
Modélisation du comportement du ballast par une méthode d'éléments discrets

**Gilles Saussine — Catherine Cholet — Frédéric Dubois
Claude Bohatier**

*Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, UMR5508, Université Montpellier 2 - cc48,
place Eugène Bataillon, F-34095 Montpellier cedex 5
gsaussin@lmgc.univ-montp2.fr*

*SNCF, Direction de la Recherche et de la Technologie
Unité du système ferroviaire et confort
45, rue de Londres, F-75379 Paris Cedex 08
catherine.cholet@sncf.fr*

RÉSUMÉ. Depuis les débuts du ferroviaire, les voies ballastées sont très largement employées en raison de leur flexibilité à la fois pour la construction et la maintenance mais également pour leur capacité à répondre aux exigences mécaniques fixées par le transport de lourdes charges sur une grande distance. Il est capital pour la SNCF de conserver une bonne qualité de voie pour assurer le confort et la sécurité des circulations. Dans ce contexte, il est nécessaire de mieux comprendre le fonctionnement interne de la voie et des mécanismes qui conduisent à plus ou moins long terme à l'apparition des défauts de voie. Les approches granulaires présentant une alternative intéressante pour étudier les phénomènes liés à la microstructure du ballast, nous exposons une approche par éléments discrets modélisant le ballast par des polygones et des polyèdres convexes.

ABSTRACT. Ballast is widely employed for the construction of railway track because of its mechanical properties and its flexibility from the points of views of construction and maintenance. It is an important stake for the SNCF to preserve the quality of railway track and to ensure the safety of circulation in good conditions of comfort. To improve the effectiveness of the maintenance operations and to optimize their cost, it is necessary to understand the mechanical behaviour of ballast and identify the factors inducing the appearance of defects. Discrete element method (DEM) presents an interesting alternative in order to model geometrical discontinuities of material and to take into account the grain rearrangements. We present a discrete element approach modelling ballast grains by convex polygons or polyhedra.

MOTS-CLÉS : chargement cyclique, ballast, DEM.

KEYWORDS: cyclic loading, railway ballast, DEM.

1. Introduction

Les voies ballastées sont très largement employées dans le domaine ferroviaire en raison de leur flexibilité du point de vue de la construction et de la maintenance. Le ballast est un des éléments support de la voie, c'est un granulat provenant du concassage de roches qui assure entre autres fonctions la transmission et la répartition vers la plate-forme des charges statiques et dynamiques induites par les circulations, ainsi que l'ancrage latéral et longitudinal de la voie [CHO 04], [BOD 01] et [ALI 84].

Il est capital pour la SNCF de conserver une bonne qualité de voie pour assurer la sécurité des circulations et des conditions de confort satisfaisantes. Le suivi de la géométrie est un des principaux critères de qualité de la voie ; au cours du temps, des irrégularités géométriques, ou défauts de voie, apparaissent, dues pour partie au tassement du ballast. Le problème tient au caractère non homogène de ce tassement (tassement différentiel) dont l'origine est mal connue et qui apparaît après un très grand nombre de cycles¹ de chargement (plusieurs millions). Les enjeux de la grande vitesse, avec le passage à des vitesses d'exploitation supérieures à 300 km/h, posent la question de l'impact de l'augmentation des vitesses de circulation sur la détérioration du ballast et plus généralement de la voie. Les conditions d'ancrage de la voie sont particulièrement importantes pour assurer sa stabilité latérale et ainsi contrôler les effets dus, par exemple, au flambement thermique du rail en période estivale. Il est donc souhaitable de bien comprendre quels sont les facteurs qui contribuent à la résistance latérale de la voie.

Dans ce contexte, il nous apparaît nécessaire de mieux comprendre le fonctionnement interne de la voie et des mécanismes qui conduisent à plus ou moins long terme à la dégradation de ses propriétés (tassement différentiel, colmatage, etc.). Les approches par éléments discrets permettent d'étudier les phénomènes liés à la microstructure du ballast et à son évolution (réorganisation des grains, usure, etc.). De plus, il semble aujourd'hui évident que le ballast sous chargement dynamique ne peut pas se modéliser comme un milieu continu et qu'une méthode par éléments discrets présente une alternative prometteuse. La Direction de la recherche et de la technologie de la SNCF a entrepris, en collaboration avec le LMGC, un travail de recherche nécessitant le développement d'un code de simulation du ballast par éléments discrets. Un prototype de code a été développé dans la plate-forme LMGC90 [DUB 03] et devrait permettre d'aboutir après quelques itérations entre développements et tests à un outil performant.

Après avoir rappelé le principe de la méthode numérique utilisée, nous présentons une étude de sensibilité des simulations aux facteurs numériques pour maîtriser et contrôler au meilleur coût (en temps de calcul) la qualité des résultats. Ensuite nous exposons une confrontation des résultats numériques avec des résultats expérimentaux obtenus au LCPC, qui illustre les performances de la méthode sur un système bidimensionnel modèle soumis à quelques milliers de cycles de chargement. Après quoi

1. Un cycle de chargement correspond au passage d'un essieu.

nous abordons les alternatives au traitement de la sous-couche, la partie située sous le ballast. Enfin nous présentons une application 3D du code à l'étude de la résistance latérale du ballast.

2. La méthode numérique

La conception d'un outil de simulation numérique adapté à l'étude du ballast est un problème difficile. L'outil utilisé pour ce travail est basé sur une méthode par éléments discrets [CAM 01], où l'on considère le milieu comme une collection de corps distincts en interaction. Il existe de nombreuses stratégies numériques pour modéliser les systèmes *multicontacts* qui diffèrent par le choix de la discrétisation spatiale des solides, de l'intégrateur temporel (discrétisation pas à pas ou événementielle, schéma d'intégration), de la loi d'interaction (loi de comportement, loi de choc) et enfin de la méthode de résolution numérique du système d'équations avec contraintes [MOR 03, JEA 93, BRO 02].

Pour ce travail nous avons modélisé les grains de ballast par des corps rigides et la sous-couche par des corps rigides ou déformables. La méthode détaillée par la suite est basée sur la dynamique des contacts proposée par Moreau et Jean [JEA 92, SAU té]. Elle est à distinguer des méthodes utilisant une intégration temporelle explicite et une forme régularisée des lois d'interaction [CUN 79, ALL 87].

2.1. Cinématique des corps

Nous considérons indifféremment les corps comme rigides ou déformables. Leur mouvement est régi par l'équation de la dynamique suivante :

$$\mathbf{M}\dot{u} = \mathbf{F}(q, u, t) + \mathbf{P}(t) + r \quad [1]$$

avec q une paramétrisation quelconque (par exemple le déplacement et la rotation du centre de gravité d'un corps rigide, les paramètres de rotation de ce corps ou les déplacements des nœuds d'un maillage éléments finis), u la fonction vitesse et r la contribution des forces de contact que l'on ne connaît pas a priori. Les n -vecteurs $\mathbf{P}(t)$ et $\mathbf{F}(q, u, t)$ représentent respectivement les efforts extérieurs et intérieurs (corps déformables) ou les termes *centrifuge* et *gyroscopique* (corps rigides).

Avec un schéma d'évolution en temps pas à pas, l'intervalle de temps $[0, T]$ est divisé arbitrairement en sous-intervalles. Considérons un intervalle de temps $]t_i, t_f]$, de longueur h , on obtient :

$$\begin{cases} \mathbf{M}(u_f - u_i) = \int_{t_i}^{t_f} (\mathbf{F}(q, u, s) + \mathbf{P}(s)) ds + hr_f \\ q_f = q_i + \int_{t_i}^{t_f} u ds \end{cases} \quad [2]$$

avec $hr_f = \int_{[t_i, t_f]} r d\nu$ la valeur moyenne de l'impulsion sur le pas de temps.

Lorsqu'on discrétise un corps par éléments finis une étape supplémentaire est nécessaire. Elle revient à introduire un terme de rigidité au premier membre [JEA 99].

2.2. Description du contact

L'enveloppe des grains de ballast est décrite par des polygones (2D) ou des polyèdres (3D) convexes. La détection des points de contact potentiels et le calcul des variables locales associées sont réalisés dans une configuration *intermédiaire* donnée explicitement :

$$q_m = q_i + h(1 - \theta)u_i \quad [3]$$

où θ est le paramètre de l'intégrateur temporel. On pourrait utiliser deux paramètres indépendants [VOL 98]. L'algorithme de détection est basé en 2D sur la méthode du *shadow-overlap* proposée par Moreau [SAU té] et en 3D sur une adaptation originale proposée par Saussine [SAU 04a].

Lors d'un contact potentiel entre deux corps on calculera un ensemble de points les plus proches [SAU 04a] et les repères locaux associés ($n^\alpha, t^\alpha, s^\alpha$). On pourra évaluer la distance algébrique entre ces points (g^α), i.e. l'interstice, et les vitesses relatives entre ces points ($U^\alpha = H^{*\alpha}u_f$). L'opérateur $H^{*\alpha}$ est construit à partir de considérations cinématiques. Il est important de noter qu'on ne fait qu'une détection des points en contact au cours d'un pas de temps et donc que le repère local est figé même si l'interstice et les vitesses relatives dépendent implicitement de la solution du problème. Pour $\theta = 0.5$ on retrouve l'algorithme de *saute-mouton* employé par Moreau.

Lorsqu'on considère un contact entre corps rigides il est nécessaire de préciser la nature du choc, soit élastique (avec restitution) soit inélastique (sans restitution). Ici nous allons considérer des chocs inélastiques [CAM 01].

La modélisation de la sous-couche peut se faire de deux manières :

– en considérant qu'elle est composée d'une couche de polygones (figure 3) reposant sur des barres ayant un comportement visco-élastique de type Kelvin-Voigt :

$$R_N = k_N \varepsilon_N + h\nu_N \dot{\varepsilon}_N \text{ avec } \varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0} - \varepsilon_0$$

où L_0 représente la longueur de la barre dans la configuration de référence, L dans la configuration courante, ε_0 est une déformation, et k_N la raideur et ν la viscosité de l'amortisseur. Ces paramètres sont identifiés à partir d'un essai [CHO 03]. Cette approche simplifiée permet de bien caractériser le comportement en compression de la sous-couche mais néglige totalement son cisaillement et la transmission d'onde élastique car les polygones ne sont pas liés entre eux. On pourrait par ce type d'approche simplifiée prendre en compte un comportement tangent,

– en considérant un massif déformable discrétisé par éléments finis. Cette approche, plus lourde numériquement, permet d'introduire des lois de comportement plus réalistes pour modéliser la sous-couche.

2.3. Condensation du système

Pour résoudre le problème décrit par les équations de la dynamique de chaque corps et les interactions locales (relations unilatérales, frottement de Coulomb), il existe de nombreuses stratégies de résolution [JEA 93]. Nous utilisons une approche locale nécessitant la condensation des équations de la dynamique en termes d'inconnues locales. Le système à résoudre peut s'écrire pour chaque contact α de la façon suivante :

$$U^\alpha - W^{\alpha\alpha} R^\alpha = U_{libre}^\alpha + \sum_{\beta=1, \beta \neq \alpha}^{nc} W^{\alpha\beta} R^\beta, \text{ avec } loi(g^\alpha, U_T^\alpha, R_N^\alpha, R_T^\alpha) = \text{vraie} \quad [4]$$

où $W = H^* \mathbb{M}^{-1} H$ est la réduction aux contacts de la matrice des itérations (*opérateur de Delassus*), U_{libre}^α est la vitesse relative du contact α en l'absence de la contribution du contact aux efforts et nc est le nombre de contact. On prendra comme *loi* d'interaction, qui doit être vérifiée dans 4, du contact unilatéral avec frottement de Coulomb.

2.4. Solveur Gauss-Seidel non linéaire

La méthode de résolution utilisée est comparable à un algorithme de Gauss-Seidel non linéaire par bloc. En effet, elle consiste à résoudre pour un contact α l'équation locale 4 en considérant les contributions des autres contacts ($\beta \neq \alpha$) comme fixées. Dans cette expression on trouve des termes déjà calculés ($\beta < \alpha$) et non encore calculés ($\beta > \alpha$). La résolution de chaque bloc d'équations (contact, frottement) est non linéaire et est effectuée par une méthode d'intersection de graphe explicite en 2D et itérative en 3D [ALA 88].

Le calcul du terme $\sum_{\beta=1, \beta \neq \alpha}^{nc} W^{\alpha\beta} R^\beta$ peut se faire de deux façons [REN 04] :

– **NSCD Echange Local Global.** A chaque fois qu'on calcule une réaction de contact on actualise sa contribution dans l'équation de la dynamique des particules concernées, grâce à quoi on pourra calculer le terme qui nous intéresse. On constate que si cette méthode est très peu consommatrice en espace mémoire (pas de stockage des $W^{\alpha\beta}$) en revanche, elle est assez consommatrice en communication mémoire et en calcul,

– **NSCD Stockage Données Locales.** On stocke une fois pour toutes les termes $W^{\alpha\beta}$.

3. Etude de la sensibilité des résultats à la taille du pas de temps

L'évolution du tassement d'un massif de ballast en conditions réelles est de l'ordre de quelques millimètres au bout de quelques centaines de milliers de passage d'essieux, précédée par une phase de mise en place plus rapide. L'emploi des méthodes par éléments discrets exige, pour ce type de problématique, une maîtrise de l'ensemble des données influençant la mesure du tassement. Les violations, c'est-à-dire les interpénétrations entre les grains, jouent alors un rôle très important, pouvant remettre en cause la mesure de cette quantité.

Cette étude paramétrique a été réalisée sur un échantillon représentant une coupe transversale de la voie [CHO 03] et soumis à un chargement cyclique d'une fréquence de 20 Hz. On y a étudié, pour 10 valeurs du pas de temps différents et pour deux angles de chargement différents (0 et 5 degrés), l'évolution des violations moyennes et maximales au cours de 2 000 cycles de chargement. Lors des chargements réalisés,

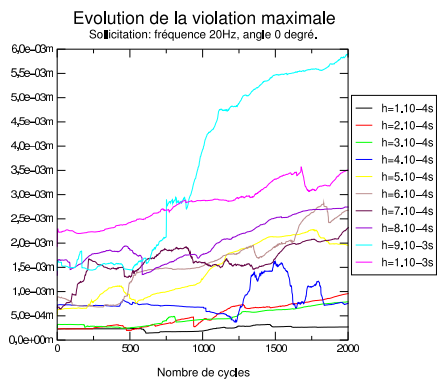


Figure 1. Evolution des violations maximales

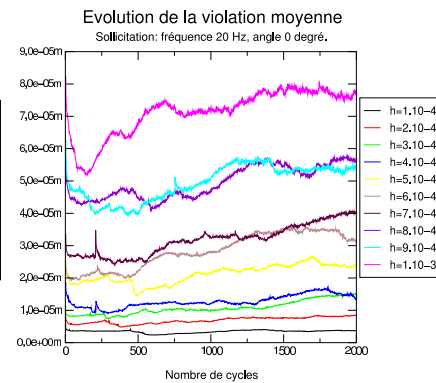


Figure 2. Evolution des violations moyennes

les violations moyennes évoluent peu. Le pas de temps joue un rôle important ; il conditionne la taille des violations moyennes, celles-ci étant multipliées par 8 entre les pas $1.10^{-4}s$ et $1.10^{-3}s$, et entraîne une évolution d'autant plus stable des violations maximales qu'il reste petit.

Sur l'ensemble des calculs réalisés, les violations maximales n'influent pas sur l'évolution des violations moyennes. On observe les mêmes tendances en appliquant une sollicitation à 5 degrés. Durant les premiers cycles on remarque une diminution de la violation moyenne, que l'on peut justifier par le ripage de la traverse sur les grains où elle repose, ainsi qu'une diminution du nombre de contacts. Ensuite on retrouve le comportement évoqué précédemment.

L'évolution des violations, dans la configuration particulière de notre échantillon, peut être maîtrisée grâce à l'emploi d'un pas de temps suffisamment petit, de l'ordre de

$2.10^{-4}s$ et à l'utilisation d'une gestion du contact adaptée. Les violations maximales, parfois importantes, ne sont pas nombreuses, et sont le plus souvent situées sur un contact face-face entre polygones.

4. Modélisation d'une expérience modèle

L'application des méthodes par éléments discrets à l'étude du comportement du ballast nécessite une validation sur un problème représentatif du ferroviaire. En s'inspirant du principe des matériaux de Schneebeli [LAN 00], une expérience a été réalisée par Combe au LCPC [CHO 03] avec pour objectif de valider le code de calcul bidimensionnel sur un exemple représentant une coupe transversale de la voie. L'emploi de la méthode des éléments discrets va permettre une analyse fine des évolutions des interactions entre grains afin d'évaluer le rôle de données micro-mécaniques difficilement mesurables.

Le dispositif expérimental représente une portion de voie ferroviaire. Il est constitué d'un bloc en aluminium représentant une portion de blochet, de prismes à sections polygonales représentant les grains de ballast, l'ensemble reposant sur une couche d'élastomère représentant le sol. L'échantillon est composé de grains modèles en ciment haute performance, de trois diamètres différents (1 cm, 1,5 cm et 2 cm). Il est disposé dans un bâti rectangulaire, sur lequel est fixé un vérin, asservi en force. Celui-ci permet d'appliquer des chargements cycliques sur le blochet avec diverses inclinaisons. Au cours des expériences des photos sont prises pour évaluer le déplacement de quelques grains.

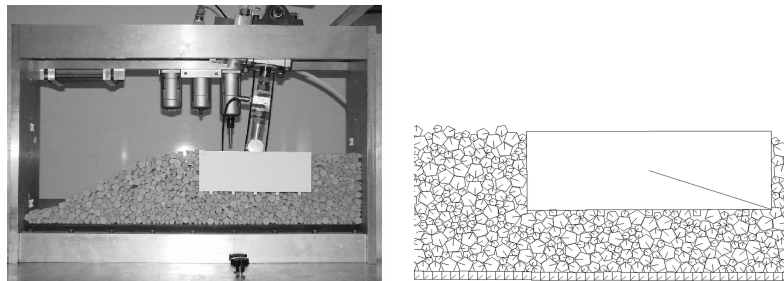


Figure 3. Photographie de l'expérience et d'un échantillon digitalisé

Sur la base d'un échantillon digitalisé, nous avons réalisé une première confrontation entre la simulation et l'expérience. L'échantillon considéré est constitué de 641 grains polygonaux, de masse volumique $\rho = 2\,367\text{kg}/\text{m}^3$ et avec un coefficient de frottement intergranulaire identifié proche de 0.5. Il est soumis à un chargement vertical sinusoïdal d'amplitude 1 000 newtons avec une fréquence de 1 Hz. Cette simulation a nécessité 5.10^6 pas de temps ($h = 2.10^{-4}s$); le calcul a duré environ 3 semaines sur un PC linux.

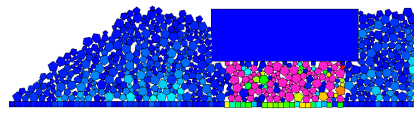
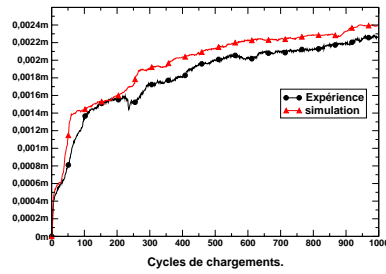


Figure 4. Comparaison des tassements **Figure 5.** Image au 100ⁱe cycle

L'évolution des tassements mesurés lors de l'expérience et de la simulation évoluent de façon comparable. Cette évolution résulte de la formation et de la rupture de chaîne de forces principalement situées sous le blochet (figure 5) qui entraînent des réarrangements entre les grains. En plus de la bonne concordance entre le tassement mesuré et calculé, on observe un comportement des grains et de l'ensemble du massif en adéquation avec les observations expérimentales.

5. Enrichissement du modèle : couplage éléments discrets/éléments finis

La modélisation de la sous-couche déformable par une discrétisation à l'aide de polygones reposant sur des barres visco-élastiques peut sembler simpliste. Les récents développements dans LMGC90 permettent de traiter l'interaction entre des corps rigides et des corps déformables. Aussi est il possible d'effectuer une comparaison entre une simulation utilisant une sous-couche discrétisée par éléments finis et par l'approche utilisée précédemment. L'objectif est d'étudier le comportement d'un échantillon ayant les mêmes propriétés, en particulier la même configuration géométrique initiale, avec les deux types de modélisation de la sous-couche.

Nous avons considéré un échantillon de polygones, de masse volumique $\rho = 2367 \text{ kg/m}^3$, avec coefficient de frottement intergranulaire de 0.5, reposant sur une sous-couche ayant un comportement élastique (pas de viscosité). Dans le cas des barres la raideur choisie est $k_N = 8818 \text{ N/m}$ et dans le cas de la sous-couche discrétisée en éléments finis le module d'Young est $E = 0.8818 \text{ MPa}$ et le coefficient de poisson $\nu = 0.33$.

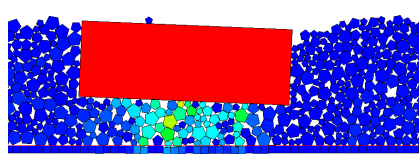


Figure 6. Sous-couche polygonale (cycle 360)

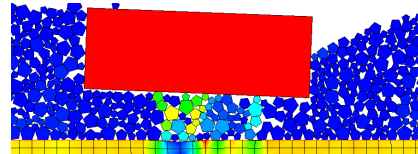


Figure 7. Sous-couche éléments finis (cycle 360)

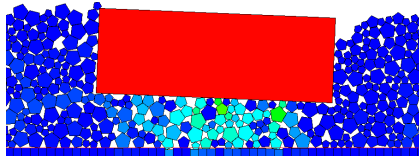


Figure 8. *Sous-couche polygonale (cycle 500)*

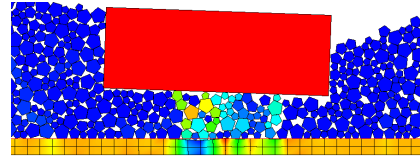


Figure 9. *Sous-couche éléments finis (cycle 500)*

On peut observer sur les figures les déformées du milieu ainsi que la transmission des efforts sous le blochet. Les mécanismes de réarrangement observés dans les deux cas sont similaires et on retrouve le même basculement du blochet. Bien que la distribution locale des efforts soit sensiblement différente, l'apparition et la rupture des chaînes de forces présentes sous le blochet guident l'évolution du massif de grains pour les deux essais.

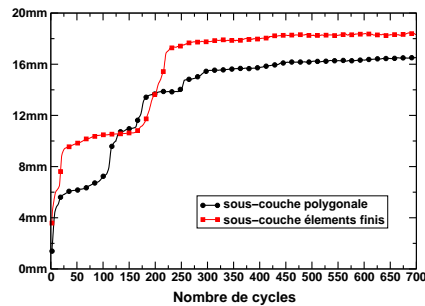


Figure 10. *Comparaison des tassements pour les deux sous-couches*

L'évolution des tassements est différente pour les deux types de modélisation. Il apparaît difficile de retrouver exactement les mêmes niveaux de tassement, la déformation de la sous-couche polygonale étant différente de celle des éléments finis. Cette déformation engendre pour les deux cas des réarrangements locaux différents mais les mécanismes sont parfaitement comparables. Il est important de noter que les calculs avec les éléments finis sont 3 fois plus longs pour ce type de sollicitation.

6. Une approche tridimensionnelle

Afin d'enrichir la modélisation existante, une approche tridimensionnelle a été développée. La stratégie de résolution adoptée est la méthode NSCD adaptée à la prise en compte d'objets convexes polyédriques. Toutefois le développement d'un algorithme de détection entre polyèdres convexes s'est avéré nécessaire [SAU 04a]. Les géométries des grains de ballast utilisées pour le calcul sont issues d'une digitalisation de grains réels (figure 11).

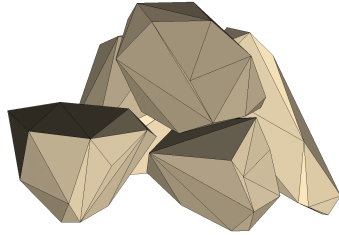


Figure 11. Grains de ballast digitalisés

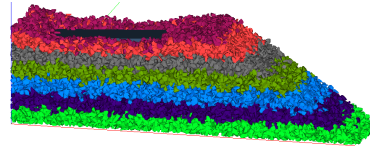


Figure 12. Echantillon pour essai de résistance latérale

Une des fonctions du ballast est d'assurer l'ancrage latéral et longitudinal de la voie. Cette propriété est particulièrement importante pour assurer la stabilité de la voie en latéral et ainsi contrôler les effets dus au flambement d'origine thermique du rail en période estivale. Il est donc souhaitable de bien comprendre quels sont les facteurs qui contribuent à la résistance latérale de la voie.

L'étude de la résistance latérale de la voie implique l'élaboration d'un échantillon respectant les géométries d'essais existants à la SNCF, en particulier la forme de la demi-traverse supportant le rail, le blochet, et une épaisseur de ballast sous le blochet d'au moins 26 cm. L'échantillon présenté sur la figure 12 comporte environ 28 500 grains, de masse volumique $\rho = 2\,600\text{kg/m}^3$. Il est soumis à une force incrémentale appliquée sur le blochet dont le déplacement latéral est enregistré.

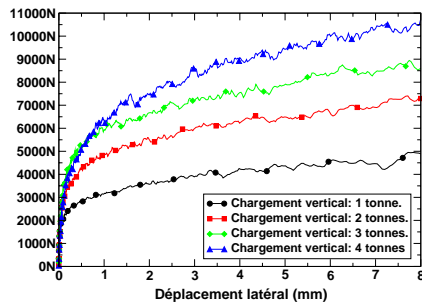


Figure 13. Evolution du déplacement pour différentes charges

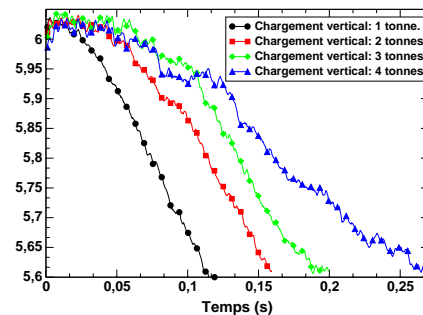


Figure 14. Evolution du nombre de coordination moyen

L'augmentation de la charge verticale appliquée sur le blochet (figure 13) entraîne une augmentation de la résistance au déplacement. L'augmentation du nombre de coordination moyen (*i.e.* le nombre de contacts par grain) au début du processus traduit la résistance du milieu à l'effort imposé. Ensuite il diminue à la suite d'un palier, ce qui indique une déconsolidation du massif de grains de ballast, le palier étant d'autant plus long que la charge appliquée est importante.

7. Conclusion

L'amélioration de la compréhension des mécanismes de dégradation d'un massif de ballast nécessite l'emploi de méthodes numériques permettant d'accéder à des quantités difficilement mesurables dans des expériences ou sur le terrain. Les méthodes par éléments discrets présentent une alternative intéressante pour modéliser ce type de phénomène par rapport à une approche continue (MEF).

Les essais réalisés avec cette méthode ont permis de confronter des résultats numériques et expérimentaux. Il a été possible de mettre en évidence l'aptitude de cette approche pour décrire à la fois le comportement macroscopique d'un échantillon, et mesurer l'évolution de l'enfoncement du blochet. Toutefois il nous semble que son utilisation pour l'étude des phénomènes liés au tassement nécessite encore des confrontations expérimentales.

La comparaison des résultats de simulations faites avec une sous-couche simplifiée et avec une sous-couche modélisée par éléments finis permet de voir que les deux modèles reproduisent les mêmes phénomènes d'arrangements, mais pour un temps de calcul trois fois moins important. En 2D avec une sous-couche simplifiée, les temps de calculs sont de l'ordre de 24 H pour effectuer 1 000 cycles de chargement avec une fréquence de 20 Hz. On peut donc envisager d'étudier le phénomène pour un grand nombre de cycles [SAU té] et d'utiliser un modèle de voie plus réaliste.

La modélisation tridimensionnelle, beaucoup plus consommatrice en ressources informatiques, permet tout de même d'aborder des problèmes de taille réelle comme l'étude de la résistance latérale de la voie ballastée. Les comportements observés à l'aide des simulations sont en accord avec les divers essais existants.

8. Bibliographie

- [ALA 88] ALART P., CURNIER A., « A generalized Newton method for contact problems with friction », *Journal de mécanique théorique et appliquée*, vol. supplément, n° 1-7, 1988, p. 67-82.
- [ALI 84] ALIAS J., *La voie ferrée*, Eyrolles, 1984.
- [ALL 87] ALLEN M., TILDESLEY D., *Computer simulation of liquids*, Oxford Science Publications, 1987.
- [BOD 01] BODIN V., « Comportement du ballast des voies ferrées soumises à un chargement vertical et latéral », Thèse, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2001.
- [BRO 02] BROGLIATO B., TEN DAM A., PAOLI L., GÉNOT F., ABADIE M., « Numerical simulation of finite dimensional multibody nonsmooth mechanicals systems », *Applied Mechanics Reviews*, vol. 55, n° 2, 2002, p. 107-150.
- [CAM 01] CAMBOU B., JEAN M., *Micromécanique des matériaux granulaires*, Hermes Sciences, 2001.

- [CHO 03] CHOLET C., SAUSSINE G., GAUTIER P., DUBOIS F., BOHATIER C., COMBE G., SAB K., « Application of discrete element methods to the modelling of ballasted track », *World Congress on Railway Research (WCRR)*, 2003.
- [CHO 04] CHOLET C., SAUSSINE G., GAUTIER P., CLÉON L., « Milieux granulaires et voies ballastées », *Colloque JJM*, 2004.
- [CUN 79] CUNDALL P., STRACK O., « A discrete numerical model for granular assemblies », *Geotechnique*, vol. 29, n° 1, 1979, p. 47-65.
- [DUB 03] DUBOIS F., JEAN M., « LMGC90 une plateforme de développement dédiée à la modélisation de problèmes d'interaction », POTIER-FERRY M., BONNET M., BIGNONNET A., Eds., *6^e colloque national en calcul des structures*, Imprimerie de l'école polytechnique, 2003, p. 111-118.
- [JEA 92] JEAN M., MOREAU J., « Unilaterality and dry friction in the dynamics of rigid bodies collection », CURNIER A., Ed., *Contact Mechanics International Symposium*, Presses Polytechniques et Universitaires Romanes, 1992, p. 31-48.
- [JEA 93] JEAN M., « Simulation numérique des problèmes de contact avec frottement », *Matériaux et techniques*, vol. 1-3, 1993.
- [JEA 99] JEAN M., « The non smooth contact dynamics method », *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. 177, 1999, p. 235-257.
- [LAN 00] LANIER J., JEAN M., « Experiments and numerical simulations with 2D disks assembly », *Powder Technology*, vol. 109, 2000, p. 206-221.
- [MOR 03] MOREAU J., « An introduction to unilateral dynamics », FRÉMOND M., MACERI F., Eds., *Novel Approaches in Civil Engineering*, vol. 14, Lecture notes in applied and computational mechanics, 2003, p. 1-46.
- [REN 04] RENOUF M., ALART P., « Solveurs parallèles pour la simulation de systèmes multi-contacts », *Revue européenne des éléments finis*, vol. 13, n° 5-6-7, 2004, p. 691-702.
- [SAU 04a] SAUSSINE G., « Etude du comportement dynamique du ballast par une approche éléments discrets 3D », Thèse, Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier, 2004.
- [SAU 04b] SAUSSINE G., CHOLET C., GAUTIER P., DUBOIS F., BOHATIER C., MOREAU J., « Modelling ballast under cyclic loading using discrete element method », *Proc. Cyclic Behaviour of Soils and Liquefaction Phenomena*, April 2004.
- [SAU té] SAUSSINE G., DUBOIS F., BOHATIER C., CHOLET C., GAUTIER P., MOREAU J., « Modelling ballast behaviour under dynamic loading, part 1 : a 2D polygonal discrete element method approach », *Computer methods in applied mechanics and engineering*, , accepté.
- [VOL 98] VOLA D., PRATT E., JEAN M., RAOUS M., « Consistent time discretization for a dynamical frictional contact problem and complementarity techniques », *Revue Européenne des éléments finis*, vol. 7, n° 1-2-3, 1998, p. 149-162.