour élastique dans un temps de calcul extrêmement faible.

6. Bibliographie

- Abdelsalam U, Sikorski A, Karima M., « Application of one step springback for product and early process feasibility of sheet metal forming », *Numisheet'99*, [1], 1999, p. 47-52.
- Batoz J.L., Dhatt G., *Modélisation des structures par éléments finis*, vol. 3, Paris, Hermès, 1992.
- Batoz J.L., Guo Y.Q., « Analysis and design of sheet forming parts using a simplified inverse approach », *Complas V*, Barcelona, Spain, 1997, p. 178-185.
- Batoz J.L., Guo Y.Q., Mercier F., « The inverse approach with simple triangular shell elements for large strain predictions of sheet metal forming parts », *Engineering Computations*, vol. 15, n° 6-7, 1998, p. 864-892.
- Chang S.H., Shin J.M., Heo Y.M., Seo D.G., « Springback characteristics of the tailor-welded strips in U-bending », *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 130-131, 2002, p. 14-19.
- Chou I.N., Hung C., « Finite element analysis and optimization on springback reduction », *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, vol. 39, 1999, p. 517-536.

- Elsharkawy A.A., El-Domiatiy A.A., « Determination of stretch-bendability limits and springback for T-section beams », *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 110, 2001, p. 265-276.
- Esat V., Darendeliler H., Gokler M.I., « Finite element analysis of springback in bending of aluminum sheets », *Materials and Design*, vol. 23, 2002, p. 223-229.
- Gantar G., Pepelnjak T., Kuzman K., « Optimization of sheet metal forming processes by the use of numerical simulations », *Journal of Materials Processing Technology*, n° 130-131, 2002, p. 54-59.
- Gati W., Approche Pseudo Inverse pour simulations rapides du procédé d'emboutissage et de retour élastique des pièces en tôles minces, Thèse de Doctorat, UTC, 2002.
- Gati W., Guo Y.Q., Naceur H., Batoz J.L., « Approche Pseudo Inverse pour estimation des contraintes dans les pièces embouties axisymétriques », *Revue européenne des éléments finis*, vol. 12, p 863-886, décembre 2003.
- Gau J.T., Kinzel G.L., « A new model for springback prediction in which the Bauschinger effect is considered », *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 43, 2001, p. 1813-1832.
- Gelin JC, Picart P, Eds. Proceedings of Numisheet'99, *4th Int. Conf. and Workshop on Num, Simulation of 3D Sheet Forming Process*, Besançon, Sept. 1999.
- Guo Y.Q., Batoz J.L., Detraux J.M., Duroux P., « Finite element procedures for strain estimations of sheet metal forming parts », *IJNME*, (39), 1990, p. 1385-1401.
- Hino R., Goto Y., Yoshida F., « Springback of sheet metal laminates in draw-bending », *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 139, 2003, p. 341-347.
- HKS, *ABAQUS user's manual - version 6.2*, USA, Edition HKS, 2003.
- Lia X., Yanga Y., Wanga Y., Baoa J., Li S., « Effect of the material-hardening mode on the springback simulation accuracy of V-free bending », *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 123, 2002, p. 209-211.
- Liu G., Lin Z., Bao Y., « Improving dimensional accuracy of a u-shaped part through an orthogonal design experiment », *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 39, 2002, p. 107-118.
- Livatyali H., Kinzel G.L., Altan T., « Computer aided die design of straight flanging using approximate numerical analysis », *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 142, 2003, p. 532-543.
- Makinouchi A., Nakamachi E., Onate E., Wagoner R.H., « 2nd Int. Conf. on Numerical Simulation of 3D Sheet Forming processes. Verification of Simulation with Experiment », *NUMISHEET'93*, 1993.
- Mattiasson K., Thilderkvist P., Strange A., Samuelsson A., « Simulation of springback in sheet metal forming », *Proceedings of Numiform'95*, New York, 1995, p. 115-124.
- Nishinoa S., Ohwab K., Naruishi K., « Proposal for reducing press working load and highly accurate evaluation of springback error in bending automobile sheet metal », *JSAE Review*, vol. 24, 2003, p. 283-288.

- Palaniswamy H., Ngaile G., Altan T., « Optimization of blank dimensions to reduce springback in the flexforming process », *Journal of Materials Processing Technology*, Volume 146, Issue 1, 15 February 2004, Pages 28-34
- Papeleux L., Ponthot J., « Finite element simulation of springback in sheet metal forming », *Journal of Materials Processing Technology*, 125-126, 2002, p. 785-791.
- Quantech ATZ, *Stampack user guide - version 5.3*, Edificio Nexus, Gran Capitán, 2-4, Barcelona, Spain, 2003.
- Samuel M., « Experimental and numerical prediction of springback and side wall curl in U-bending of anisotropic sheet metals », *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 105, 2000, p. 382-393.
- Shu J.S., Hung C., « Finite element analysis and optimization of Springback reduction: the « double-bend » Technique », *Int. J. Mach. Tools Manufact*, vol. 36., n° 4, 1996, p. 423-434.
- Xue P., Yu T.X., Chu E., « An energy approach for predicting springback of metal sheets after double curvature forming, Part I: axisymmetric stamping », *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 43, 2001, p. 1893-1914.
- Yamamur N., Kuwabara T., Makinouchi A., Teodosiu C., « Springback simulation by the static explicit FEM code, using a new algorithm for canceling non-equilibrated forces », *Proceedings of Numiform'01*, Toyohashi, Japan 2001, p. 699-704.
- Yoon J.W., Pourboghrat F., Chung K., Yang D.Y., « Springback prediction for sheet metal forming process using a 3D hybrid membrane/shell method », *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 44, 2002, p. 2133-2153.