
Simulation numérique d'un procédé de traitement thermique superficiel par induction

Romain Pascal^{*,**} — Philippe Conraux^{**} — Jean-Michel Bergheau^{*}

**LTDS, UMR5513 CNRS/ECL/ENISE
58 rue Jean Parot, F-42023 Saint-Etienne Cedex 2
{romain.pascal,bergheau}@enise.fr*

***ESI Software
84 Boulevard Vivier Merle, F-69485 Lyon Cedex 03
philippe.conraux@esi-group.fr*

RÉSUMÉ. Le chauffage par induction fait intervenir les phénomènes couplés non linéaires magnétodynamique et thermique. Sa modélisation repose classiquement sur une méthode indirecte où les différentes analyses se font séparément et séquentiellement. Cette méthode peut être remplacée par une autre méthode dite directe où la température ainsi que les différents harmoniques de la grandeur électromagnétique inconnue sont calculés dans le même élément fini. Cette nouvelle méthode a été auparavant présentée et nous nous attachons ici à montrer dans un exemple que la précision des résultats métallurgiques, thermiques et mécaniques dépend du nombre d'harmoniques dont on tient compte.

ABSTRACT. Coupled non-linear magnetodynamic and thermal phenomena characterize the induction heating. Its modelling classically rests on the indirect method which consists of several analyses which are performed alternatively. This method can be replaced by another one called direct method such that the temperature and the different harmonics of the unknown electromagnetic quantity are calculated in a same finite element. This new method has been previously presented and the following intends to show in an example that the accuracy of metallurgical, thermal and mechanical results depends on the number of harmonics which are calculated.

MOTS-CLÉS : modélisation, simulation numérique, méthode des éléments finis, problème couplé, procédé de traitement thermique superficiel par induction, magnétodynamique, thermo-métallurgie, thermo-mécanique, contraintes et déformations mécaniques résiduelles.

KEYWORDS: modelling, numerical simulation, finite element method, coupled problem, induction hardening process, magnetodynamics, thermo-metallurgy, thermo-mechanics, residual mechanical stresses and strains.

1. Introduction

Tout conducteur électrique, placé dans un champ magnétique variable dans le temps, est le siège de courants de Foucault qui dissipent de la chaleur par effet Joule. La puissance générée est concentrée à la surface du composant, dans une très petite épaisseur dépendant de la conductivité électrique et de la perméabilité magnétique du matériau ainsi que de la fréquence des courants électriques excitateurs. C'est l'effet de peau. Le procédé de durcissement par induction pour l'acier tire un avantage mécanique de cet effet.

La simulation numérique du procédé de traitement thermique par induction est d'un intérêt majeur pour contrôler et quantifier l'épaisseur de la couche traitée, la dureté superficielle et les distorsions résiduelles. Concernant ces dernières, il s'agit de les minimiser afin d'éviter un usinage final qui pourrait annihiler les bénéfices du traitement. De plus, de tels procédés conduisent souvent à l'obtention de contraintes de compression en surface qui jouent un rôle favorable sur le comportement en fatigue des composants mécaniques.

Le procédé de durcissement de l'acier se déroule en deux étapes. La première est l'étape de chauffage pendant laquelle la surface de la pièce chauffée est portée dans un état austénitique. La seconde étape consiste à refroidir plus ou moins brutalement la pièce, en laissant la chaleur se propager de la surface vers le cœur de la pièce et en ajoutant une douche extérieure. Ces variations de température entraînent des transformations métallurgiques dans la pièce et donc une modification de sa microstructure qui peut voir sa résistance mécanique s'accroître [DUR 97].

La modélisation complète du procédé repose sur le couplage des quatre problèmes électromagnétique, thermique, métallurgique et mécanique intervenant dans l'opération. La simulation numérique d'un tel procédé est classiquement réalisée en deux étapes successives. La première repose sur un calcul couplé magnéto-thermo-métallurgique qui fournit les distributions de température et de phase dans la pièce. Celles-ci sont ensuite directement utilisées dans la deuxième étape qui correspond à la simulation du comportement mécanique du composant au cours et une fois le traitement thermique terminé [BER 98, BAY 03].

Classiquement dans la première étape, les analyses magnétodynamique et thermo-métallurgique sont alternativement exécutées avec une procédure de couplage en raison des constantes de temps caractéristiques très différentes associées aux deux phénomènes [ESI03, CHA 97]. C'est la méthode de référence que l'on appelle méthode indirecte ou étagée. Malheureusement, le temps de calcul nécessaire dans cette première étape de la simulation du procédé peut devenir déraisonnable avec cette méthode, en particulier pour un couplage fort entre les phénomènes magnétodynamique et thermique et pour des composants industriels de géométrie complexe.

Nous avons proposé par le passé une méthode alternative moins coûteuse en temps de calcul qui est appelée méthode directe, *cf.* [PAS 03]. Elle s'appuie sur une résolution des problèmes magnétodynamique et thermique fortement couplés dans un même

élément fini. Elle repose sur une méthode de balance harmonique dans la résolution du problème magnétodynamique formulé en potentiel vecteur magnétique. Les inconnues du problème sont alors les $m + 1$ composantes du développement en série de Fourier du potentiel vecteur, où m est l'ordre de l'harmonique impair le plus élevé considéré. Si le degré de liberté thermique qui est la température est rajouté alors la formulation éléments finis du problème couplé comporte $m + 2$ inconnues à déterminer à chaque instant thermique.

Cet article est divisé en quatre parties qui sont relatives à la formulation éléments finis et éléments de frontière du problème magnétodynamique avec la méthode de balance harmonique, au problème de transfert de chaleur, à la mise en œuvre de la nouvelle méthode directe et enfin à un exemple d'application de cette nouvelle méthode directe avec des résultats numériques et des comparaisons suivant l'utilisation de cette méthode ou l'utilisation de la méthode indirecte.

2. Analyse magnétodynamique

Quand bien même les sources de courant dans l'inducteur sont parfaitement sinusoïdales, le champ induit dans la pièce ne l'est pas pour autant car il contient des harmoniques d'ordre supérieur dû au fait que les propriétés électromagnétiques sont non linéaires. En lieu et place de l'analyse magnétodynamique transitoire classique, la méthode de balance harmonique peut être utilisée. Cette méthode repose sur le calcul des premiers termes du développement en série de Fourier des différentes grandeurs électromagnétiques comme suit :

$$\mathbf{X}(\vec{x}, t) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^m (\mathbf{X}_{kc}(\vec{x}) \cos(k\omega t) + \mathbf{X}_{ks}(\vec{x}) \sin(k\omega t)) \quad [1]$$

où ω est la pulsation fondamentale correspondant à celle des courants sources et $T = 2\pi/\omega$ la période.

Puisque les courants de déplacement sont négligeables et si l'on introduit le potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} , les équations de Maxwell permettent d'obtenir l'équation du problème magnétodynamique qui suit :

$$\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \text{rot}(\nu \cdot \text{rot} \mathbf{A}) - \mathbf{J}_0 = 0 \quad \text{avec} \quad \text{div} \mathbf{A} = 0 \quad [2]$$

où σ est la conductivité électrique, ν la reluctivité magnétique ($\mu = 1/\nu$ est la perméabilité magnétique) et \mathbf{J}_0 la densité de courants sources qui dérive d'un potentiel électrique scalaire V_0 ($\mathbf{J}_0 = -\sigma \text{grad} V_0$).

Pour une géométrie axisymétrique d'axe de révolution \mathbf{e}_z , la densité des courants sources $\mathbf{J}_0(\vec{x}, t) = J_0(r, z, t) \mathbf{e}_\theta$ et le potentiel vecteur magnétique $\mathbf{A}(\vec{x}, t) = A(r, z, t) \mathbf{e}_\theta$ n'ont qu'une seule composante non nulle dans la direction orthoradiale qui dépend des coordonnées r et z . Dans ce cas, la seconde équation dans [2] est automatiquement satisfaite et la première ne doit être résolue que dans la direction \mathbf{e}_θ .

En utilisant la méthode de balance harmonique, le problème transitoire décrit par l'équation [2] est maintenant remplacé par celui quasi statique défini par les équations suivantes, avec $l = 1, 3, \dots, m$:

$$\frac{2}{T} \int_0^T \left(\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{rot} (\nu \cdot \mathbf{rot} \mathbf{A}) - \mathbf{J}_0 \right) \cdot \cos(l\omega t) dt = 0 \quad [3]$$

$$\frac{2}{T} \int_0^T \left(\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{rot} (\nu \cdot \mathbf{rot} \mathbf{A}) - \mathbf{J}_0 \right) \cdot \sin(l\omega t) dt = 0 \quad [4]$$

Nous cherchons une approximation par éléments finis des $m + 1$ inconnues soit de $\mathbf{A}_{kc}(\vec{x})$ et $\mathbf{A}_{ks}(\vec{x})$ pour $k = 1, 3, \dots, m$. Nous multiplions l'équation [3] (idem pour [4]) par une fonction de pondération \mathbf{A}^* , intégrons le resultat sur le domaine d'étude Ω et simplifions. La formulation variationnelle de l'équation [3] s'écrit :

$$\begin{aligned} 0 &= - \int_{\Omega} \mathbf{A}^* \cdot l \sigma \omega \cdot \mathbf{A}_{ls} dv + \int_{\Omega} \mathbf{A}^* \cdot \mathbf{J}_{0lc} dv \\ &\quad - \frac{2}{T} \int_0^T \left\{ \int_{\Omega} \mathbf{rot} \mathbf{A}^* \cdot \nu \cdot \mathbf{rot} \mathbf{A} dv \right\} \cos(l\omega t) dt \\ &\quad + \int_{\partial\Omega_H} \mathbf{A}^* \cdot \mathbf{Q}_{lc} ds \end{aligned} \quad [5]$$

avec \mathbf{n} la normale extérieure du domaine $\partial\Omega_H$ et :

$$\mathbf{H} \wedge \mathbf{n} = \nu \cdot \mathbf{rot} \mathbf{A} \wedge \mathbf{n} = \mathbf{Q} \quad \text{sur } \partial\Omega_H \quad [6]$$

Nous supposons que l'espace total est subdivisé en régions conductrices Ω_{FEM} , pouvant contenir des sources de courant, et une région contenant exclusivement de l'air Ω_{BEM} , libre de toute source de courant. $\Gamma_{FEM-BEM}$ représente la frontière commune entre ces deux régions. Nous considérons le maillage du domaine Ω_{FEM} (n nœuds et m mailles) contenant uniquement les milieux conducteurs et le maillage compatible de sa frontière $\Gamma_{FEM-BEM}$ (b nœuds). Le domaine Ω_{FEM} est subdivisé en éléments finis Ω^e . Tous les éléments sont connectés entre eux par les nœuds. Dans chaque élément Ω^e , l'approximation spatiale de $A_{kp}(\vec{x})$ ($p = c$ ou $p = s$) est la suivante :

$$\vec{x} \in \Omega^e, A_{kp}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{n^e} N_i^e A_{kp,i}^e = [N_1^e \dots N_{n^e}^e] \cdot \begin{Bmatrix} A_{kp,1}^e \\ \vdots \\ A_{kp,n^e}^e \end{Bmatrix} = [\mathbf{N}^e] \cdot \{ \mathbf{A}_{kp}^e \} \quad [7]$$

où n^e représente le nombre de nœuds connectés à l'élément e , $A_{kp,i}^e$ la valeur inconnue au nœud i de l'élément e et N_i^e la fonction de forme associée au nœud i de l'élément e .

La recherche d'une approximation par éléments finis du problème variationnel défini par l'équation [5] conduit à la résolution dans le cas axisymétrique ou bidimensionnel d'un système d'équations constitué de $(m + 1) * n$ équations non linéaires, avec $l = 1, 3, \dots, m$:

$$\{\mathbf{R}(\{\mathbf{A}\})\} = \left\{ \begin{array}{c} \vdots \\ \{\mathbf{R}_{lc}(\{\mathbf{A}\})\} = \mathbf{A}_{e=1}^{me} \{\mathbf{R}_{lc}^e(\{\mathbf{A}^e\})\} = \{0\} \\ \vdots \\ \{\mathbf{R}_{ls}(\{\mathbf{A}\})\} = \mathbf{A}_{e=1}^{me} \{\mathbf{R}_{ls}^e(\{\mathbf{A}^e\})\} = \{0\} \\ \vdots \end{array} \right\} \quad [8]$$

où $\{\mathbf{A}\}$ est le vecteur de dimension $n * (m + 1)$ contenant l'ensemble des degrés de liberté du problème magnétodynamique de balance harmonique aussi appelé multi-harmonique.

Dans chaque élément, $\{\mathbf{A}^e\}$ est le vecteur des $n^e * (m + 1)$ inconnues nodales. $\{\mathbf{A}^e\}$ est constitué lui-même des $(m + 1)/2$ vecteurs des inconnues nodales s'écrivant $\{\mathbf{A}_{kc}^e\}$, avec $k = 1, 3, \dots, m$, et des $(m + 1)/2$ autres vecteurs des inconnues nodales s'écrivant $\{\mathbf{A}_{ks}^e\}$:

$$\{\mathbf{A}^e\} = \left\{ \begin{array}{c} \{\mathbf{A}_{1c}^e\} \\ \{\mathbf{A}_{1s}^e\} \\ \vdots \\ \{\mathbf{A}_{mc}^e\} \\ \{\mathbf{A}_{ms}^e\} \end{array} \right\} = \{ \{\mathbf{A}_{1c}^e\}, \{\mathbf{A}_{1s}^e\}, \dots, \{\mathbf{A}_{mc}^e\}, \{\mathbf{A}_{ms}^e\} \} \quad [9]$$

Chacun des $m + 1$ vecteurs résidus nodaux $\{\mathbf{R}_{lp}(\{\mathbf{A}\})\}$ possède n composantes. Le nombre total de degrés de liberté dans le problème est alors égal à $(m + 1) * n$. Les vecteurs résidus sont obtenus après assemblage des vecteurs résidus élémentaires suivants :

$$\begin{aligned} \{\mathbf{R}_{lc}^e(\{\mathbf{A}^e\})\} = & - \int_{\Omega^e} [\mathbf{N}^e]^T \cdot l\sigma\omega \cdot [\mathbf{N}^e] \cdot \{\mathbf{A}_{ls}^e\} dv + \int_{\Omega^e} [\mathbf{N}^e]^T \cdot J_{0lc}(\vec{x}) dv \\ & - \sum_{k=1,3}^m \left(\int_{\Omega^e} [\mathbf{rot} \mathbf{N}^e]^T \cdot [\nu_{lc,kc}] \cdot [\mathbf{rot} \mathbf{N}^e] \cdot \{\mathbf{A}_{kc}^e\} dv \right) \\ & - \sum_{k=1,3}^m \left(\int_{\Omega^e} [\mathbf{rot} \mathbf{N}^e]^T \cdot [\nu_{lc,ks}] \cdot [\mathbf{rot} \mathbf{N}^e] \cdot \{\mathbf{A}_{ks}^e\} dv \right) \\ & + \int_{\partial\Omega^e \cap \partial\Omega_{FEM-BEM}} [\mathbf{N}^e]^T \cdot Q_{lc}(\vec{x}) ds \end{aligned} \quad [10]$$

avec par exemple :

$$[\nu_{lc,ks}] = \frac{2}{T} \int_0^T [\nu(\|\mathbf{rot} \mathbf{A}\|)] \cdot \cos(l\omega t) \cdot \sin(k\omega t) dt \quad [11]$$

ainsi que $\{\mathbf{R}_{ls}^e(\{\mathbf{A}^e\})\}$ qui ont une expression similaire à celle de $\{\mathbf{R}_{lc}^e(\{\mathbf{A}^e\})\}$.

Nous avons démontré dans [PAS 03] que la méthode des intégrales de frontière pouvait être appliquée avec succès à chaque harmonique du potentiel vecteur magnétique. Classiquement, cette méthode permet de calculer $\mathbf{A}(\vec{x}, t)$ dans l'air où le problème magnétodynamique est décrit par l'équation $\Delta \mathbf{A}(\vec{x}, t) = 0$ avec les conditions aux limites adéquates. Lorsque le modèle multi-harmonique est utilisé, la même équation est à résoudre mais pour les différents degrés de liberté électromagnétiques : $\Delta A_{lc}(\vec{x}) \mathbf{e}_\theta = 0$ et $\Delta A_{ls}(\vec{x}) \mathbf{e}_\theta = 0$ pour $l = 1, 3, \dots, m$. Nous en déduisons la valeur des différents harmoniques de la composante tangentielle du champ magnétique $\mathbf{Q} = \mathbf{H} \wedge \mathbf{n} = Q(\vec{x}) \mathbf{e}_\theta$ sur la frontière $\Gamma_{FEM-BEM}$ et donc la valeur de l'intégrale correspondant au dernier terme de l'équation [10]. Cette approche est particulièrement adaptée au problème où des pièces sont mobiles puisqu'elle évite un maillage et donc aussi d'éventuels remaillages inutiles et coûteux de l'air. Elle permet aussi de prendre en compte facilement les conditions aux limites à l'infini (grandeurs vectorielles nulles) propres aux problèmes électromagnétiques.

3. Problème thermique transitoire

L'analyse thermique repose sur la résolution des équations suivantes :

$$\rho \frac{\partial H(\theta)}{\partial t} - \text{div}(\lambda \cdot \mathbf{grad} \theta) - Q = 0 \quad \text{dans } \Omega \quad [12]$$

$$\lambda \cdot \mathbf{grad} \theta \cdot \mathbf{n} = q(\theta, t) \quad \text{sur } \partial\Omega_\theta \quad [13]$$

$$\theta = \theta_p(t) \quad \text{sur } \partial\Omega_\theta \quad \text{avec } \partial\Omega = \partial\Omega_q \cup \partial\Omega_\theta \quad [14]$$

où θ , $\rho(\theta)$, $H(\theta)$, $\lambda(\theta)$ sont respectivement la température, la densité volumique, l'enthalpie et la conductivité thermique. Ω est un domaine fermé (frontière $\partial\Omega$) représentant tous les milieux conducteurs. La formulation éléments finis du problème thermique est tout à fait classique et peut être retrouvée dans [BER 98].

Q représente la densité volumique de puissance dissipée par effet Joule et en moyenne sur une période T des courants sources. Son calcul s'établit de la façon suivante : $Q(\vec{x}) = \frac{1}{\sigma T} \int_0^T \mathbf{J}^2(\vec{x}, t) dt$. Considérant l'expression du développement en série de Fourier de la densité volumique de courant \mathbf{J} , Q s'exprime dans les cas bidimensionnel et axisymétrique comme suit :

$$Q(\vec{x}) = \frac{1}{2\sigma(\theta)} \sum_{k=1,3,\dots}^m \left((J_{kc}(\vec{x}))^2 + (J_{ks}(\vec{x}))^2 \right) \quad [15]$$

4. Principe de la méthode directe

Dans la formulation éléments finis du problème couplé, il y a $m + 2$ degrés de liberté en chaque nœud (où m est l'ordre de l'harmonique le plus élevé considéré) : un pour la température, les autres correspondant aux parties en *cosinus* et *sinus* des $\frac{m+1}{2}$ harmoniques impairs du potentiel vecteur magnétique.

L'application de la méthode des éléments finis pour la méthode directe conduit à la résolution d'un système de $m + 2$ équations couplées non linéaires, et ce en chaque nœud et à chaque pas de temps thermique. La discrétisation temporelle du problème transitoire couplé est basée sur celle du problème purement thermique. Un système de $n * (m + 2)$ équations non linéaires doit être résolu à chaque pas de temps du problème thermique :

$$\{\mathbf{R}_{couplé}\} = \left\{ \begin{array}{l} \{\mathbf{R}_1(\{\{\theta\}, \{\mathbf{A}_{1c}\}, \{\mathbf{A}_{1s}\}, \dots\})\} = \{0\} \\ \{\mathbf{R}_2(\{\{\theta\}, \{\mathbf{A}_{1c}\}, \{\mathbf{A}_{1s}\}, \dots\})\} = \{0\} \\ \{\mathbf{R}_3(\{\{\theta\}, \{\mathbf{A}_{1c}\}, \{\mathbf{A}_{1s}\}, \dots\})\} = \{0\} \\ \dots \end{array} \right\} \quad [16]$$

Le premier système d'équations dans [16] correspond au problème thermique. Les $m + 1$ autres systèmes d'équations correspondent aux formulations éléments finis associées aux équations [3] et [4]. Le système d'équations du problème couplé est résolu en utilisant la méthode de Newton-Raphson.

5. Application

La nouvelle méthode directe a été implantée dans le logiciel par éléments finis SYSWELD[®] [ESI03]. L'exemple d'application proposée est celui d'un barreau cylindrique traité superficiellement grâce à un unique inducteur ayant la forme d'un tore, entourant la pièce, se déplaçant parallèlement à la surface et qui est suivi un peu plus loin d'une douche, cf. figure 1a. La géométrie du problème est parfaitement axisymétrique et seule la moitié du plan de symétrie de la pièce contenant l'axe de révolution est modélisé. L'inducteur est en cuivre, creux ($diam_{ext} = 0,010m$ et $diam_{int} = 0,008m$) et refroidi à l'intérieur par circulation d'eau. Il est alimenté pendant $3,2s$ par une tension électrique sinusoïdale efficace de fréquence $f = 50kHz$ dont l'amplitude maximale varie en fonction du temps. Cette dernière est définie pour un angle de révolution de 2π radians par interpolation linéaire entre les couples de valeurs qui suivent : $(t(s); V_{01c}(Volts))$: (0; 20), (0, 5; 20), (0, 65; 34), (2, 55; 34), (2, 7; 20), (3, 2; 20). Le maillage de l'éprouvette est constitué de 1 200 mailles de type quadrangle du premier ordre et de 1 271 nœuds (discrétisations de 41 nœuds dans la direction horizontale et de 31 nœuds dans la direction verticale). L'air non maillé est pris en compte avec la méthode des intégrales de frontière, cf. figure 1b.

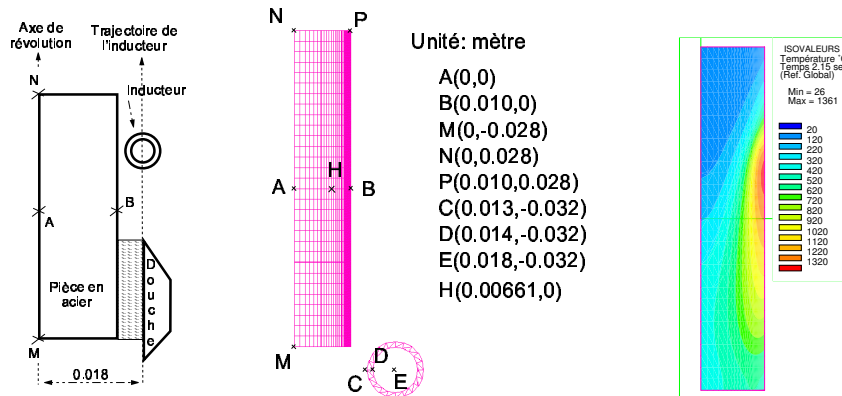


Figure 1. (a) Schéma du procédé (b) Maillage des composants à l'instant initial $t = 0s$: pièce en acier et inducteur (c) Distribution de la température en cours de traitement à l'instant $t = 2,15s$

Le barreau est constitué d'acier CK45 dont l'ensemble des propriétés non linéaires électromagnétiques, thermiques, métallurgiques et mécaniques peuvent être trouvées entre autres dans la base de données matériau du logiciel. La vitesse de déplacement de l'inducteur (et de la douche) est $v = 0,020m.s^{-1}$, ses positions initiale et finale sont $(0,018m; -0,032m)$ et $(0,018m; 0,032m)$, son centre se déplace d'une longueur totale de $0,064m$ en 64 incréments de déplacement de $0,001m$ chacun. La douche d'une longueur de $0,100m$ le suit à une distance de $0,020m$ par rapport à son centre. La phase « chauffage+douche » dure $9s$. Elle s'effectue en 180 pas de $0,05s$ chacun. Vient ensuite une phase de pur refroidissement où la pièce est plongée dans un bain. Au temps $t = 230s$ sa température est homogène et d'environ $43^{\circ}C$. Suite à l'analyse magnéto-thermo-métallurgique, une analyse mécanique est effectuée permettant d'obtenir les contraintes résiduelles dans la pièce à la fin du procédé.

Deux simulations magnéto-thermo-métallurgiques 1 and 2 sont menées avec la méthode directe qui met en jeu respectivement le modèle mono-harmonique et le modèle bi-harmonique. La simulation magnéto-thermo-métallurgique 3 dite de référence met en jeu la méthode indirecte où les analyses magnétodynamiques transitoires sont menées sur une plage de temps de 3 périodes T . Une analyse magnétodynamique transitoire permet la prise en compte totale de la non linéarité des courbes d'aimantation. Lorsque la méthode indirecte est utilisée, le couplage physique fort entre les problèmes magnétodynamique et thermo-métallurgique est assuré à chaque pas de temps thermique par une différence de température ne devant pas excéder $2^{\circ}C$.

La figure 1c représente la distribution de température dans la pièce traitée à l'instant $t = 2,15s$. La figure 2a représente l'évolution de la température en B pour la simulation 1. La température est maximale lorsque l'inducteur est très proche de B. La remontée de la température à $t = 7,6s$ est due à la fin du passage de la douche en B et à la conduction de la chaleur du cœur chaud vers la surface froide. A $t = 9s$

le refroidissement total dans le bain démarre. Entre les points A et B, la différence de température est maximale à $t = 1,3s$, $\Delta\theta = 50,5^\circ C$, pour les simulations 1 et 3 ($\theta_1 = 567^\circ C$ et $\theta_3 = 617,5^\circ C$), à $t = 1,3s$, $\Delta\theta = 27,5^\circ C$, pour les simulations 2 et 3 ($\theta_2 = 584,5^\circ C$ et $\theta_3 = 612^\circ C$), en B pour la première et très proche de B pour la seconde. Cela s'explique par le fait que lorsque le modèle multi-harmonique est utilisé, la puissance dissipée par effet Joule est sous-estimée par rapport à son calcul avec le modèle de référence. Les harmoniques d'ordre supérieur sont en effet tronqués. Cette sous-estimation diminue lorsque le nombre d'harmoniques augmente. Il en est de même pour la température.

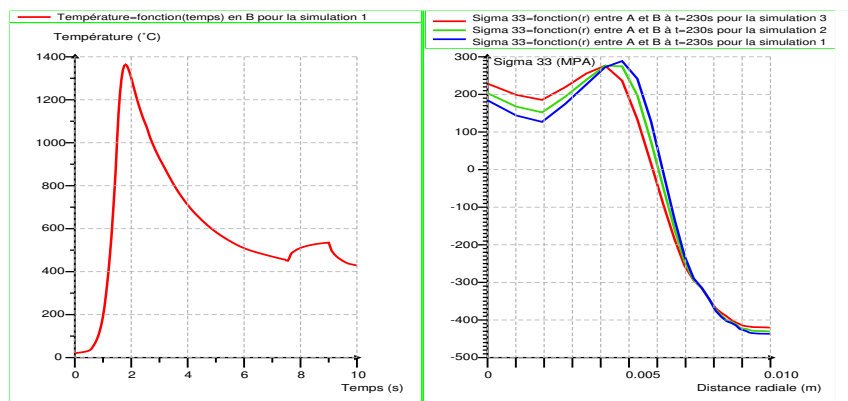


Figure 2. (a) Evolution de la température au point B entre 0s et 10s (b) Evolution de la contrainte orthoradiale entre les points A et B pour les simulations 1, 2 et 3 à $t = 230s$

Pour chaque simulation magnéto-thermo-métallurgique (simulations 1, 2 et 3) auparavant réalisée, une analyse mécanique transitoire est ensuite effectuée et permet de calculer les contraintes et distorsions résiduelles mécaniques dans la pièce à la fin du procédé. Pour chaque analyse mécanique, les distributions de température et de phase de chacune d'elles servent de données d'entrée dans le modèle mécanique.

L'analyse mécanique transitoire de $t = 0s$ à $t = 230s$ est menée sur le même maillage. La simulation mécanique est réalisée avec un modèle à symétrie axiale de révolution. Les conditions initiales dans le cylindre sont une déformation plastique nulle et une contrainte nulle. Aucune sollicitation extérieure n'est exercée sur la pièce. L'évolution de la température et des proportions de phase métallurgique en fonction du temps sont les seules sollicitations. L'unique condition aux limites imposée dans le modèle mécanique est $u_r = 0$ sur l'axe de révolution.

Le modèle de comportement du matériau est un modèle élasto-plastique avec écrouissage isotrope. Le phénomène de plasticité de transformation est également pris en compte en supposant que la phase « molle » est l'austénite. Le module d'Young est constant et le coefficient de Poisson dépend seulement de la température. La limite d'élasticité dépend de la température mais aussi des différentes phases. Il en est

de même pour les coefficients de dilatation thermique qui sont identiques pour les quatre premières phases. Le modèle de comportement est aussi basé sur l'hypothèse que deux écrouissages seulement sont distingués, celui de la phase austénitique γ et celui des phases ferritiques α . Etant donné que le matériau possède quatre phases ferritiques, ayant des limites d'élasticité différentes, un seul écrouissage $H(\varepsilon^p)$ est affecté à la limite élastique moyenne des phases ferritiques. Les deux écrouissages varient en fonction de la température, *cf.* [ESI03].

Les distributions des contraintes résiduelles axiale et orthoradiale dans le composant pour la simulation 3 à $t = 230s$ sont représentées sur les figures 3a et 3b. Les contraintes sont importantes et de type compression en surface. C'est ce qui est recherché dans un traitement thermique superficiel.

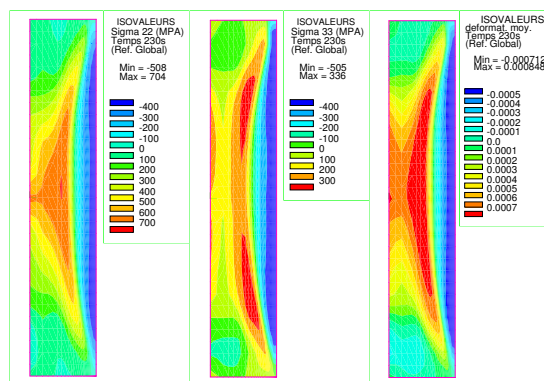


Figure 3. (a) Distribution spatiale de la contrainte axiale à $t = 230s$ (b) Distribution spatiale de la contrainte orthoradiale à $t = 230s$ (c) Déformation moyenne à $t = 230s$

L'évolution de l'une des contraintes, la contrainte orthoradiale le long du segment [AB] par exemple, est comparée pour les simulations 3, 2 et 1, à la fin du traitement à $t = 230s$, *cf.* figure 2b. Les contraintes de compression en surface et les contraintes de traction au cœur du composant sont respectivement surestimées et sous-estimées avec le modèle magnétodynamique multi-harmonique (simulations 2 et 1) par rapport au modèle magnétodynamique de référence (simulation 3). La surestimation et la sous-estimation des contraintes diminuent lorsque le nombre d'harmoniques calculé augmente. L'explication est d'origine thermo-métallurgique. En effet, plus la puissance dissipée est importante, plus les transformations métallurgiques se produisent en profondeur et plus la profondeur de trempe martensitique est importante. Il en découle que plus cette profondeur de la zone affectée thermiquement est importante, plus le saut de contrainte traction-compression se produit profondément dans la pièce. Le saut de contrainte ($r = 0,0058m$) est ainsi décalé en profondeur pour la simulation 3 (modèle transitoire) par rapport à celui ($r = 0,0061m$) de la simulation 2 (modèle bi-harmonique) lui-même décalé en profondeur par rapport à celui ($r = 0,0062m$) de la simulation 1 (modèle mono-harmonique).

Méthode	méthode directe	méthode directe	méthode indirecte	méthode indirecte	méthode indirecte
Modèle	1 harmo	2 harmo	transitoire : 3T	1 harmo	2 harmo
Simulation n° :	1	2	3	4	5
Temps de calcul solveur direct (non-sym)	1 H 35 <i>NS_{ym}D</i>	8 H 11 <i>NS_{ym}D</i>	17 H 00 <i>NS_{ym}D</i>	4 H 31 <i>NS_{ym}D</i>	20 H 58 <i>NS_{ym}D</i>
Simulation n° :	1	2	6	7	8
Temps de calcul solveur itératif (non-sym)	1 H 35 <i>NS_{ym}D</i>	8 H 11 <i>NS_{ym}D</i>	14 H 06 <i>NS_{ym}I</i>	3 H 26 <i>NS_{ym}I</i>	10 H 04 <i>NS_{ym}I</i>
Même ordinateur pour toutes les simulations: PC Pentium IV 1.7Ghz RAM=512MO					

Figure 4. Tableau récapitulatif des différentes simulations magnéto-thermo-métallurgiques

La figure 3c représente la déformation moyenne dans la pièce en fin de traitement. Elle montre que la déformation moyenne est de signe négatif dans l'épaisseur traitée et à l'inverse positif en dessous. Dans une certaine épaisseur, le matériau a diminué de volume tandis que la matière l'entourant s'est dilatée, du fait des transformations métallurgiques, contribuant ainsi à la mise en compression de la couche superficielle.

D'un point de vue plus général, il ressort de l'exemple étudié que toutes les grandeurs, quelle que soit leur nature physique, évoluent en fonction du calcul de la puissance dissipée par effet Joule, donc directement en fonction du modèle magnétodynamique utilisé. Plus le nombre d'harmoniques calculé augmente, plus les grandeurs quelle que soit leur nature, tendent à s'approcher de celles calculées lorsque le modèle transitoire de référence est mis en jeu dans la simulation magnéto-thermo-métallurgique.

Les temps de calcul de différentes simulations magnéto-thermo-métallurgiques (qui correspondent à la phase « chauffage » incluse dans la phase « chauffage+douche », autrement dit qui correspondent à l'intervalle de temps compris entre $t = 0s$ et $t = 3,2s$ pendant lequel l'inducteur est alimenté électriquement) sont comparés. En plus des trois précédentes simulations (simulations 1, 2 et 3) deux autres simulations (simulations 4 et 5) sont réalisées avec la méthode indirecte en considérant respectivement le modèle magnétodynamique mono-harmonique et le modèle magnétodynamique bi-harmonique. Le solveur direct non symétrique ($[NS_{ym}D]$ cf. [ESI03]) est utilisé dans ces cinq premières simulations. Lorsque dans les simulations 4 et 5, le solveur direct ($[NS_{ym}D]$) est remplacé par le solveur itératif ($[NS_{ym}I]$), nous obtenons les simulations 7 et 8. Ajoutons que le mauvais conditionnement des matrices rend actuellement impossible l'utilisation du solveur itératif non symétrique ($[NS_{ym}I]$) lorsque la nouvelle méthode directe est mise en jeu.

L'ensemble des temps de calcul relatifs aux huit simulations sont regroupés dans le tableau récapitulatif 4. Par comparaison des temps de calcul il apparaît que les

simulations exécutées avec la nouvelle méthode directe, pour un nombre de deux harmoniques calculé maximum, sont toujours plus rapides que celles menées avec la méthode indirecte. Ceci est vrai quel que soit le solveur utilisé dans la résolution des problèmes magnétodynamiques (mono-harmonique, bi-harmonique ou transitoire) lorsque la méthode indirecte est utilisée.

6. Conclusion

Un couplage magnéto-thermo-métallurgique dans le même élément fini pour une application de chauffage par induction a été réalisé avec succès. La prise en compte variable du nombre d'harmoniques se répercute directement sur les résultats thermiques, métallurgiques et mécaniques. Dans l'exemple étudié, la simulation mécanique qui fait suite à la simulation du problème couplé magnéto-thermo-métallurgique mettant en jeu le modèle mono-harmonique permet d'obtenir des résultats métallurgiques et mécaniques très proches de ceux de référence pour un coût numérique bien moindre de la première simulation. Enfin, il apparaît nécessaire à l'avenir de s'intéresser à des solveurs plus efficaces car dédiés à la résolution de problème multi-physique couplé où les degrés de liberté sont de natures physiques différentes donc d'ordres de grandeur très différents impliquant un mauvais conditionnement des matrices. Ce travail futur sur des solveurs adaptés devra permettre l'utilisation de la méthode directe pour traiter des problèmes de taille importante.

7. Bibliographie

- [BAY 03] BAY F., LABBE V., FAVENNEC Y., CHENOT J., « A numerical model for induction heating processes coupling electromagnetism and thermomechanics », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 58, n° 6, 2003, p. 839-867.
- [BER 98] BERGHEAU J.-M., MANGIALENTI G., BOITOUT F., « Contribution of Numerical Simulation to the Analysis of Heat Treatment and Surface Hardening Processes », *Proceedings of the 18th ASM Heat Treating Society Conference and Exposition*, october 1998, p. 681-690.
- [CHA 97] CHABOUDEZ C., CLAIN S., GLARDON R., MARI D., RAPPAZ J., SWIERKOSZ M., « Numerical Modeling in Induction Heating for Axisymmetric Geometries », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 33, n° 1, 1997, p. 739-745.
- [DUR 97] DURBAN C., « Analyse et optimisation des paramètres influant sur le calcul prévisionnel des contraintes résiduelles conséquentes au chauffage par induction suivi d'une trempe », Phd Thesis, ENSAM Bordeaux, december 1997.
- [ESI03] ESI-Software, « SYSTUS[®] SYSWELD[®] SYSMAGNATM Manuel d'utilisation 2003 », janvier 2003.
- [PAS 03] PASCAL R., CONRAUX P., BERGHEAU J.-M., « Coupling between Finite Elements and Boundary Elements for the numerical simulation of induction heating processes using an Harmonic Balance Method », *IEEE Transactions On Magnetics*, vol. 39, n° 3, 2003, p. 1535-1538.