
Optimisation de maillage surfacique de pièces mécaniques par une méthode diffuse inverse

Cédric Chappuis^{*,**} — Alain Rassineux^{**} — Piotr Breitkopf^{**}
Pierre Villon^{**}

**ESI-Software/Laboratoire Roberval, UMR CNRS-UTC 6066*

***Université de Technologie de Compiègne, Laboratoire Roberval, FRE 2833
alain.rassineux@utc.fr*

RÉSUMÉ. Les travaux présentés se placent dans la continuité des recherches autour des techniques de remaillage à l'aide de l'approximation diffuse, effectuées à l'Université de Technologie de Compiègne. Un des objectifs de ces recherches est de faciliter le lien entre le maillage et l'analyse en créant une géométrie à partir de données discrètes (maillage, nuage de points). Plus précisément, le but des travaux présentés ici est de reconnaître sur un maillage ou un nuage de points, des primitives géométriques couramment utilisées en CAO (plans, cylindres, sphères, cônes, tores) et des lignes caractéristiques de la géométrie afin d'améliorer la qualité d'un maillage ou d'un remaillage.

ABSTRACT. We propose in this paper a method to identify on a mesh geometric primitives commonly used in mechanical parts (plane, sphere, cylinder, torus, cone) in order to improve the quality of the surface remeshing. We have already presented techniques to adapt an existing surface mesh based on a meshfree technique denoted as Diffuse Interpolation. In this approach, a secondary local geometrical model is built from the mesh. From this model, principal curvatures are calculated and the type of surface can be determined from the computation of the curvatures. Some of the concepts presented here are original while others have been adapted from techniques used in reverse engineering. Our approach is not limited to feature recognition on meshes but has been extended to set of points.

MOTS-CLÉS : maillage surfacique, approximation diffuse, reconnaissance de forme, méthodes sans maillage.

KEYWORDS: surface mesh generation, diffuse approximation, feature recognition, meshless techniques.

1. Introduction. Position du problème

Les travaux que nous présentons se placent dans un contexte où l'utilisateur ne dispose pas ou plus d'un modèle CAO mais uniquement d'un modèle discret constitué la plupart du temps d'un maillage. Cette situation se rencontre fréquemment en milieu industriel. Par exemple, lors de l'étude de phénomènes physiques divers sur un même modèle, différents logiciels d'analyse peuvent être utilisés. On constate alors que le modèle CAO est rarement transmis d'une étude à l'autre mais bel et bien un premier maillage réalisé. Ce maillage est alors le seul modèle dont on dispose et il convient d'imposer des conditions aux limites, des chargements sur ce modèle pour lequel on a perdu la notion de géométrie.

Les pièces mécaniques à analyser sont la plupart du temps représentées sous la forme d'un ensemble de surfaces paramétrées constituant les frontières de l'objet. Ces carreaux sont souvent des plans, des cylindres, des troncs de cône, des sphères, des tores. Le modèle continu décrit par les courbes frontières et les surfaces support a l'avantage de représenter les frontières entre surfaces. Dès lors que l'on envisage un remaillage, on peut souhaiter que le découpage entre primitives géométriques usuelles soit conservé, par exemple, les frontières d'un congé de raccordement (un cylindre) entre deux plans. La méthode utilisée couramment consiste à détecter les arêtes vives et les points singuliers sur le maillage initial à l'aide de paramètres géométriques définis a priori par l'utilisateur (un angle entre faces, entre arêtes, un défaut d'angle à un sommet).

L'exemple de la figure 1 montre à gauche le maillage initial du coin d'un cube avec des congés de raccordement et par conséquent, 3 faces planes délimitées par 3 portions cylindriques et au milieu une portion de sphère. Un simple examen sur des critères d'angle ne permet pas de déterminer les lignes caractéristiques de la géométrie et donc les frontières entre surfaces. A titre d'exemple, le remaillage au centre de la figure 1 viole les lignes caractéristiques de la géométrie. En revanche, la figure de droite montre que les congés sont bien pris en compte lors du remaillage.

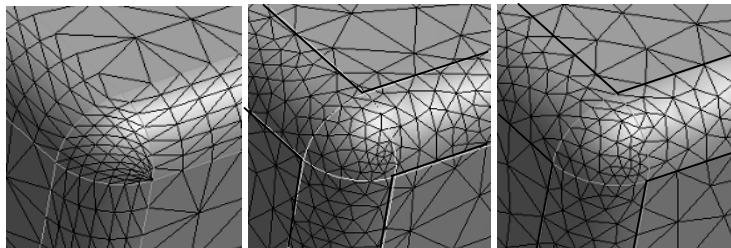


Figure 1. *A gauche : maillage initial. Au centre : maillage adapté, les frontières des congés ne sont pas respectés. A droite : maillage adapté avec respect des lignes caractéristiques*

2. Interpolation diffuse

On dispose d'un nuage de points et l'approche que nous avons suivie consiste dans un premier temps à affecter à chaque point un type de surface, dans la mesure du possible. L'idée de base repose sur l'utilisation des courbures principales d'une surface pour en déterminer le type. Rassineux *et al.*, (2000) ont présenté une technique de remaillage faisant appel à une méthode sans maillage, l'interpolation diffuse (Breitkopf *et al.*, 2002), pour construire un modèle géométrique local. L'objectif est de déterminer une équation locale de surface afin de pouvoir positionner de nouveaux nœuds sur la surface.

Nous avons exploité ce modèle « diffus » local pour calculer les courbures principales. Les points sont classés par type de surface à l'aide d'un graphe de courbure emprunté aux travaux de Goulette (Goulette *et al.*, 2002).

2.1. Construction du modèle diffus

Le calcul des courbures principales d'une surface nécessite un paramétrage. Nous supposons qu'en chaque nœud de la surface discrétisée, il existe un voisinage sur lequel la surface peut être définie localement dans un repère orthonormal direct par une surface de Monge d'équation cartésienne $z = f(x,y)$ où f désigne une fonction numérique de classe C2 sur un domaine plan. Par la suite, il est important de signaler que les grandeurs utilisées (les distances pour le repérage des plus proches voisins notamment) seront calculées dans ce repère local et donc dans le plan.

On cherche l'équation sous la forme d'une quadrique qui s'exprime dans le système de coordonnées locales par :

$$z = f(x, y) = \langle 1, x, y, x^2, xy, y^2 \rangle \alpha = P^T \alpha \quad [1]$$

L'interpolation diffuse s'écrit sous la forme d'un critère traduisant l'interpolation aux nœuds et s'exprimant par :

$$J_{1x}(\alpha) = \sum_{i=1}^{i=n} w(x_i, x) \times \left(p^T (x_i - x) \alpha - z_i \right)^2 \quad [2]$$

Les 6 coefficients de la surface sont obtenus en minimisant ce critère.

2.2. Calcul spécifique des poids

Un point important concerne l'influence de la « qualité du nuage de points » sur le résultat final. Cette notion est liée au nombre et à la distribution des nœuds. Rappelons que 6 coefficients doivent être déterminés et il faut par conséquent un minimum de 6 points dans le voisinage d'interpolation. La figure 2 illustre les problèmes liés au nombre et à la répartition des points. Dans un premier temps, attachons nous à résoudre les problèmes liés à l'anisotropie du nuage de points.

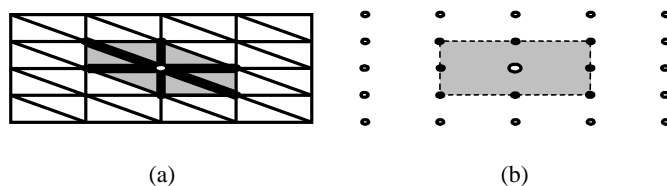


Figure 2. Influence des diagonales du maillage. (a) : détermination des nœuds voisins par le maillage (b) : ensemble de nœuds que l'on souhaite déterminer

Si l'on dispose d'un maillage, la recherche du voisinage d'un nœud peut s'effectuer à l'aide des arêtes du maillage partageant ce nœud. On peut néanmoins constater que le voisinage d'un point dépend de l'orientation des diagonales du maillage. Dans un contexte éléments finis, l'influence de l'orientation des arêtes du maillage sur la solution est un problème académique bien connu. La figure 2a montre qu'une recherche des plus proches voisins s'appuyant sur le maillage en triangles est mise en défaut. En effet, seuls 6 voisins (au lieu de 8 en figure 2b) sont déterminés. Afin de donner à notre travail un caractère plus général, les méthodes que nous présentons s'appuient sur des nuages de points.

On voit que l'on souhaiterait obtenir un même nombre de points dans toutes les directions, ce que ne permet pas une recherche classique basée sur la distance euclidienne (rappelons que le calcul des distances s'effectue dans le plan de projection qui nous a permis de calculer la surface interpolée). Nous proposons une méthode de recherche par polygones convexes pour parvenir à extraire les points les plus représentatifs de la surface locale.

La démarche est illustrée en figure 3. L'étoile représente le point d'évaluation. Le centre de gravité des points est pris comme origine du repère local. Les points sont classés et numérotés suivant leur distance au point d'évaluation afin de rendre la suite des explications plus lisible. Ces points sont repositionnés en inversant leur distance par rapport à l'origine, qui se trouve être en figure 3a le point d'évaluation. Cette opération a pour but d'éloigner les points les plus proches et de rapprocher les plus éloignés. On détermine ensuite le polygone convexe (suivant le balayage de Graham) dans l'espace inversé ainsi que le montre la figure 3b. Le polygone convexe déterminé figure 3b permet de déterminer dans l'espace réel un ensemble de points entouré d'un rectangle figure 3a.

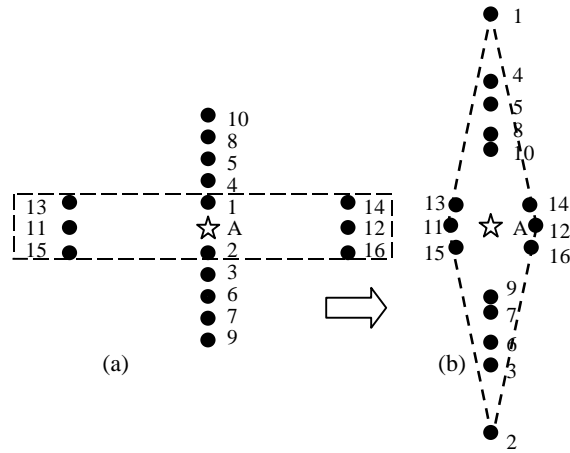


Figure 3. Méthode de recherche de voisinage par polygones convexes. (a) : avant inversion. (b) Après inversion des distances

Cette méthode ne permet pas pour autant de garantir le nombre de voisins nécessaire à la construction du support d'interpolation (au moins 6 voisins pour la détermination d'un même nombre de coefficients dans la forme quadratique). Si le nombre de voisins est insuffisant, on recherche suivant le même principe un deuxième polygone autour du polygone déjà déterminé. Schématiquement, quand on dispose d'un maillage, cela revient à chercher prendre les nœuds qui appartiennent à la deuxième couronne d'éléments autour du point.

Un des aspects importants de la recherche par polygone convexe réside maintenant dans le calcul des poids dans la formulation de l'approximation diffuse.

En effet, pour chaque point d'évaluation x du plan de projection, on ne retient que les nœuds x_i les plus proches. L'influence du nœud x_i est réglée par les fonctions poids w_i . Les fonctions poids sont des fonctions radiales qui décroissent avec la distance au point d'évaluation ainsi que le montre la figure 4.

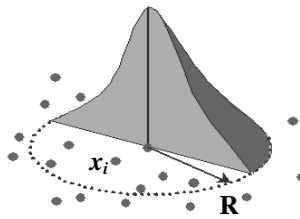


Figure 4. Fonction poids au point x

Dans la pratique, une fonction cubique a été choisie. Celle-ci s'annule à l'extérieur du domaine d'influence. Le domaine d'influence est centré au point d'évaluation et on fait l'hypothèse que tous les nœuds participant à l'interpolation sont dans un cercle de rayon R . Les fonctions poids sont données par :

$$w_i(x_i, x) = w_i(d) = (1 - d)^2(1 + 2 \times d) \text{ avec } d = \frac{d_i}{R} \quad [3]$$

d_i désigne la distance du nœud x_i au point d'évaluation calculée dans le plan de projection.

Notre stratégie de calcul des poids prend en compte les niveaux de polygones convexes autour du point d'évaluation. Ainsi, si le point appartient au premier polygone autour du point, celui-ci se verra attribuer la valeur $2/3$ et un point situé sur le deuxième polygone la valeur $1/3$ par exemple. Cette stratégie de calcul des poids est tout à fait comparable à un schéma de calcul basé sur une triangulation déjà proposée par les auteurs (Rassineux *et al.*, 2000).

3. Démarche

Il nous paraît important de préciser les hypothèses de notre travail. Nous considérons que le nuage de points utilisé est non bruité et par conséquent que chaque point est placé sur la surface de l'objet. Par ailleurs, nous supposons que la densité de points sur chacune des surfaces formant l'objet est suffisamment importante pour nous permettre d'utiliser notre technique d'interpolation. En dernier lieu, les objets étudiés sont exclusivement composés de portions de primitives géométriques usuelles.

La démarche comprend quatre étapes. Dans un premier temps, le nuage de points est partitionné en sous-nuages. Cette étape de segmentation (Besl et Jain, 1988) est basée sur une estimation originale du voisinage en chaque point. Chacun des sous-nuages est associé à un type de primitive géométrique (plan, cylindre entre autres). Pour chaque sous-nuage, il convient ensuite de déterminer les paramètres géométriques de la surface à laquelle les points appartiennent (un rayon, un axe par exemple). L'identification de ces paramètres repose sur une technique d'optimisation. A l'image d'une CAO de type BREP (Mantyla, 1988), on obtient un ensemble de carreaux surfaciques qu'il convient dès lors de raccorder afin d'obtenir un modèle continu représentant la surface globale de l'objet. En effet, on ne dispose pas à ce niveau d'informations sur l'adjacence entre surface ou sur le partage d'un sommet et il convient de faire un recalage des surfaces. Enfin, l'objet est maillé ou remaillé en respectant les lignes caractéristiques de la géométrie.

Ces étapes successives de segmentation d'un nuage de points, de détermination des paramètres géométriques, de recalage des surfaces puis de maillage sont représentées en figure 5.



Figure 5. Principales étapes du processus : 1-segmentation du nuages de point, 2-détermination des paramètres géométriques, 3-recalage des surfaces, 4-maillage

3.1. Segmentation du nuage de points

Dans un premier temps, les points sont affectés à un type de surface à l'aide des courbures. Il est assez immédiat que les points éloignés des zones frontières sont correctement classés car leur voisinage est « homogène ». La méthode utilisée pour corriger l'information près des zones frontières consiste en une propagation « intelligente » de l'information.

Cette recherche de voisinage est exploitée pour faire une première segmentation du nuage de points en sous-surface. A chaque point est affecté un type et un numéro de surface. Le schéma de coloriage fonctionne par propagation. Les points voisins qui possèdent les mêmes caractéristiques (courbures principales) se voient affectés de la même identification (primitive + numéro de surface). On comprend que cette opération de recherche s'arrête au voisinage des frontières de la surface identifiée. Il est ainsi nécessaire d'effectuer un post-traitement pour obtenir une meilleure approximation des frontières. En effet, certains points proches des frontières peuvent être affectés aux surfaces déjà identifiées. Le principe de la propagation consiste à évaluer si l'introduction d'un nouveau point dans le support d'interpolation conduit à une modification locale des caractéristiques géométriques (courbures principales) de la surface. Si aucun changement significatif n'est repéré, le point est affecté à la surface. Cette étape s'appuie sur un ordre de priorité lié au type de primitive. Dans l'ordre décroissant de priorité, on rencontre les types plan, cylindre, sphère, tore, cône.

L'exemple de la figure 6a montre un cube entaillé par des sphères. Les figures 6b et 6c montrent le résultat de la segmentation à l'issue de la première étape. Les points de type sphère sont représentés en figure 6b. Les points de type plan (en gris clair sur la figure) et les points identifiés comme étant de type tore sont représentés figure 6c. Le résultat après correction est montré figure 6d. Tous les points des surfaces (plan et sphère) ont été correctement affectés.

La figure 7a montre un cas académique regroupant néanmoins la plupart des difficultés de détection d'arêtes. On constate qu'à l'issue de l'étape de correction, la totalité des surfaces a été identifiée : plan, tore, sphère et cylindre. La figure 7b montre le résultat de la segmentation. Pour accroître la lisibilité, les points de type plan ne sont pas représentés.

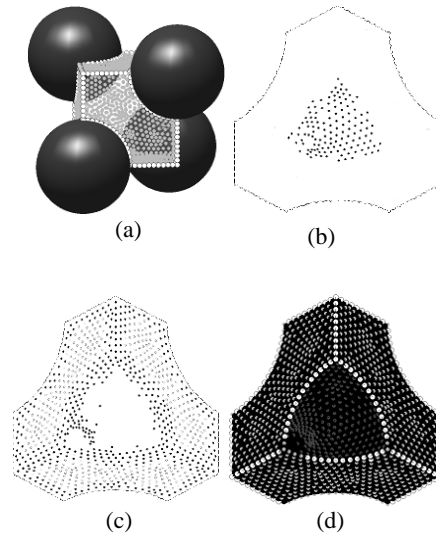


Figure 6. *Cube entaillé par des sphères. Segmentation et correction. (a) : géométrie et nuage de points ; (b) : points de type sphère avant correction ; (c) points de type tore et plan avant correction ; (d) lignes frontières après correction*

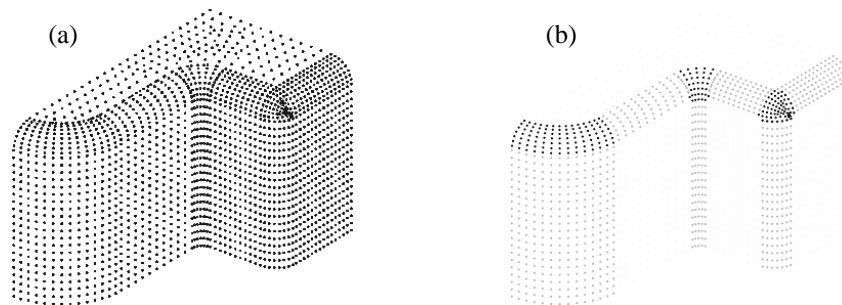


Figure 7. *Détection de congés de raccordement. (a) : données d'entrée. (b) : nuage segmenté. Les points appartenant à des plans ne sont pas représentés*

3.2. Identification de paramètres géométriques et recalage

Les paramètres géométriques spécifiques à chaque entité (axe, rayon, centre...) sont déterminés par la méthode de Levenberg-Marquardt suivant un algorithme emprunté à Shakarji (Shakarji, 1998).

On dispose à l'issue de l'étape précédente d'un ensemble de surfaces (et par conséquent d'un nouveau modèle continu) et il convient maintenant de

« raccorder » chacune de ces surfaces par le biais d'un algorithme de recalage basé sur des contraintes courantes sur des pièces mécaniques et en s'appuyant sur un graphe d'adjacence entre surfaces. La figure 8 montre le graphe de l'exemple cube-sphères traité en figure 6.

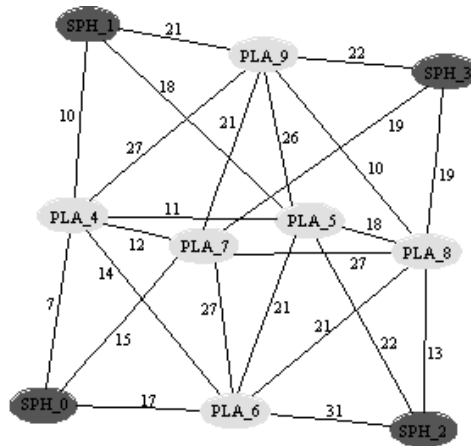


Figure 8. Graphe d'adjacence du modèle *cube_sphères* illustré figure 6

Les poids sur les arêtes du graphe correspondent au nombre de points communs entre chaque sommet de l'arête. Les sommets représentent les faces du modèle, et les arêtes représentent une intersection entre chacune de ces faces. La présence d'un coin se traduit dans le graphe par un « élément ». Après toutes ces étapes, on obtient un modèle BREP constitué de surfaces porteuses et de contours délimitant ces surfaces prêtes à mailler.

La détermination du graphe d'adjacence est facilitée par le fait que nous ayons déjà affecté une surface à chaque point du nuage. Nous recherchons donc les points appartenant au moins à deux surfaces différentes. Ceux-ci correspondent aux points placés et près d'une intersection. Pour ces derniers, il est nécessaire de rechercher le voisinage de chacun d'eux et d'identifier parmi les voisins ceux dont la surface associée est différente). Des priorités permettent de définir l'ordre de traitement du repositionnement des surfaces (nous considérons que seules les portions planes sont bien positionnées, elles ne sont donc pas déplacées). On peut en dernier lieu introduire de la connaissance *a priori* sur le modèle en utilisant des critères de position (concentricité, coaxialité) et d'orientation (parallélisme, orthogonalité) couramment rencontrés en mécanique. La figure suivante montre la géométrie reconstruite du modèle *cube-sphères* présenté en figure 6.

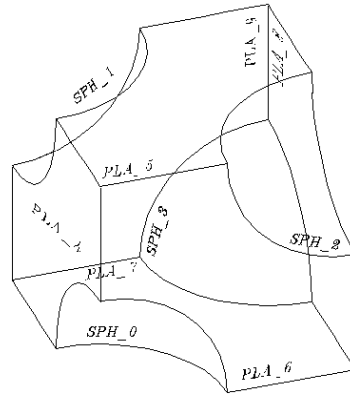


Figure 9. *Géométrie reconstruite du modèle cube-sphères*

4. Maillage

Le modèle reconstruit peut être maillé ou remaillé. Nous présentons quelques exemples de remaillage avec détection de lignes caractéristiques. Une fois que l'on dispose d'une géométrie de type BREP, il est en effet possible d'utiliser des techniques usuelles de maillages de type avancée de front par exemple (Rassineux, 2002) dans le plan des paramètres pondérés de la surface ainsi que le montre la figure suivante.

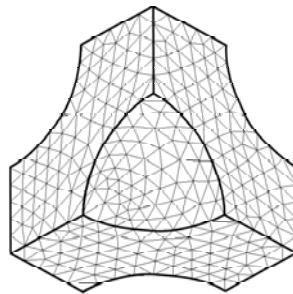


Figure 10. *Maillage surfacique du modèle cube-sphère présenté en figure 7*

L'exemple figure 11 montre une pièce industrielle dont l'avantage est d'être exclusivement constituée de surfaces simples. On remarquera figure 11c que le remaillage prend parfaitement en compte les lignes caractéristiques de la géométrie.

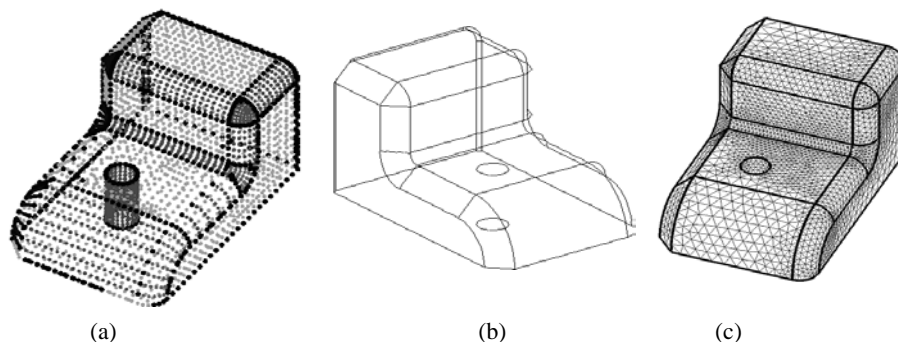


Figure 11. (a) Résultat de la segmentation ; (b) modèle géométrique ; (c) remaillage

5. Conclusion et perspectives

Ces travaux se placent dans le cadre de l'obtention d'une discrétisation optimale adaptée à la physique, aux outils de calcul, aux méthodes de résolution. Ceux-ci montrent en outre, la complémentarité des deux approches avec et sans maillage. Cette application fait appel à la construction par approximation diffuse d'un modèle géométrique autonome, indépendant de la CAO dans la mesure du possible. L'obtention d'un tel modèle s'impose d'ailleurs dès lors que la géométrie est évolutive.

A terme, nous pensons que les procédures de recherche de nœuds candidats basées sur la détermination du polygone convexe peuvent améliorer de façon significative l'approximation diffuse non seulement en tant que « constructeur de géométrie » mais aussi en tant qu'outil pour la résolution d'équation aux dérivées partielles, notamment au niveau du calcul des poids.

A titre d'exemple, les travaux de Chamoret (Chamoret *et al.*, 2002) sur la régularisation de la zone de contact par l'approximation diffuse ont mis en évidence la nécessité d'améliorer la recherche du support d'interpolation. On constate que la notion de qualité de maillage est naturellement remplacée par des stratégies adaptées de recherche de voisinage.

6. Bibliographie

- Besl P. J. and Jain R. C., "Segmentation through variable-order surface fitting", *IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 10, 167-192, 1988.
- Breitkopf P., Rassinoux A., Villon P., "Diffuse Approximation Technology: Fundamentals and Implementation", *Revue Européenne des Eléments Finis*, 11, 825-867, Hermes-Lavoisier, 2002.

- Chamoret D., Rassinoux A., Villon P., Bergheau J-M., « Régularisation d'une surface de contact par approximation diffuse », *Revue Européenne des Eléments Finis*, 11(1), 431-445, 2002.
- Chappuis C., Rassinoux A., Breilkopf P., Savignat J.M., Villon P., « Reconnaissance de formes à partir d'un nuage de points, basée sur une interpolation diffuse de type Hermite », *5^e Colloque National en Calcul des Structures*, Giens 2001.
- Goulette F., Quelques outils de géométrie différentielle pour la construction automatique de modèles CAO à partir d'images télémétriques, Thèse ENSMP, 1997.
- Mantyla M., "An Introduction to Solid Modeling", *Computer Science Press Inc.*, 1988.
- Nayroles B., Touzot G., Villon P., "Generalizing the Finite Element Method: Diffuse Approximation and Diffuse Elements", *Computational Mechanics*, 10,1992, 307-318.
- Rassinoux A., Villon P., Savignat J-M., Stab O., "Surface remeshing by local hermite diffuse interpolation", *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 49, 31-49, Wiley, 2000.
- Rassinoux A., Maillage et Approximation Diffuse, Habilitation à Diriger des Recherches, 4 décembre 2002, Ecole Doctorale de l'Université de Technologie de Compiègne.
- Shakarji C. M., "Least-squares fitting algorithms of the NIST Algorithm Testing System", *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, 103, 633-641, 1998.