
Approche multirésolution pour l'étude paramétrique d'assemblages par contact et frottement

Pierre-Alain Boucard* — **Laurent Champaney****

* *LMT Cachan - ENS Cachan/CNRS/Paris VI*
61 av. du Pt Wilson - 94235 Cachan
Pierre-Alain.Boucard@lmt.ens-cachan.fr

** *LEMA - Univ. de Versailles/CNRS*
45 av. des États Unis - 78035 Versailles Cedex
Laurent.Champaney@meca.uvsq.fr

RÉSUMÉ. L'objet de ce travail est de développer une application de la méthode LATIN [LAD 99] pour l'étude paramétrique d'assemblages incluant de multiples zones de contact avec frottement. Chaque configuration d'un assemblage correspond à un choix de valeurs des paramètres (coefficient de frottement, précontrainte). Plutôt que de réaliser un calcul complet pour chaque jeu de paramètres, nous exploitons la capacité de la méthode LATIN à réutiliser la solution d'un problème donné (associé à un jeu de paramètres) pour en résoudre d'autres.

ABSTRACT. The objective of this work is to develop a suitable strategy for the parametric analysis of assemblies including contact with friction. Each configuration of an assembly is associated with a choice of values of the parameters (coefficient of friction, prestress). Rather than to carry out a complete calculation for each set of parameters, we use the capacity of the LATIN method [LAD 99] to re-use the solution of a given problem (associated with a set of parameters) to solve others of them.

MOTS-CLÉS : assemblages, contact, frottement, incertitudes, études paramétriques.

KEYWORDS: assemblies, contact, friction, uncertainties, parametric study.

1. Introduction

La prise en compte des incertitudes lors de la conception d'une structure représente un véritable challenge. Les incertitudes peuvent affecter les propriétés mécaniques et géométriques, les conditions aux limites (incluant le contact avec frottement), le chargement (amplitude et distribution), etc. Pour explorer l'espace de conception de la structure, on peut alors échantillonner les intervalles de variations des paramètres et effectuer un calcul pour chaque jeu de paramètres de conception. Ici, les paramètres de conception sont typiquement les valeurs des coefficients de frottement entre les composants d'un assemblage et les précontraintes éventuelles.

L'exploration de l'espace de conception, en prenant en compte ces incertitudes sur les paramètres, est un problème complexe lié au fait que l'on doit prendre en compte les non-linéarités de comportement (ici le contact avec frottement). La méthode de perturbation [BEN 88, MAC 97] est une des approches que l'on peut utiliser pour déterminer de telles réponses. Depuis quelques années, de nombreuses études utilisent les éléments finis stochastiques qui sont capables de prendre en compte les incertitudes [KLE 92]. Ces dernières ne sont pas encore utilisées pour des problèmes de contact.

L'objectif du travail présenté ici est de développer une stratégie performante adaptée à la multirésolution de problèmes incluant des incertitudes. La méthode LATIN [LAD 99] est une méthode non incrémentale, en rupture avec les techniques incrémentales classiques, qui résout le problème de structure sur tout l'intervalle de chargement en un seul incrément, qui n'est *a priori* pas limité et semble à ce titre prometteuse. La stratégie proposée ici s'appuie sur une spécificité de la méthode qui permet de réutiliser la solution obtenue pour un jeu de paramètres pour résoudre d'autres problèmes similaires (associés à d'autres jeux de paramètres). Cette approche a déjà été utilisée avec succès dans le cadre de la résolution paramétrique de problèmes en viscoplasticité et en grandes transformations [BOU 99] ainsi que dans des problèmes d'identification [ALI 01].

Dans ce papier, nous considérons le cas d'assemblages de structures, reliées par des zones de contact avec frottement et nous nous limiterons à des chargement quasi statiques. On trouvera dans [BOU 03] une présentation détaillée de la stratégie multirésolution utilisée dont nous rappelons les grands principes. Deux nouvelles applications sont présentées dans ce papier concernant l'essai Brinell et un assemblage tridimensionnel de plaques boulonnées.

2. La méthode LATIN

Nous rappelons les points principaux de la méthode LATIN. Une présentation détaillée de la méthode peut être trouvée dans [LAD 99] et son application au cas particulier des problèmes de contact avec frottement dans [CHA 95].

2.1. Décomposition d'un assemblage

Un assemblage est composé d'un ensemble de sous-structures qui communiquent au travers d'interfaces (voir figure 1). Chaque interface est une entité mécanique à part entière qui possède ses propres inconnues et relations de comportement. Deux sous-structures reliées par une interface $\Gamma^{EE'}$ sont notées Ω_E et $\Omega_{E'}$. Les variables d'interface sont deux champs de forces \mathbf{f}^E et $\mathbf{f}^{E'}$ et deux champs de vitesses $\dot{\mathbf{w}}^E$ et $\dot{\mathbf{w}}^{E'}$ (figure 1).

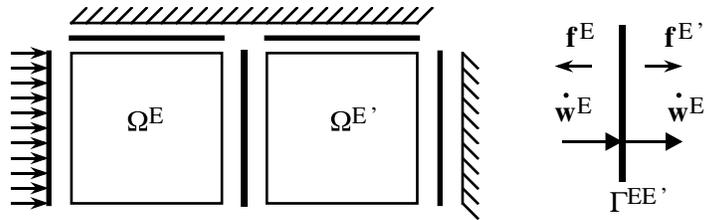


Figure 1. Décomposition d'un assemblage et variables d'interface

2.2. Problème pour les sous-structures

Le champ de déplacement en tout point M de Ω_E et à tout instant t de $[0, T]$ est noté $\mathbf{u}^E(M, t)$; l'espace associé est $\mathcal{U}^{[0, T]}$. ϵ est le champ de déformation et l'état de la structure est caractérisé par le champ de contrainte σ^E . Le problème mécanique à résoudre sur chaque sous-structure est de trouver les champs de déplacement $\mathbf{u}^E(M, t)$ et de contrainte $\sigma^E(M, t)$ tels que :

– admissibilité cinématique :

$$\epsilon = \epsilon(\mathbf{u}^E); \quad \mathbf{u}^E(M, t)|_{\partial\Omega_E} = \mathbf{w}^E(M, t); \quad \mathbf{u}^E \in \mathcal{U}^{[0, T]} \quad [1]$$

– équilibre : $\forall \dot{\mathbf{u}}^* \in \mathcal{U}^{[0, T]}$

$$\int_{\Omega_E} Tr(\sigma^E \epsilon(\dot{\mathbf{u}}^*)) d\Omega_E - \int_{\Omega_E} \mathbf{f}_d \cdot \dot{\mathbf{u}}^* d\Omega - \int_{\partial\Omega_E} \mathbf{f}^E \cdot \dot{\mathbf{u}}^* dS = 0 \quad [2]$$

où $\dot{\mathbf{u}}^*$ un champ de vitesses virtuelles.

– comportement élastique : $\forall M \in \Omega_E$ et $\forall t \in [0, T]$,

$$\sigma^E(M, t) = \mathbf{D}\epsilon(\mathbf{u}^E(M, t)) \quad [3]$$

où \mathbf{D} est l'opérateur de Hooke.

2.3. Problème sur les interfaces

Le problème mécanique à résoudre sur chaque interface est de trouver les forces ($\mathbf{f}^E(M, t)$ et $\mathbf{f}^{E'}(M, t)$) et les vitesses ($\dot{\mathbf{w}}^E(M, t)$ et $\dot{\mathbf{w}}^{E'}(M, t)$) telles que :

– équilibre : $\forall M \in \Gamma^{EE'}$ et $\forall t \in [0, T]$,

$$\mathbf{f}^E(M, t) + \mathbf{f}^{E'}(M, t) = 0 \quad [4]$$

– comportement : $\forall M \in \Gamma^{EE'}$ et $\forall t \in [0, T]$,

$$\mathbf{f}^E(M, t) = \mathcal{R}(\dot{\mathbf{w}}^{EE'}(M, \tau), \tau \in [0, t]) \quad [5]$$

où le comportement est écrit sous la forme d'une loi d'évolution non linéaire \mathcal{R} entre les forces et le saut de vitesse $\dot{\mathbf{w}}^{EE'}$ au travers de l'interface définie par :

$$\dot{\mathbf{w}}^{EE'} = \dot{\mathbf{w}}^{E'} - \dot{\mathbf{w}}^E \quad [6]$$

Par exemple, si l'interface est une interface de type parfaite entre deux sous-structures, le comportement s'écrira : $\dot{\mathbf{w}}^{EE'}(M, t) = 0$, soit $\mathcal{R}^{-1} = 0$. On ne décrira pas ici dans le détail les différents comportements possibles tels que, par exemple, le contact avec frottement de Coulomb dont on trouvera une présentation complète dans [BOU 03].

2.4. L'algorithme LATIN

L'approche LATIN est utilisée pour résoudre le problème. La solution s du problème est décrite par un ensemble de champs dépendants du temps sur les sous-structures et les interfaces :

$$s = \bigcup_E s^E \quad ; \quad s^E = \{\mathbf{u}^E(M, t), \sigma^E(M, t), \dot{\mathbf{w}}^E(M, t), \mathbf{f}^E(M, t)\} \quad t \in [0, T]$$

L'approche LATIN se base sur une séparation des difficultés pour ne pas résoudre simultanément un problème global et non linéaire. Les équations sont donc séparées en deux groupes qui suivent le schéma suivant :

– l'ensemble \mathcal{A}_d des éléments s^E associés aux équations *linéaires* relatives aux sous-structures (Eq. 1 à 3)

– l'ensemble Γ des éléments s^E associés aux équations *locales* (éventuellement non-linéaires) relatives aux interfaces (Eq. 4 et 5)

La recherche de la solution (*i.e.* à l'intersection des deux ensembles \mathcal{A}_d et Γ) se fait itérativement en construisant des approximations successives de la solution s qui vérifient alternativement chacun des deux groupes d'équations. Ainsi chaque itération de la méthode est composée de deux étapes :

étape locale : connaissant $s_n \in \mathcal{A}_d$, trouver \hat{s} tel que :

$$\hat{s} \in \Gamma \quad (\text{interfaces}) \quad [7]$$

$$\hat{s} - s_n \in E^+ \quad (\text{direction de recherche}) \quad [8]$$

étape globale : connaissant $\hat{s} \in \Gamma$, trouver s_{n+1} tel que :

$$s_{n+1} \in \mathcal{A}_d \quad (\text{sous-structures}) \quad [9]$$

$$s_{n+1} - \hat{s} \in E^- \quad (\text{direction de recherche}) \quad [10]$$

Les directions de recherche sont choisies pour que la convergence de l'algorithme soit assurée [LAD 99]. Les deux directions de recherches sont orthogonales et ne dépendent que d'un paramètre scalaire k_0 :

$$\hat{s} - s_n \in E^+ \quad \equiv \quad (\hat{\mathbf{f}}^E - \mathbf{f}_n^E) = k_0(\hat{\mathbf{w}}^E - \dot{\mathbf{w}}_n^E) \quad [11]$$

$$s_{n+1} - \hat{s} \in E^- \quad \equiv \quad (\mathbf{f}_{n+1}^E - \hat{\mathbf{f}}^E) = -k_0(\dot{\mathbf{w}}_{n+1}^E - \hat{\mathbf{w}}^E) \quad [12]$$

La solution du problème ne dépend pas de la valeur du paramètre scalaire et n'affecte que la vitesse de convergence de l'algorithme. Pour les cas quasi statiques présentés ici, on prend $k_0 = E/(TL_c)$ où E est le module d'Young, $[0, T]$ est l'intervalle d'étude et L_c la plus grande dimension de la structure. La convergence de l'algorithme est contrôlé par un indicateur d'erreur qui est une mesure d'erreur en énergie de la distance entre deux éléments s_n et \hat{s} .

2.5. Discrétisation

Pour l'implémentation numérique, une discrétisation standard par éléments finis est utilisée dans les sous-structures :

$$\mathbf{u} = [N]\{u\} \quad \text{et} \quad \epsilon(\mathbf{u}) = [B]\{u\} \quad [13]$$

Sur les interfaces, une discrétisation compatible des champs de vitesse est utilisée :

$$\hat{\mathbf{w}}^E = [N]\{\hat{w}^E\} \quad \text{et} \quad \dot{\mathbf{w}}_n^E = [N]\{\dot{w}_n^E\} \quad [14]$$

Les directions de recherche utilisées conduisent (Eq. 11 et 12) à choisir la même discrétisation pour les forces et les vitesses :

$$\hat{\mathbf{f}}^E = [N]\{\hat{f}^E\} \quad \text{et} \quad \mathbf{f}_n^E = [N]\{f_n^E\} \quad [15]$$

À l'étape locale, les équations de contact et de frottement sont résolues directement en termes de forces nodales et de vitesses. De plus, la représentation des efforts (Eq. 15) assure une certaine régularisation du problème de Coulomb [HIL 02].

Après discrétisation, l'étape globale conduit à résoudre le problème suivant :

$$k_0 [\mathbf{h}^E] \{\dot{u}(t)\} + [\mathbf{K}^E] \{u(t)\} = [\mathbf{h}^E] \left(\{\{\hat{f}^E\}(t)\} + k_0 \{\hat{w}^E\}(t) \right) \quad [16]$$

où

$$[\mathbf{h}^E] = \int_{\partial\Omega_E} [N]^t [N] ds \text{ et } [\mathbf{K}^E] = \int_{\Omega_E} [\mathbf{B}]^t \mathbf{D} [\mathbf{B}] d\Omega$$

$[\mathbf{K}^E]$ est la matrice de rigidité usuelle de la sous-structure Ω_E et $[\mathbf{h}^E]$ représente les termes relatifs aux interfaces. Pour la résolution de cette équation différentielle (Eq. 16), on utilise un schéma d'intégration implicite en temps.

3. Stratégie multirésolution

À chaque itération, la méthode LATIN fournit une approximation de la solution sur toute la structure et sur tout l'intervalle d'étude. Ainsi, l'idée de la stratégie multirésolution est de réutiliser cette approximation pour déterminer la solution d'un problème similaire à celui qui a permis de déterminer cette approximation. On exploite ici le fait que l'algorithme peut être initialisé par une solution quelconque appartenant à l'ensemble \mathcal{A}_d (usuellement une solution élastique). L'idée est donc d'initialiser le processus associé à la structure modifiée (structure associée à un jeu de paramètres) par le résultat du calcul sur la structure dite de "référence" (associé à un jeu initial de paramètres). On dispose ainsi dès la première itération du calcul sur la structure modifiée d'une solution à fort contenu mécanique.

Dans le cas particulier du contact, les interfaces jouent un rôle vital : elles permettent d'initialiser l'algorithme sur la structure modifiée sans nécessiter de sauvegarder les données sur les sous-structures, mais aussi de rechercher la solution du problème modifié avec une première approximation de qualité. Ainsi, à partir de la solution du problème de référence, on obtiendra les solutions des problèmes modifiés à moindre coût. Pour les études paramétriques traitées, nous avons simplement changé les paramètres entre les itérations. Ainsi, le nouveau calcul est initialisé avec la solution du problème précédent. Peu d'itérations sont donc nécessaires pour obtenir la solution de chaque problème modifié. On peut résumer l'algorithme par le tableau 1.

4. Exemples

4.1. Indentation d'un cube par une sphère

Ce premier exemple est l'étude numérique du test d'indentation de Brinell. La simulation de ce test, apparemment anodin, soulève quelques difficultés car lorsque le coefficient de frottement entre le cube et la sphère augmente, toute la zone de contact est en adhérence. De plus, on dispose pour cet exemple d'une solution quasi analytique du problème en statique dans le cas de contact sans frottement et avec frottement [SPE 75]. Les résultats obtenus seront aussi comparés avec ceux obtenus dans

[KOS 99] où l'étude de ce problème a été menée en couplant une méthode de décomposition de domaine avec des éléments-finis de frontière. Le problème de l'essai Brinell est modélisé par le contact entre une sphère et une fondation élastiques. Le problème étant axisymétrique, on considère la modélisation présentée sur la figure 2.

Initialisation
Boucle sur les sous-structures (E)
Calcul et factorisation de $[K^E]$ et $[h^E]$
Boucle sur les interfaces
$\{\dot{w}_0^E\} = \{\dot{w}_0^{E'}\} = \{\hat{w}^E\} = \{\hat{w}^{E'}\} = \{0\}$
$\{f_0^E\} = \{f_0^{E'}\} = \{\hat{f}^E\} = \{\hat{f}^{E'}\} = \{0\}$
Définition des bornes de variation des paramètres
Boucler $k = 1, 2, \dots$ sur le nombre de jeux de paramètres
Récupérer les quantités sur les interfaces
Itérer jusqu'à convergence
Étape globale, Étape locale, Test de convergence
Sauvergarde de la solution associée au k^{eme} jeu de paramètres

Tableau 1. *Algorithme d'études paramétriques avec la méthode LATIN*

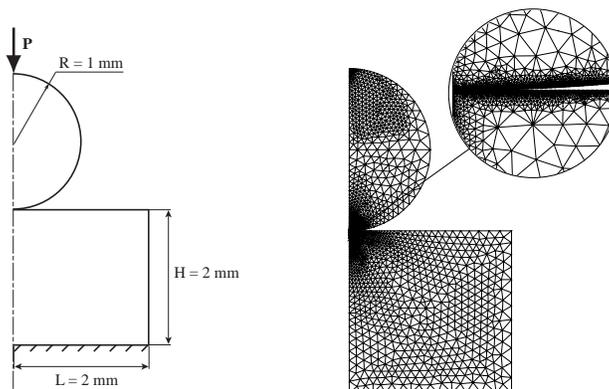


Figure 2. *Modélisation de l'essai Brinell et maillage*

Le module d'Young de la fondation est $E_F = 72\,000\text{ MPa}$. Pour la sphère, deux cas sont envisagés :

- cas 1 : le module d'Young de la sphère est : $E_S = 216\,000\text{ MPa}$
- cas 2 : le module d'Young de la sphère est : $E_S = 432\,000\text{ MPa}$

Le coefficient de poisson ν vaut 0,32. Dans le premier cas, l'effort P appliqué au sommet de la sphère vaut $P = 10\text{ N}$, dans le second cas, l'effort vaut $P = 31,5\text{ N}$. Dans un premier temps une étude du contact sans frottement en *statique* a été menée. On compare les résultats obtenus avec ceux de la littérature (solution exacte de Hertz, [KOS 99]). La comparaison est présentée dans le tableau 2 en termes de taille de zone de contact (rayon a) et de pression maximale au centre de la zone de contact (p_0). Les résultats obtenus sont très proches de la solution exacte de Hertz.

Cas	$P\text{ (N)}$	Rayon de contact $a\text{ (mm)}$			Pression au centre $p_0\text{ (MPa)}$		
		[KOS 99]	Hertz	LATIN	[KOS 99]	Hertz	LATIN
1	10	$5\ 10^{-2}$	$5\ 10^{-2}$	$5\ 10^{-2}$	1902	1913	1913,2
2	31,5	$7,07\ 10^{-2}$	$7\ 10^{-2}$	$7\ 10^{-2}$	3069	3065	3065,3

Tableau 2. Comparaison des résultats : contact sans frottement

μ	LATIN		Rapport c/a			$p_0\text{ (MPa)}$	
	$a\text{ (mm)}$	$c\text{ (mm)}$	[KOS 99]	[SPE 75]	LATIN	[KOS 99]	LATIN
0,1	0,0700	0,0338	0,545	0,535	0,482	3147	3170
0,6	0,0698	0,0683	0,961	0,999	0,971	3167	3212

Tableau 3. Prise en compte du contact avec frottement

La deuxième étude consiste, pour le cas 2, à faire varier le coefficient de frottement μ entre 0,025 et 0,60 par pas de 0,025. L'étude est faite en utilisant la stratégie multi-résolution et l'on compare les résultats obtenus pour $\mu = 0,1$ et $\mu = 0,6$. Cette étude est menée en *quasi statique* avec une discrétisation du chargement sur 10 piquets de temps. La comparaison est présentée sur le tableau 3. Dans ce tableau, a est la taille de la zone de contact, et c est la taille de la zone qui est en adhérence.

Sur les deux cas une légère différence existe entre les solutions. Cette différence est due au fait que nous avons effectué un calcul en quasi-statique pour prendre en compte les décharges locales au niveau de la zone de contact alors que dans les deux références proposées, le calcul est effectué en statique. La figure 3 montre l'évolution de l'indicateur d'erreur au cours des itérations. Celui-ci augmente à chaque changement de valeur de μ (après convergence de l'algorithme pour la valeur de μ précédente). Pour chaque nouveau calcul, le nombre d'itérations pour converger reste plus faible que pour le premier calcul. Néanmoins, comme le calcul présenté ici est entièrement piloté par le coefficient de frottement (évolution de la taille de la zone en adhérence), à chaque variation de celui-ci, il faut effectuer un nombre minimal d'itérations (quasiment constant) pour converger. Le fait d'initialiser le calcul avec le résultat du calcul précédent permet donc de diminuer le coût de calcul associée à cette étude paramétrique.

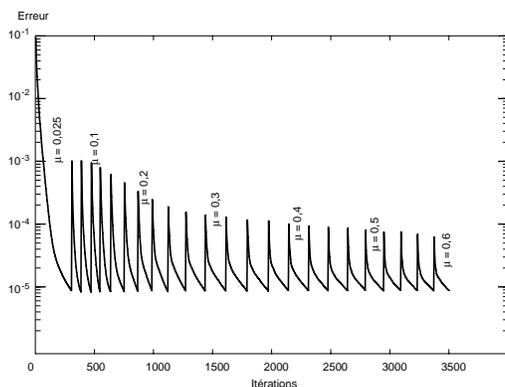


Figure 3. Évolution de l'indicateur d'erreur pour μ variant de 0,025 à 0,6

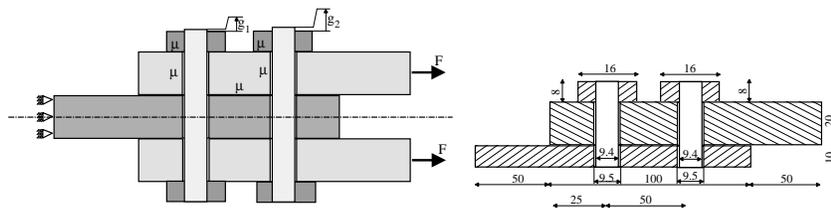


Figure 4. Description du problème associé aux trois plaques - épaisseur : 40 mm

4.2. Plaques boulonnées

Cet exemple considère un assemblage de trois plaques boulonnées. La liaison entre les trois plaques est réalisée par deux boulons. La description du problème est présentée sur la figure 4. Les boulons et les plaques sont supposés être constitués du même matériau : module d'Young $E = 200\,000\text{ MPa}$ et coefficient de Poisson $\nu = 0.3$. On impose la précharge dans les boulons en imposant un déplacement entre la tête et le corps du boulon. Les deux valeurs de ces déplacements associés aux deux boulons sont notées g_1 et g_2 et le coefficient de frottement entre les différents éléments, supposé le même pour toutes les zones de contact est noté μ (figure 4).

Pour l'étude paramétrique qui est menée sur cet exemple d'assemblage, on étudie l'influence de la précharge des boulons et du coefficient de frottement sur l'effort transmissible par l'assemblage. L'effort maximal transmissible est caractérisé par le fait que les boulons ne travaillent pas en cisaillement. En effet, ce type d'assemblage est classiquement dimensionné pour que l'effort soit intégralement transmis par adhérence. Le coefficient de frottement étant le même sur toutes les zones de contact, l'étude paramétrique porte donc sur l'évolution des trois coefficients : g_1 , g_2 , μ . Le

coefficient de frottement peut prendre 9 valeurs comprises entre 0, 1 et 0, 5 par pas de 0, 05. Les précharges peuvent prendre chacune 12 valeurs comprises entre 0, 05 mm et 0, 3 mm par pas de 0, 05 mm. Ainsi l'étude paramétrique complète demande la prise en compte de 1296 jeux de paramètres. Le même maillage a été utilisé pour tous les calculs. Il est composé de 10 705 éléments linéaires (pyramides ou briques) et de 8 090 nœuds pour un total de 24 270 degrés de liberté. Ce dernier nombre n'inclut pas les éventuelles variables additionnelles pour la gestion du contact dans le calcul ABAQUS (multiplicateurs de Lagrange...) Sur cet assemblage, le calcul est réalisé en deux phases successives :

- phase 1 : application de la précharge g_1 et g_2 des boulons (durée 1s - 1 pas de temps demandé) ;
- phase 2 : application du chargement extérieur F (durée 1s - 10 pas de temps demandés).

À titre de comparaison, un calcul a été réalisé avec ABAQUS sur une des configurations ($g_1 = 0, 05$ mm, $g_2 = 0, 025$ mm et $\mu = 0, 3$). Le but de ce calcul est de valider le calcul réalisé avec la méthode LATIN mais aussi de comparer sur un seul calcul le coût d'une étude pour un jeu de paramètres. Les deux solutions obtenues sont très proches et on constate que pour des raisons de convergence du solveur d'ABAQUS, un sous-découpage en temps a été réalisé : 10 pas de temps calculés pour 1 demandé sur la phase 1, 62 pas de temps calculés pour 10 demandés sur la phase 2. La comparaison en termes de temps de calcul est présentée sur le tableau 4.

	ABAQUS	Calcul LATIN
Pas de calculs	72	11
Glissement (mm)	10^{-4}	0
Temps CPU (min.)	374	38.1
Temps horloge (min.)	407	40

Tableau 4. Comparaison ABAQUS/LATIN sur un calcul

Les deux calculs ont été menés sur une station de travail HP-J5000 (3.5Go RAM, processeur PA850). Le rapport entre les temps de calcul des deux méthodes est de l'ordre d'un facteur 10. De plus, un léger glissement est toléré par ABAQUS. Enfin, la comparaison entre les temps CPU et les temps horloge montre que ces deux temps sont quasiment identiques pour la méthode LATIN et qu'il y a une différence non négligeable avec ABAQUS. De par l'espace mémoire alloué au calcul, ABAQUS a dû déborder sur disque pour traiter le problème global. La sous-structuration introduite avec la méthode LATIN permet de réduire la taille des problèmes à résoudre et a permis d'effectuer tout le calcul sans débordement. Ces avantages de la méthode LATIN associée à la sous-structuration ont déjà été montrés dans [CHA 95] et [BLA 00]. Le tableau 5 montre le coût associé aux différentes approches : une approche directe ABAQUS (1 296 calculs associés à chaque jeu de paramètres - temps de calcul es-

timé à partir du coût d'un calcul), une approche directe LATIN (1 296 calculs associés à chaque jeu de paramètres - temps de calcul estimé à partir du coût d'un calcul), l'approche LATIN multirésolution. En termes de performances, la stratégie proposée permet de réduire d'un facteur de l'ordre de 50 le coût de l'étude paramétrique par rapport à un code de calcul classique (temps estimé, approche directe ABAQUS). Le gain par rapport à une approche directe LATIN est d'environ 5. Ainsi on passe d'un calcul non envisageable d'un point de vue industriel, à un calcul réalisable dans un temps raisonnable.

La figure 5 présente pour deux valeurs de coefficient de frottement l'évolution de l'effort transmissible par l'assemblage en fonction des précharges appliquées sur les boulons. On constate évidemment que plus les précharges augmentent, plus l'effort transmissible augmente. On peut aussi remarquer que la valeur maximale de l'effort transmissible est fortement dépendante de la valeur du coefficient de frottement.

Temps horloge	h	jours
Approche directe ABAQUS (estimé)	8 791	366
Approche directe LATIN (estimé)	864	36
Approche LATIN multirésolution	168	7

Tableau 5. Comparaison des coûts - 1296 jeux de paramètres

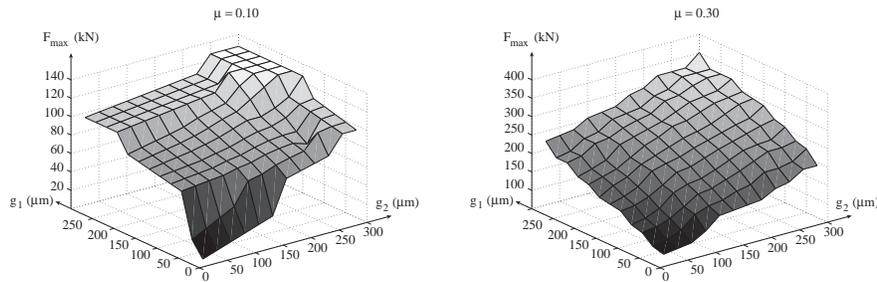


Figure 5. Évolution de l'effort transmissible pour $\mu = 0,1$ et $\mu = 0,3$

5. Conclusion

La stratégie multirésolution s'appuie sur deux points essentiels. Une approche généraliste qui traite les problèmes de manière efficace en s'appuyant sur une décomposition de l'assemblage et sur une technique de résolution itérative (la méthode LATIN) très efficace pour ce type de problème. Une technique de résolution efficace est alors utilisée pour déterminer la réponse d'un assemblage lorsque les paramètres d'interface varient. Cette technique utilise la solution d'un problème voisin pour initialiser

le calcul pour un nouveau jeu de paramètres. Cela suppose implicitement une stabilité forte de la solution du problème de contact par rapport aux paramètres considérés.

Cette stratégie montre des performances remarquables qui peuvent encore être accentuées en utilisant le parallélisme intrinsèque de la méthode. De plus, en utilisant la version multi-échelles de la méthode LATIN, on espère améliorer encore les performances. Enfin, en utilisant les concepts de la méthode LATIN, des premiers développements montrent aussi des performances intéressantes dans le cas où les interfaces ont des paramètres aléatoires, la recherche de la solution s'effectuant alors dans une base de type chaos polynomial.

6. Bibliographie

- [ALI 01] ALLIX O., VIDAL P., « A new multi-solution approach suitable for structural identification problems. », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 191, 2002, p. 2727-2758.
- [BEN 88] BENAROYA H., REHAK M., « Finite element methods in probabilistic structural analysis : A selective review », *Applied Mechanics Reviews*, vol. 41, n° 5, 1988, p. 201-213.
- [BLA 00] BLANZÉ C., CHAMPANEY L., VÉDRINE P., « Contact problems in the design of a superconducting quadrupole prototype », *Engineering Computations*, vol. 17, n° 2/3, p. 136-153, 2000.
- [BOU 99] BOUCARD P.-A., LADEVÈZE P., « Une application de la méthode LATIN au calcul multi-résolutions de structures non-linéaires », *Revue européenne des Éléments Finis*, vol. 8, n° 8, 1999, p. 903-920.
- [BOU 03] BOUCARD P.A., CHAMPANEY L., « A suitable computational strategy for the parametric analysis of problems with multiple contact », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 57, 2003, p. 1259-1281.
- [CHA 95] BLANZÉ C., CHAMPANEY L., COGNARD J.Y., LADEVÈZE P., « A modular approach to structure assembly computations. Application to contact problems », *Engineering Computations*, vol. 13, n° 1, 1995, p. 15-32.
- [HIL 02] HILD P., « On finite element uniqueness studies for Coulomb's frictional contact model », *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, vol. 12, 2002, p. 41-50.
- [KLE 92] KLEIBER M., HIEN T.D., *Basic perturbation technique and computer implementation*, John Willey & Sons, 1992.
- [KOS 99] KOSIOR F., GUYOT N., MAURICE G., « Analysis of frictional contact problem using boundary element method and domain decomposition method », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 46, 1999, p. 65-82.
- [LAD 99] LADEVÈZE, P., *Nonlinear Computational Structural Mechanics - New Approaches and Non-Incremental Methods of Calculation*, Springer Verlag, 1999.
- [MAC 97] MACIAS O.F., LEMAIRE M., « Éléments finis stochastiques et fiabilité. Application en mécanique de la rupture », *Revue française de génie civil*, vol. 1, n° 2, 1997.
- [SPE 75] SPENCE A., « The Hertz contact problem with finite friction », *Journal of Elasticity*, vol. 5, n° 3-4, 1975, p. 297-319.