
Modélisation tridimensionnelle des remontées de nappe et inondations au Val d'Avaray

Stéphanie Poligot-Pitsch * — Philippe Sergent * — Gouri Dhatt **

* Centre d'Etudes Techniques Maritimes Et Fluviales

2, boulevard Gambetta BP 60 039

F-60 321 Compiègne cedex

{Stephanie.Poligot-Pitsch, Philippe.Sergent} @equipement.gouv.fr

** Université de Technologie de Compiègne

Centre de Recherches de Royallieu

Rue Personne de Roberval

F-60 200 Compiègne

gouri.dhatt@utc.fr

RÉSUMÉ. Des digues en terre appelées levées protègent les zones du lit majeur en Loire moyenne qui sont plus basses que la cote des crues. L'infiltration à travers ces levées conduit à l'inondation des vals du lit majeur non pas par surverse mais par remontée de nappe. Cherchant à mieux évaluer les flux d'exfiltration conduisant à l'inondation des vals, les remontées de nappe dans le Val d'Avaray et l'interaction entre les écoulements souterrains et les écoulements de surface sont modélisées. Un modèle aux éléments finis d'écoulements souterrains tridimensionnel est couplé avec un modèle aux éléments finis d'écoulements de surface bidimensionnel. Une attention particulière est portée à la validation du couplage sur des cas-tests analytiques et au choix des pas de temps utilisés par les modèles.

ABSTRACT. Dikes of earth called levees protect independent floodplains called "vals" of the Loire river in France that lie lower than the water level during floods. Infiltration through these levees leads to the flooding of floodplains not by overtoping but by phreatic surface rising. In order to better assess the exfiltration flow leading to the flooding of "vals", groundwater rising in Val d'Avaray and exchanges between the groundwater and surface flow are modeled. A tridimensional finite elements model of groundwater flow is coupled with a bidimensional finite elements surface flow model. Special attention is paid to the validation of the coupling on analytical benchmarks and to the choice of the time steps used for the two models.

MOTS-CLÉS : inondation, remontée de nappe, modèle couplé

KEYWORDS: flooding, groundwater rising, coupled model

1. Introduction

L'existence d'interactions entre la nappe et les eaux superficielles est connue depuis longtemps : il n'y a qu'à observer les caves des maisons proches d'une rivière en crue pour être sûr que l'eau de la rivière s'infiltré dans le sol ! Cependant, son importance n'est clairement exposée que depuis peu : les articles de fond sont très récents, comme [GAR 99c] ou [WIN 99] qui datent tous deux de 1999.

Dans le domaine d'étude de l'hydrologie (écoulements dans les bassins versants et prévision des crues), il fallait rendre compte du fait qu'une partie de l'eau de pluie s'infiltré et qu'une autre partie ruisselle, avant d'atteindre la rivière à des temps différents. C'est Horton ([HOR 45]) qui proposa en premier une explication de ce phénomène, et un premier modèle, selon lequel l'eau de pluie qui ne peut s'infiltrer dans le sol ruisselle, d'où un coefficient qui dépend de la teneur en eau de la couche de sol superficielle. Ce modèle ne cessa d'être amélioré depuis (par exemple [KIR 88]), en particulier pour déterminer le coefficient en jeu, ou pour définir des zones de comportement différent.

D'autre part, les transferts d'eau entre les berges et la rivière ont une influence sur la propagation d'une onde de crue. Ainsi, de nombreux auteurs ont cherché à quantifier ces transferts, afin de les intégrer dans un modèle numérique de propagation de crue. Il peut alors s'agir d'études sur des sites précis, par exemple [TAJ 93], [BIR 95] et [CAS 91], ou de formulations théoriques, comme dans [VRI 95], [LED 84], [PER 96], avec parfois des solutions analytiques comme dans les articles [LI 98] ou [MOR 99].

Les inondations récentes ont poussé les autorités à affiner leurs prévisions et à construire des modèles numériques de la portion de rivière ou de fleuve concerné. Cependant, ces modèles ne fonctionnent pas toujours très bien, et l'une des origines possibles pour les distorsions entre les modèles et la réalité est la non-prise en compte des apports et soutirages par les nappes (absence totale sur le modèle de propagation de crue de l'Oise et l'Aisne, coefficient forfaitaire sur la Loire). Ainsi, c'est vers une meilleure connaissance des conditions d'écoulement souterraines que s'orientent les études actuelles (par exemple, l'étude du CEMAGREF [DUR 90]), mais le couplage d'un modèle d'écoulement souterrain avec un modèle d'écoulement de surface reste pour l'instant exceptionnel pour ces applications.

L'essai d'intégration des différents phénomènes d'écoulement d'eau le plus important se situe dans l'élaboration du Système Hydrologique Européen (SHE). L'idée était de modéliser dans un même logiciel tous les transferts d'une goutte d'eau, de la pluie jusqu'à la mer. Ainsi, l'évapotranspiration, le ruissellement, l'infiltration dans le sol, l'écoulement dans le sol (en zones non saturées et saturées), l'écoulement dans une rivière, avec éventuellement des affluents sont traités dans différents modules (voir [ABB 86]). Les modules étant indépendants, on peut activer l'un ou l'autre selon ses besoins. Cependant, ce modèle n'utilise pas de méthode type éléments finis ou différences finies. Différentes zones sont choisies, et ce sont les quantités d'eau dans chaque zone et les temps de transferts entre les zones qui sont recherchés. Même ainsi, la quantité des paramètres nécessaires à la modélisation est énorme, et a découragé

plus d'un utilisateur. Ainsi, SHE n'est que très rarement utilisé dans toutes ses possibilités.

Les différentes approches dans la modélisation couplée des écoulements souterrains et de surface conservent en général la limite naturelle de la surface du sol. En effet, ces deux écoulements sont très différents, de par leurs vitesses respectives. Ainsi, deux domaines sont définis : le sol et la surface, dont les écoulements interagissent uniquement à leur interface, par ajout ou suppression d'eau. Quelques études portent sur l'influence d'une exfiltration ou d'une infiltration sur les écoulements, non plus seulement sur la quantité d'eau mais aussi sur les autres variables des écoulements (vitesse et pression) : Chen en particulier ([CHE 98b], [CHE 99a],[CHE 98a] et [CHE 99b]), mais aussi Oldenzel [OLD 74] ou Maclean ([MAC 91b] et [MAC 91a]). L'un des objectifs de ces études est la quantification de l'influence des écoulements souterrains sur l'érosion à la surface du sol. Cependant, les résultats des expériences sont parfois contradictoires. C'est pourquoi nous avons conservé l'approche classique pour le couplage de nos modèles numériques, maintenu la limite naturelle entre écoulement en milieu poreux et écoulement libre, et négligé la quantité de mouvement apportée ou soutirée par un écoulement sur l'autre. Nous avons ainsi tout simplement couplé les deux modèles par un échange de conditions aux limites pour les équations de conservation de la masse.

L'objectif principal de ce travail est la modélisation de l'interaction entre les écoulements souterrains et les écoulements de surface lors d'une crue. Pour cela, nous utiliserons un modèle de simulation des écoulements souterrains, que nous couplerons avec un modèle de simulation des écoulements de surface. Le deuxième point était la possibilité d'utiliser ce couplage sur un cas réel. Si nous avons choisi d'utiliser un modèle d'écoulement souterrain commercial, c'est pour mieux nous concentrer sur le modèle d'écoulement de surface, et sur les modalités du couplage. Ainsi, nous avons recherché un modèle d'écoulement de surface aux éléments finis simple et rapide, d'une formulation compatible avec celle du modèle d'écoulements souterrains. Sa validation sur des problèmes académiques mais cependant proches de ceux rencontrés dans une application couplée était aussi un objectif important. De plus, les modalités de couplage sont en fait très importantes, tant du point de vue pratique que numérique. En effet, un des grands obstacles à ce couplage est la différence des temps caractéristiques et des vitesses caractéristiques de ces écoulements, induisant des difficultés vis-à-vis des pas de temps utilisés dans chaque modèle. La validation du couplage sur un problème analytique ou semi-analytique était le préalable indispensable à son utilisation sur un problème réel.

Le choix du site d'application du Val d'Avaray sur la Loire a été orienté d'une part, parce qu'un phénomène d'inondation par remontée de nappe y était courant, et, d'autre part, par la quantité d'informations disponibles sur ce site, grâce aux études dont il faisait l'objet par ailleurs par d'autres organismes, le Bureau de Recherches Géologiques et Minières (BRGM) et l'Équipe Pluridisciplinaire du Plan Loire Grandeur Nature.

2. Modèles numériques

2.1. Modèle d'écoulement souterrain

2.1.1. Equations résolues

L'équation régissant les écoulements tridimensionnels en milieux poreux saturés ou non saturés est l'équation de Richards [BEA 79] :

$$S \frac{\partial \phi}{\partial t} - \text{div} (K_R K_S \vec{\nabla} \phi) = q \quad [1]$$

dont les conditions aux limites sont :

$$\phi = \bar{\phi} \quad \text{sur } \Gamma_\phi \quad [2]$$

$$q_n = \bar{q}_n \quad \text{sur } \Gamma_q \quad [3]$$

$$q_n = \lambda (\phi - \phi_{ext}) \quad \text{sur } \Gamma_\lambda \quad [4]$$

Avec (voir figure 1) :

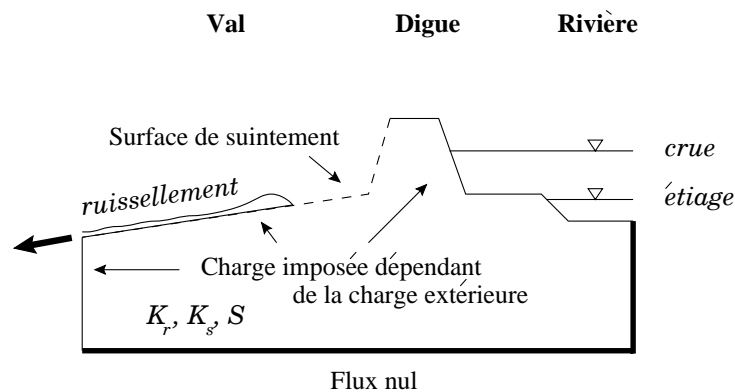


Figure 1. Définition du problème d'écoulement souterrain

– ϕ (m) la charge hydraulique dans le sol égale à la somme de la cote z du point considéré et de la pression réduite de l'eau $\pi = \frac{p}{\rho g}$ (p pression de l'eau au point considéré, ρ la masse volumique de l'eau et g l'accélération gravitationnelle), soit $\phi = z + \pi$. C'est la variable principale ;

– S (m^{-1}) le coefficient de stockage. Il est égal à $\frac{d\theta}{d\pi}$ où θ est la teneur en eau du sol. Il rend compte de la porosité du sol, puisque, à saturation, la teneur en eau est égale à la porosité n . Il rend compte aussi de la compressibilité de l'eau et du sol (caractère gonflant du sol) ;

- K_s (ms^{-1}) la perméabilité du sol saturé et K_r le coefficient appliqué en cas de non saturation ($K_r \leq 1$) dépendant de la teneur en eau, *i.e* de la charge hydraulique ;
- q (s^{-1}) débit volumique par unité de volume ;
- q_n (ms^{-1}) débit volumique par unité de surface orienté vers l'extérieur ;
- Γ_ϕ , Γ_q et Γ_λ les contours du domaine où est imposée respectivement une condition de Dirichlet (charge hydraulique imposée), une condition de Neuman (débit volumique par unité de surface q_n imposé) ou une condition de Cauchy (débit volumique par unité de surface q_n dépendant de la charge extérieure ϕ_{ext} et de la charge au point considéré, λ facteur pouvant dépendre de celle-ci).

REMARQUE. — Dans l'équation ci-dessus, on fait l'hypothèse que, dans le domaine non saturé, l'air dans le sol est en équilibre mécanique avec l'atmosphère, dont la pression p_a est prise comme pression de référence égale à zéro. Du fait de la capillarité et de la précédente hypothèse, la pression de l'eau dans le domaine non saturé est négative : $\pi \leq 0$.

Le troisième type de condition aux limites sert par exemple lors de l'interface avec une rivière, où le lit envasé peut apporter une résistance supplémentaire à l'écoulement de l'eau.

Pour le cas de l'écoulement dans les sols, il faut ajouter la condition dite de surface de suintement. Cette condition apparaît lorsque de l'eau peut s'exfiltrer par une surface sans que l'on sache *a priori* sur quelle partie de cette surface exactement l'eau s'exfiltre. Sur la partie où de l'eau s'exfiltre, la condition $p = p_a = 0$ soit $\phi = z$, s'exerce. Sur l'autre partie, c'est une condition de flux q_n nul qui s'applique. Le point de ruissellement qui délimite les deux parties doit être déterminé par itérations.

On voit en outre que, dans le domaine non saturé, cette équation est fortement non linéaire.

2.1.2. Code utilisé

Pour résoudre l'équation ci-dessus, le module NSAT (pour Non-SATuré) du logiciel CESAR-LCPC a été choisi. Il prend en compte les trois types de conditions aux limites, plus la condition de suintement. Il utilise un schéma implicite en temps, et, au choix de l'utilisateur, un schéma de Newton-Raphson direct ou modifié (point fixe) pour la résolution non-linéaire. Il s'utilise en trois dimensions avec des éléments finis tétraédriques ou prismatiques.

2.2. Modèle d'écoulement de surface

2.2.1. Equations résolues

Les équations régissant les écoulements de surface bidimensionnels horizontaux sont les équations des ondes longues dites équations de Saint-Venant. Elles sont ici

simplifiées pour s'adapter aux fines lames d'eau. Ainsi l'équation de conservation de la quantité de mouvement ne comprend ni la viscosité du fluide, ni la convection. D'autre part, un terme source est ajouté correspondant à de la pluie ou à de l'eau s'exfiltrant du sol, mais la quantité de mouvement associée à cette source n'est pas incluse car elle est négligeable. Il vient donc ($i=1,2$) :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \text{div}(h\mathbf{u}) = q_n \quad [5]$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + g \frac{\partial h}{\partial x_i} + \frac{g|\mathbf{u}|}{C^2 H} u_i = 0 \quad [6]$$

avec (voir figure 2) :

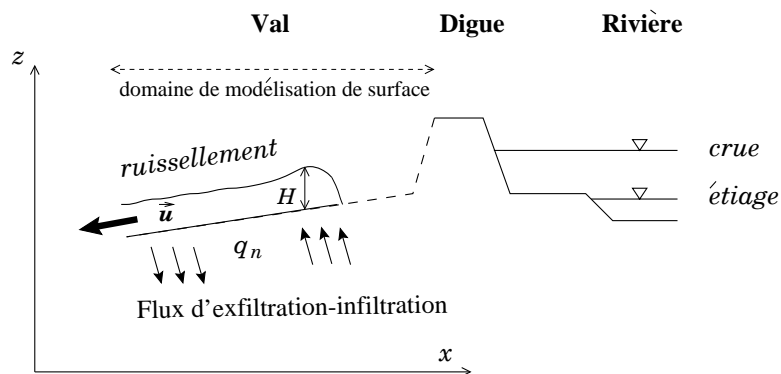


Figure 2. Définition du problème d'écoulement de surface

– h (m) la cote de la surface libre, H la hauteur de l'écoulement et $h = H + Z_f$, Z_f cote des fonds ;

– \mathbf{u} (ms^{-1}) le vecteur vitesse de l'eau, $|\mathbf{u}|$ sa norme, u_i sa composante selon x_i ;

– C le coefficient de Chézy (compris entre 1, frottement très fort, et 100, frottement très faible) ;

– q_n (ms^{-1}) le débit volumique par unité de surface.

Les conditions aux limites sont du type Dirichlet en hauteur d'eau h ou vitesse \mathbf{u} .
REMARQUE. — Les valeurs caractéristiques du coefficient de frottement de Chézy C sur les fonds et les berges sont connues pour les écoulements des rivières. Pour le ruissellement de fines lames d'eau, ces coefficients ne sont, jusqu'à présent, pas bien estimés sans doute à cause de difficultés de mise en œuvre expérimentale.

REMARQUE. — D'autres types de modèles de ruissellement issus d'une simplification de l'équation de Saint-Venant comme les modèles du type onde cinématique sont aussi

fréquemment utilisés [CHO 88]. Le modèle de type onde cinématique s'applique dans le cas de pentes fortes. Dans la mesure où l'écoulement est proportionnel à la pente du sol, une topographie comportant des dépressions ne peut pas être gérée avec ce type de modèle sans un traitement particulier de celle-ci. C'est pourquoi certains auteurs [LEO 00] choisissent d'utiliser directement les équations de Saint-Venant pour le ruissellement. Notre modèle reste, quant à lui, aussi très proche d'un modèle de Saint-Venant classique.

2.2.2. Code utilisé

Nous présentons ici la description du modèle d'écoulement de surface baptisé STEF pour Surface Transitoire aux Éléments Finis.

2.2.2.1. Formulation variationnelle

La formulation variationnelle du problème ci-dessus s'écrit, sur le domaine Ω de contour partitionné en Γ_h et Γ_u

Trouver le couplet $(h, \mathbf{u}) \in \mathcal{D}_h^1 \times \mathcal{D}_u^1$ tel que, pour tout couplet $(\delta h, \delta \mathbf{u}) \in \mathcal{D}_h^0 \times \mathcal{D}_u^0$ (on omet les variables d'intégration) :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \frac{\partial h}{\partial t} \delta h + \int_{\Omega} \frac{\partial(Hu_i)}{\partial x_i} \delta h &= \int_{\Omega} q_n \delta h \\ \int_{\Omega} \frac{\partial u_i}{\partial t} \delta u_i + \int_{\Omega} g \frac{\partial h}{\partial x_i} \delta u_i + \int_{\Omega} \frac{g|\mathbf{u}|}{C^2 H} u_i \delta u_i &= 0 \\ h &= \bar{h} \quad \text{sur } \Gamma_h \\ \mathbf{u} &= \bar{\mathbf{u}} \quad \text{sur } \Gamma_u \end{aligned}$$

où \mathcal{D}_h^1 (resp. \mathcal{D}_u^1) est l'ensemble des fonctions dérivables une fois sur le domaine Ω et de valeur \bar{h} (resp. $\bar{\mathbf{u}}$) sur Γ_h (resp. Γ_u), et \mathcal{D}_h^0 (resp. \mathcal{D}_u^0) est l'ensemble des fonctions réelles intégrables sur Ω (resp. à valeur dans \mathbb{R}^2) de valeur nulle sur Γ_h (resp. Γ_u).

La méthode des éléments finis appliquée à ces équations conduit à découper le domaine en sous-domaines, les éléments. Nous avons choisi des éléments linéiques à deux nœuds pour les problèmes 1D, et des éléments triangulaires à trois nœuds pour

les problèmes 2D. Sur ces éléments, les fonctions \mathbf{u} et h s'écrivent $\mathbf{u} = \sum_{i=1}^{ne} N_i(\mathbf{x}) \mathbf{u}(\mathbf{x}_i)$,

$h = \sum_{i=1}^{ne} N_i(\mathbf{x}) h(\mathbf{x}_i)$, et on crée aussi la variable produit vitesse par hauteur d'écoulement :

$H\mathbf{u} = \sum_{i=1}^{ne} N_i(\mathbf{x}) (H\mathbf{u})(\mathbf{x}_i)$ (ne le nombre de nœuds de l'élément).

2.2.2.2. Schéma temporel

Nous utilisons un schéma d'Euler explicite décalé pour discrétiser les relations de conservation du débit et de la quantité de mouvement.

Pour chaque pas de temps t , on résout les deux équations ci-dessus en deux étapes :

- 1) résolution de la conservation du débit pour trouver H^{t+1} ;
- 2) résolution de la conservation de la quantité de mouvement : on utilise la hauteur issue de l'étape précédente pour trouver la vitesse au temps $t + 1$.

On approxime $\frac{\partial h}{\partial t}$ par $\frac{h^{t+1} - h^t}{\Delta t} = \frac{\Delta h}{\Delta t}$, d'où (5) devient :

$$\Delta h = \Delta t \left(q^t - \frac{\partial(Hu_i)^t}{\partial x_i} \right)$$

et on approxime de même $\frac{\partial u}{\partial t}$ par $\frac{u^{t+1} - u^t}{\Delta t} = \frac{\Delta u}{\Delta t}$, d'où (6) devient :

$$\Delta u_i = -\Delta t \left(g \frac{\partial h}{\partial x_i}^{t+1} + \frac{g|\mathbf{u}^t|}{C^2 H^t} u_i^t \right)$$

En combinant la formulation variationnelle avec le schéma temporel, le système d'équations obtenu est :

$$\int_{\Omega} \Delta h \delta h d\Omega = \Delta t \left(\int_{\Omega} q^t \delta h d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\partial(Hu_i)^t}{\partial x_i} \delta h d\Omega \right) \quad [7]$$

$$\int_{\Omega} \Delta u_i \delta u_i d\Omega = -\Delta t \left(\int_{\Omega} g \frac{\partial h}{\partial x_i}^{t+1} \delta u_i d\Omega + \int_{\Omega} \frac{g|\mathbf{u}^t|}{C^2 H^t} u_i^t \delta u_i d\Omega \right) \quad [8]$$

L'application de la méthode des éléments finis conduit alors à choisir des éléments avec leurs fonctions de forme associées. En écrivant sur chaque élément, pour h , \mathbf{u} , δh et $\delta \mathbf{u}$ l'expression en fonction des fonctions de formes N_i , et en remarquant qu'un scalaire est le produit d'une matrice ligne et d'une matrice colonne, le système d'équations ci-dessus se réécrit en système d'équations matricielles. Après assemblage des matrices élémentaires, et puisque la solution est indépendante des vecteurs $\langle \delta h \rangle$ et $\langle \delta \mathbf{u} \rangle$, le système aboutit à la résolution d'une équation matricielle du type $[M]a = b$. L'expression de ces matrices et vecteurs dépend des éléments choisis.

2.3. Couplage sol-surface

Le principe choisi pour le couplage des codes CESAR et STEF est le couplage externe, c'est-à-dire par échange de fichiers. Les données échangées sont le flux sortant ou entrant dans le sol à la frontière commune des modèles et les hauteurs d'eau

externes. Les flux du sol, sortants ou entrants, sont récupérés après le calcul d'écoulement souterrain, puis écrits dans un fichier que lit STEF pour attribuer à chacun de ses nœuds un terme source. De même les hauteurs d'eau calculées par l'écoulement de surface sont appliquées comme condition de Dirichlet aux nœuds concernés du domaine souterrain. Cela nécessite un fichier qui joue le rôle de table de correspondance entre les numéros des nœuds du domaine souterrain et du domaine de surface.

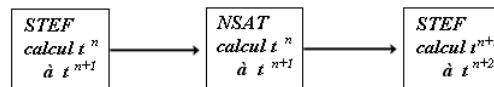


Figure 3. Enchaînement des modèles

Pour les problèmes transitoires, un pas de temps $t^{n+1} - t^n$ est choisi pour le calcul d'écoulement souterrain. Le pas de temps des écoulements de surface est beaucoup plus petit. On remarque que les hauteurs imposées dans NSAT de t^n à t^{n+1} sont les résultats de STEF à t^{n+1} . Une démarche plus rigoureuse consisterait à effectuer des allers-retours pour chaque pas de temps jusqu'à obtenir la convergence des hauteurs et débits, c'est la démarche qui a été adoptée par West Consultants pour le couplage de MODFLOW (programme freeware de l'USGS de calculs d'écoulements souterrains 3D en différences finies) et de UNET (programme de HEC de calculs d'écoulements de surface filaire 1D). Cependant leur objectif était de quantifier exactement les échanges entre la nappe alluviale et les rivières en crue ou en étiage dans un but de management de la ressource. Notre objectif d'évaluer l'inondation due aux remontées de nappe est plus consommateur en temps de calcul, et en même temps moins exigeant en précision, la stratégie adoptée ici est donc adaptée.

2.3.1. Cas-test de validation du couplage

Le cas-test représente un réservoir cylindrique comportant des fuites par écoulement souterrain à travers un sous-sol perméable. Les eaux sont ensuite évacuées par ruissellement de surface. La charge hydraulique ϕ dans le sol, H la hauteur d'eau en surface et le champ de courant \mathbf{u} en surface sont les inconnues du problème. Le domaine souterrain considéré est une demi-boule dont on a retiré une petite demi-boule en son centre et un cône autour de l'axe de symétrie (voir figure 4). L'écoulement souterrain se fait dans cette demi-boule, tandis que l'écoulement de surface se fait sur sa partie plane, du centre vers l'extérieur en écoulement radial.

Nous utilisons les coordonnées sphériques dont l'origine est le centre des sphères, ψ l'angle mesuré à partir du plan horizontal et θ mesuré dans le sens trigonométrique dans le plan horizontal.

Une hauteur d'eau connue fournit la charge ϕ_0 qui s'applique le long du cône avec $R_0 \leq r \leq R_1$ et $\psi = \psi_0$ (par exemple la hauteur dans le réservoir qui se prolongerait

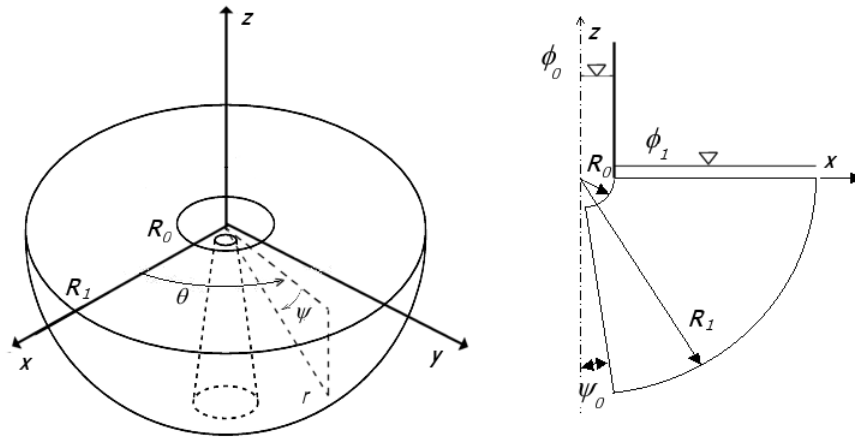


Figure 4. Partie souterraine du test de couplage 3D souterrain / 2D surface

dans le cône). La charge ϕ_1 résulte de l'écoulement libre dans le plan $z = 0$ de l'eau s'exfiltrant du sol. La hauteur de l'écoulement libre est H , et sa vitesse $\mathbf{u}(x, y)$. Nous faisons l'hypothèse que $\phi_1 = H$ est constant pour tout $(x, y, z = 0)$.

Nous cherchons d'abord la solution souterraine. La solution ne dépend pas de θ (par symétrie de révolution). Nous supposons qu'elle ne dépend que de ψ .

Avec les hypothèses précédentes, l'expression du Laplacien en coordonnées sphériques s'écrit :

$$\frac{1}{r^2} \frac{d^2 \phi}{d\psi^2} = \frac{\tan \psi}{r^2} \frac{d\phi}{d\psi} \quad [9]$$

La solution générale de cette équation est avec C_1 et C_2 des constantes :

$$\phi = C_1 \ln\left(\tan \psi + \frac{1}{\cos \psi}\right) + C_2 \quad [10]$$

Or, puisque $\phi = \phi_0$ en $\psi = \psi_0$ et $\phi = \phi_1$ en $\psi = 0$, il vient :

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\phi_0 - \phi_1}{\ln(\tan \psi_0 + 1 / \cos \psi_0)} \\ C_2 &= \phi_1 \end{aligned}$$

On vérifie que $\mathbf{grad} \phi \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$ sur les surfaces $r = R_0$ et $r = R_1$.

Nous cherchons à présent la hauteur d'eau libre, c'est-à-dire ϕ_1 . La hauteur d'eau à la surface H étant supposée constante, les équations d'écoulement à la surface donnent avec le flux d'exfiltration q :

$$\begin{aligned}\frac{H}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} &= q \quad \text{pour } R_0 \leq r \leq R_1 \\ u(R_0) &= 0 \\ u(R_1) &= \bar{u}\end{aligned}$$

Lors du couplage, la solution stable est approchée par une évolution temporelle, il faut donc que la condition à l'aval (\bar{u}), soit assez physique pour que le problème converge. Ainsi, si \bar{u} est donné constant, il risque de se créer un ressaut étant donnée la faible hauteur d'eau au début des calculs. Pour pallier ce problème, \bar{u} est choisi dépendant de H , soit $\bar{u} = \alpha\sqrt{gH}$, avec $\alpha < 1$ afin de rester toujours en régime fluvial.

$$\text{D'autre part, } q \text{ s'écrit } q = -K \frac{1}{r} \frac{\partial\phi}{\partial\psi} \Big|_{\psi=0} = \frac{-KC_1}{r}$$

Il vient, pour $H = \phi_1$ constant, $q = \frac{\phi_1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} = \frac{-KC_1}{r}$, d'où, avec C_3 une constante :

$$u = \frac{1}{\phi_1} \left[\frac{C_3}{r} - KC_1 \right] \quad [11]$$

Introduisons les conditions aux limites :

$$\begin{aligned}u(R_0) = 0 \text{ soit } C_3 &= KC_1 R_0 \\ u(R_1) = \alpha\sqrt{g\phi_1} \text{ et } C_1 &= \frac{\phi_0 - \phi_1}{\ln(\tan\psi_0 + 1/\cos\psi_0)}\end{aligned}$$

On obtient donc :

$$\alpha\phi_1\sqrt{g\phi_1} = K \frac{\phi_0 - \phi_1}{\ln(\tan\psi_0 + 1/\cos\psi_0)} \left(\frac{R_0}{R_1} - 1 \right)$$

Ce qui aboutit à une équation du 3^e degré en ϕ_1 :

$$a\phi_1^3 - A^2\phi_1^2 + 2A^2\phi_0\phi_1 - A^2\phi_0^2 = 0 \quad [12]$$

$$\text{avec } a = \alpha^2 g \text{ et } A^2 = \left[\frac{K(R_0/R_1 - 1)}{\ln(\tan\psi_0 + 1/\cos\psi_0)} \right]^2$$

L'unique solution réelle est (obtenue avec Maple ®) :

$$\phi_1 = \frac{(4B)^{1/3}}{6g\alpha^2} + \frac{A^2(A^2 - 6\phi_0g\alpha^2)}{6g\alpha^2} \left(\frac{16}{B} \right)^{1/3} + \frac{A^2}{3g\alpha^2} \quad [13]$$

Avec :

$$B = A^2 \left[27\phi_0^2 g^2 \alpha^4 - 18\phi_0 A^2 g \alpha^2 + 2A^4 + 3\phi_0 g^2 \alpha^4 \sqrt{3 \frac{\phi_0}{g \alpha^2} (27\phi_0 g \alpha^2 - 4A^2)} \right] \quad [14]$$

Le maillage utilisé est composé de 23 400 éléments prismatiques à 6 nœuds (section triangulaire). Les dimensions géométriques sont $R_0 = 10$ m, $R_1 = 100$ m, $\psi_0 = 5.71^\circ$. Il y a 19 nœuds sur la partie horizontale et sur la paroi du cône, 4 sur la demi-sphère intérieure et 32 sur la demi-sphère extérieure, maillé ensuite par des triangles (d'où les prismes à section triangulaire). Le nombre des rotations effectuées est 36. Le maillage 2D de l'écoulement de surface est donc composé à partir de cercles concentriques de triangles, les rectangles formés par les rotations ayant été subdivisés de telle manière que le maillage soit symétrique par rapport aux axes $x = 0$ et $y = 0$.

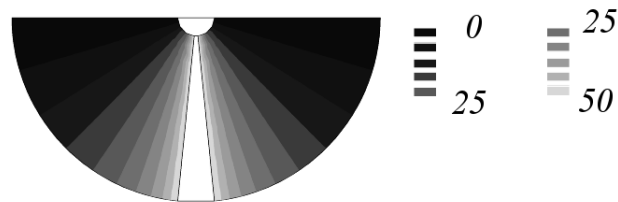


Figure 5. Répartition de la charge dans le domaine souterrain avec calcul NSAT-STEFL

La perméabilité utilisée est uniforme et égale à 10^{-4} ms⁻¹, les paramètres non saturés n'entrant pas en ligne de compte. Les conditions aux limites sont : flux nul sur les demi-sphères, charge imposée à 50 m sur la paroi du cône, charge imposée donnée par STEFL sur la surface $z = 0$.

Le coefficient de frottement de Chézy a été pris égal à 200, pour être au plus proche des conditions de non-frottement, mais STEFL n'est pas stable sans frottement ni viscosité. Les conditions aux limites de l'écoulement de surface sont : vitesse normale au cercle intérieur nulle, vitesse normale au cercle extérieur fonction de la hauteur d'eau en ce point, c'est-à-dire $u_n = \alpha \sqrt{gH}$ avec α pris égal à 0.5.

Le couplage s'est effectué à raison de 1 000 pas de temps de 0.1 seconde pour STEFL pour un calcul en régime permanent pour NSAT. Ceci ne change rien puisque le domaine étant entièrement saturé, la transmission des changements de pression est instantanée. En revanche, nous avons dû prendre des pas de temps assez petits pour

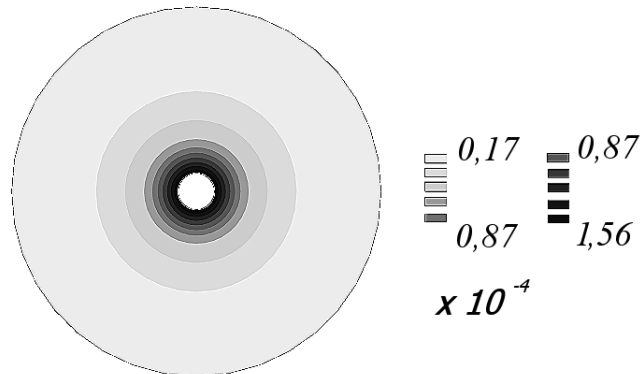


Figure 6. Flux verticaux sur la surface $z = 0$ avec calcul NSAT-STEM

l'écoulement de surface en raison du peu de frottement introduit qui cause des petites instabilités, cependant, ces instabilités sont de bien moindre importance que lors du test de STEF seul sur le disque, ce qui est rassurant pour l'application réelle. La solution stable est obtenue après 15 boucles de couplage.

La solution obtenue est bien symétrique de révolution, tant pour l'écoulement souterrain que pour l'écoulement de surface. Les charges hydrauliques sont représentées sur la figure 5. La charge est bien uniquement fonction de ψ (les isolignes sont le long des rayons). Les flux normaux à la surface $z = 0$ (donc les flux verticaux) sont représentés sur la figure 6. Là encore, la symétrie de révolution est bien respectée. La valeur du flux est inversement proportionnelle au rayon, ce qui semble bien respecté dans les simulations. En $R = R_0$ le gradient de la solution analytique est égal à -1.6674 , soit un flux égal à $1.610^{-4} \text{ m}^{-1}$, et il est 10 fois moindre en $R = R_1$, ce qui concorde bien avec les résultats numériques. La hauteur de l'écoulement de surface n'est pas constante, en raison du frottement qui introduit un "bombement" de la surface de l'écoulement. Cependant, grâce au coefficient de frottement assez fort introduit, la différence entre le minimum et le maximum de hauteur d'eau n'est que de 17%. En effet, la hauteur d'eau superficielle varie de 8,1 mm pour $r = R_0$ à 6,7 mm pour $R = R_1$. De plus, on peut vérifier que les volumes d'eau concordent bien entre la solution analytique et la solution numérique. En effet, le volume d'eau présent au-dessus du disque (maillé) est de 480.55 m^3 analytiquement et 471.03 m^3 numériquement, soit une différence de 2% seulement. Le couplage permet donc bien de représenter l'interaction entre les flux souterrains et les flux de surface.

2.3.2. Etude de sensibilité sur les pas de temps

La stratégie de résolution temporelle adoptée est simple, c'est pourquoi nous devons vérifier qu'elle n'est pas trop sensible aux pas de temps choisis. Pour une crue, la durée totale de la crue a une influence sur la réponse du sol. Le pas de temps de discrétisation de la crue, qui est égal au pas de temps utilisé dans NSAT, a une influence

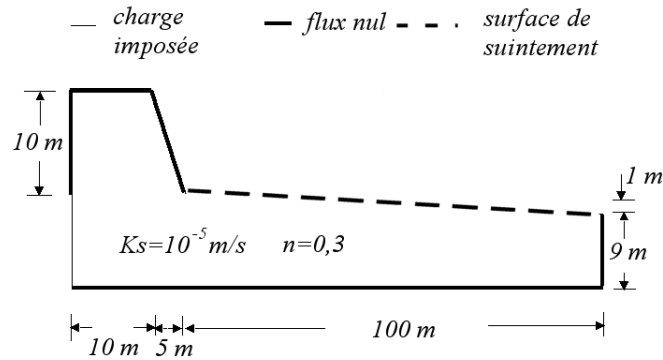


Figure 7. Géométrie du cas-test

sur la réponse du modèle couplé alors qu'il n'en a pas sur le modèle de sol seul. En ce qui concerne le pas de temps utilisé pour le calcul des écoulements de surface, il est fixé à partir de la discrétisation spatiale du maillage afin de respecter la condition de nombre de Courant inférieur à un. Ainsi, pour une crue donnée, le seul pas de temps qui peut être choisi est celui de la discrétisation de la crue.

Nous prenons le cas test de la figure avec une charge imposée par la crue qui monte de 10 à 20 m en 10 heures puis redescend de la même façon. Tant que l'eau souterraine n'est pas exfiltrée par le pied de digue, aucune différence n'existe entre les différents calculs. En revanche, à partir du moment où une exfiltration se produit, les débits ainsi que la saturation du sol sont plus importants lorsque l'écoulement de surface est pris en compte. Cela peut s'expliquer par le fait que l'eau exfiltrée en pied de digue s'écoule et peut se réinfiltrer plus loin. L'eau réinfiltrée sature le sol, augmente la perméabilité et facilite donc l'écoulement souterrain.

Le pas de discrétisation de la crue a une importance au début de l'exfiltration qui n'est pas capturé au même instant en fonction du pas de temps. Ainsi l'écoulement de surface ne s'active pas au même instant et le sol ne sature également pas au même moment. A titre d'illustration, les figures 8 et 9 représentent les charges à l'instant $t = 200 \text{ min}$ de la simulation discrétisée avec des pas de temps de 50 min et 100 min respectivement. Pour la première, aucun écoulement de surface n'ayant été simulé faute d'exfiltration, le sol loin de la digue n'est pas encore saturé tandis que pour la deuxième, l'exfiltration ayant débuté, un écoulement de surface est calculé et tout le massif de sol est saturé.

Cependant l'écoulement de surface étant beaucoup plus rapide que l'écoulement souterrain, dans le pas de temps suivant, l'eau se réinfiltré dans le sol et sature le sous-sol. La suite de la modélisation est alors indépendante du pas de temps, et en particulier le retrait de l'eau se fait de la même manière en temps, charge et hauteur d'eau de surface quel que soit le pas de temps.

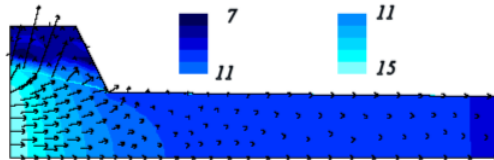


Figure 8. Distribution de la charge à $t=200$ min avec couplage et pas de temps de 50 min

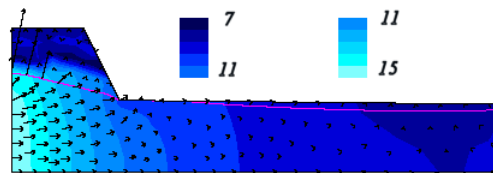


Figure 9. Distribution de la charge à $t=200$ min avec couplage et pas de temps de 100 min

3. Application au Val d'Avaray

Cette section est consacrée à l'application du modèle couplé décrit précédemment à un cas réel, celui du val d'Avaray, sur la Loire. Après la présentation du val, nous décrivons l'élaboration du modèle de son sous-sol. La première hypothèse que nous voulions tester était de savoir si l'écoulement dans le val avait ou non une influence sur l'inondation de celui-ci. De plus, pour vérifier l'hypothèse que les écoulements sont tridimensionnels en sous-sol, nous avons effectué deux séries de couplages : une série en couplage d'écoulement bidimensionnel vertical pour le sous-sol avec un écoulement unidimensionnel pour la surface, puis un couplage tridimensionnel pour le sous-sol avec un écoulement de surface bidimensionnel.

La validation de l'application du couplage au Val d'Avaray nécessiterait des mesures (niveaux d'eau dans le val et piézométrie) lors d'une crue cinquantennale, données qui ne sont pas disponibles. On a cependant pu relever des exfiltrations au pied des digues sans écoulement dans le val pour une crue quinquennale.

3.1. *Présentation du secteur d'étude*

L'application que nous voulions faire du couplage des modèles présentés était centrée sur la modélisation des crues par remontées de nappe. Il arrive en effet que le lit majeur d'une rivière soit protégé par une digue, mais que, pour des crues suffisamment importantes, sans être débordantes, l'eau "passe par-dessous" la digue. Le lit majeur est alors inondé. Les riverains de beaucoup de cours d'eau connaissent ce phénomène qui se produit sur les rivières à crue lente.

3.1.1. *Présentation générale*

Le val d'Avaray est un val de la Loire moyenne, nommée ainsi car située entre la confluence avec l'Allier (au Bec d'Allier) et la confluence avec la Maine. Dans cette partie de la Loire, le régime hydraulique est celui d'une rivière de plaine, à crue lente. En amont du Bec d'Allier, les crues sont plus rapides et soudaines, dites cévenoles (car dues principalement à des orages sur les Cévennes et le Massif Central en général). Puis, sur la Loire Moyenne, les crues comportent une influence océanique, à cause de pluies moins intenses mais durant plus longtemps. À l'aval de la confluence avec la Maine, la composante cévenole des crues ne se fait plus sentir [GAS 99a].

Le val d'Avaray se situe entre Orléans et Blois, dans le Loir et Cher, juste en aval de Beaugency, à 680 km de la source de la Loire. Il est nommé ainsi car le village d'Avaray est le plus amont du val, mais il comprend aussi les villes de Mer et de Suèvres, et est parfois appelé val de Suèvre ou val de Mer.

Ce site a été choisi comme application à notre étude en raison de la disponibilité d'un grand nombre de données, tant sur le plan hydraulique que géologique. En effet, il fait l'objet d'une étude du département géologie du BRGM (Bureau de Recherches Géologiques et Minières) concernant la géomorphologie des vals de Loire. Eux-mêmes ont choisi ce val en raison des formes qui pouvaient être identifiées en surface par un oeil averti et par photographies aériennes, et qui laissaient supposer l'existence de chenaux anciens. Une reconnaissance par profils électromagnétiques a confirmé l'hypothèse et la présence de tourbe qui sont des sédiments datables dans ces paléochenaux, donc très intéressants pour reconstituer l'histoire de la formation du val. De plus, l'occupation des sols était favorable à une étude de grande ampleur, puisque, malgré la présence de quelques fermes et maisons, ce val est agricole, les villages cités plus haut étant repoussés en bordure de val, sur le coteau. Suite aux profils électromagnétiques, une centaine de forages a été effectuée afin de reconnaître la nature du sol et de dater les horizons de tourbe. La principale conclusion de cette étude est que le val d'Avaray a été formé par déplacement progressif vers l'amont du méandre qui se situe à présent immédiatement à l'amont. Cela est indiqué par la présence des inclusions d'argile et de tourbe, qui montrent les lieux des paléochenaux, qui, au cours des crues successives, se sont comblés avec des matériaux de plus en plus fins ([GAR 99b])

De plus, la Loire dans son ensemble fait l'objet d'une vaste étude, pilotée par l'Equipe Plan Loire Grandeur Nature, qui vise à identifier et prévenir les risques

d'inondation catastrophique sur la Loire. Pour valider les aménagements de défense envisagés contre les crues, un modèle de la Loire a été effectué par la société Hydratec grâce à leur logiciel d'hydraulique HYDRA, logiciel combinant la propagation de crue en unidimensionnel pour le lit mineur et par casiers pour les vals. Validé sur plusieurs événements, il a servi à modéliser toutes sortes d'aménagements : surélévation des digues en certains endroits, abaissement à d'autres, établissement de digues fusibles, retenues, etc., et ce pour des périodes de retour de crue allant de 50 à 500 ans. Nous avons repris les résultats de ces modélisations pour un état correspondant à l'état actuel. Malheureusement, la plus forte crue ayant eu lieu pendant la durée de cette étude est une crue de période de retour 5 ans, de débit maximum $2500 \text{ m}^3/\text{s}$ à Orléans, à comparer au débit des crues catastrophiques de 1856 et 1866 qui était de $6250 \text{ m}^3/\text{s}$ à Orléans. Bien que des remontées de nappe aient été observées, elles n'ont suffi ni à provoquer de véritables écoulements superficiels, ni à inonder par le remous l'aval du val.

Ce secteur était aussi intéressant pour une autre raison. Le val d'Avaray est protégé des crues par une levée, c'est-à-dire une digue en terre. Comme le montre la carte du val en figure 10, il est situé immédiatement en aval d'un méandre de la Loire. Étant donnée cette configuration, l'hypothèse d'un écoulement tridimensionnel en sous-sol lors de crues vient à l'esprit. En effet, il est habituel de considérer l'écoulement d'infiltration et d'exfiltration dans la berge lors d'une crue comme étant perpendiculaire à l'axe de la rivière. Ici, deux axes d'écoulement quasiment perpendiculaires entre eux se rencontrent, que nous appellerons l'axe longitudinal pour celui qui est défini par la partie la plus longue du val, et l'axe transversal pour celui qui est perpendiculaire à la partie la plus longue de la levée. Comme de plus, la pente du terrain naturel est longitudinale, l'écoulement transversal, certes important, peut devenir longitudinal au cours de son trajet. Nos modélisations vont essayer de confirmer ou d'infirmer cette hypothèse.

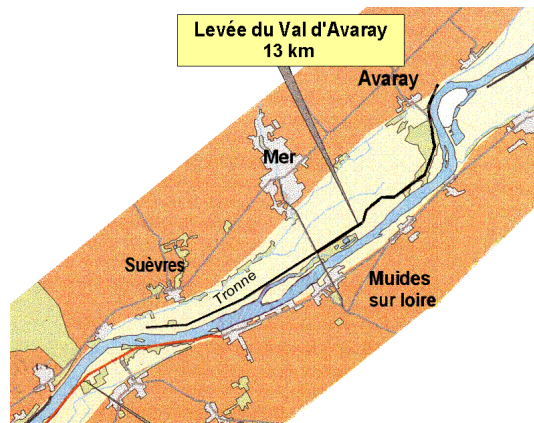


Figure 10. Carte du val d'Avaray

3.1.2. Géométrie

Le val est globalement triangulaire, mesurant environ 10 km de long pour environ 1,5 km dans sa partie la plus large. Plusieurs cours d'eau le drainent, le principal étant la Tronne, qui coule le long du coteau et débouche dans la pointe la plus aval du val. Le débouché de l'autre affluent direct de la Loire, le ruisseau de Pisse-vache, est contrôlé par une porte, fermée en cas de crue.

Le val est délimité par la digue. Celle-ci se situe en amont sur une rive concave, qui devient ensuite convexe puis pratiquement rectiligne. Cependant, la levée ne ferme pas complètement le val à l'aval, et autorise ainsi le remous hydraulique par la Tronne. Elle est très proche du coteau à l'amont, s'en éloigne (jusqu'à 1 500 m) puis s'en rapproche à l'aval. Sa longueur est d'environ 13 km. Elle est aussi très proche de la Loire à l'amont, tandis qu'elle se trouve à une distance d'environ 700 m vers le milieu du val. En effet, en raison du rattachement par sédimentation d'anciennes îles à la rive droite (îles de Saint Dié et de Muides) postérieur à la construction de la digue, il existe un décrochement dans son tracé, au niveau du pont routier vers Muides. Un ruisseau y subsiste à l'aval de ce pont (la Petite Loire), et l'ancien chenal se réactive jusqu'à l'amont lors des crues quinquennales.

La topographie du val est assez plate, allant de la cote 77.5 NGF à 73 NGF, le gradient étant, comme nous l'avons déjà précisé, principalement longitudinal. Il existe des dépressions locales, ainsi qu'une gravière encore en activité (carrière du Domino). À cause de la construction de la digue, il existe de nombreuses dépressions ou mares en pied de digue des deux côtés. Cependant, ces dépressions n'ont pas été prises en compte pour la modélisation, à cause de leur petitesse par rapport aux dimensions du val.

3.1.3. Géologie et hydrogéologie

La géologie du val telle que l'ont mis en évidence les nombreux forages du BRGM est globalement simple. Le sous-sol est principalement constitué d'une couche de sable graveleux d'épaisseur moyenne 7 m (mais pouvant descendre à 1,2 m) sur un calcaire marneux et surmontée d'une couche de limons argilo-sableux d'épaisseur moyenne 1 m, dont est d'ailleurs en majorité faite la digue ([GAR 99a], [GAR 99b]). Le calcaire marneux est considéré comme imperméable ([CET95]), c'est notre substratum. Les alluvions sont délimitées au nord-ouest par le coteau et au-delà de la Loire vers le sud-est par le calcaire de Beauce. Les incisions d'argile dues aux chenaux anciens de la Loire sont très représentées dans les sondages réalisés par le BRGM. En effet, leur objectif était de les localiser et d'effectuer des prélèvements. Grâce à la reconnaissance par profils électromagnétiques, ils avaient déjà localisé la plupart de ces paléochenaux, les forages sont donc souvent regroupés, et les zones non explorées parfois assez grandes. Nous avons donc dû corriger ce biais dans la modélisation du sous-sol, en supposant que les chenaux d'argile étaient étroits (pas plus de 200 mètres de large), et que les zones non explorées ne présentaient pas d'horizon argileux ou tourbeux.

	Limon	Argile	Sable	Sable à galets	Sable argileux
Perméabilité K_s	10^{-6}	$5 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$1.5 \cdot 10^{-5}$	10^{-5}
Porosité $\theta_{saturation}$	0.35	0.3	0.1	0.2	0.15

Tableau 1. Propriétés hydrauliques des sols retenues

À partir des forages ont été déterminés les contours et les couches dont nous avons besoin pour la modélisation tridimensionnelle du sous-sol. 5 types de sols ont été retenus d'après les forages du BRGM : limons, argile, sable argileux, sable fin, sable à galets.

La composition de la digue a été reconnue lors d'une étude faite par le Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées pour le compte de la Direction Départementale de l'Équipement du Loir et Cher, visant à établir un plan de confortement [CET95]. En effet, cette digue avait cédé lors des 3 crues catastrophiques du XIX^e siècle en 1846, 1856 et 1866 [HAL 97]. Il en ressort que la digue a simplement été construite par-dessus le terrain naturel (elle n'a pas été ancrée) et que la majorité du corps de la digue est faite à partir du limon recouvrant le val. Sous le limon on retrouve donc la succession de sable et de sable graveleux. Ce mode de construction explique aussi les dépressions en pied de digue, les constructeurs ayant pris les matériaux au plus près.

Les caractéristiques hydrauliques des différentes couches de sol ont été reprises en partie de l'étude de confortement de la digue [CET95], et tirées de la littérature [FRE 93], par analogie avec des sols cités. Elles sont données dans le tableau 1.

Il n'y a pas de suivi piézométrique sur le val d'Avaray. Cependant, une campagne de mesures avait été faite en 1982, lors de l'étiage de la Loire (juillet et septembre) par le LRPC de Blois, et dont les résultats se trouvent dans le rapport [CHE 82]. Elle indique que la nappe alluviale est libre, et que son mur (limite inférieure) est bien le calcaire marneux. Elle confirme que l'écoulement principal est longitudinal, mais qu'il présente des irrégularités du fait de la présence des chenaux d'argile, qui ralentissent l'écoulement et "bombent" par endroit la surface piézométrique. De plus, même en période d'étiage le toit de la nappe peut être très proche de la surface du sol (entre 1 et 4 mètres de profondeur). En dehors de la nappe alluviale qui nous intéresse, la nappe du calcaire de Beauce est sous-jacente, indépendante à cause des marnes qui se sont mêlées à la surface du calcaire.

3.2. Hydraulique de la Loire

Le couplage des deux modèles NSAT et STEF devait permettre de déterminer si l'écoulement d'eau dans le val influence son inondation. En effet, il est possible que de l'eau exfiltrée près de la digue s'écoule et ainsi inonde plus loin. C'est bien l'écoulement dans le val dû aux exfiltrations qui nous intéresse, et non pas l'écoulement de la Loire elle-même, bien que l'infiltration dans les berges d'une partie de l'eau d'une

crue influe sur la quantité d'eau, la vitesse et la forme de l'onde de crue ([TAJ 93], [PER 96]). La crue de la Loire est donc considérée comme une donnée, celle en l'occurrence d'une condition aux limites en hauteur d'eau.

Pour notre étude, nous avons ainsi utilisé les résultats des simulations du modèle créé pour le compte de l'Équipe Plan Loire Grandeur Nature par la société Hydratec, HYDRA. L'écoulement dans le val d'Avaray est représenté par 4 sections filaires (1D) pour la Tronne, et 4 casiers, qui se mettent en eau lorsque le déversoir fonctionne ou lorsque les sections 1D indiquent un débordement.

Nous avons eu accès aux résultats de la configuration actuelle pour des débits de Loire correspondant à des périodes de retour de crue de 50, 70, 100, 170, 200 et 500 ans. Les hypothèses de ces simulations qui nous concernent directement sont liées au stockage dans les berges, et aux débits des affluents considérés. Comme nous l'avons vu, seule la Tronne peut apporter un débit à la Loire en cas de crue, car la vanne ferme alors l'écoulement du ruisseau de Pisse-vache au niveau de la digue. Pour leurs simulations, le débit de la Tronne a été fixé à $8 \text{ m}^3/\text{s}$, ce qui est supérieur au débit nécessaire pour assurer la convergence numérique du modèle. Le stockage d'eau dans les berges est lui aussi pris en compte, à hauteur de 3%.

3.3. *Composition de la digue*

Le renforcement de la digue ne concerne que la partie en amont de la route reliant Suèvres à Muïdes en rive gauche (RD 112). En effet, l'étude "Renforcement des levées de la Loire, Val d'Avaray - Étude hydraulique", faite par SEEE-INFRA pour le compte de la Direction Départementale de l'Équipement du Loir-et-Cher ([S.E94]) a montré qu'à partir des crues décennales, l'inondation à l'aval de cette route est due aux remous, et que ni l'action du déversoir, ni une brèche éventuelle ne modifient la hauteur ou les vitesses de l'eau à l'aval de cette route (environ 3 à 3,5 m de hauteur à l'aval pour une crue type 1856 [S.E94]). Ce renforcement consiste en un rideau de palplanches battu dans la partie amont (jusqu'au déversoir), qui étanchéfie la digue. Dans la partie aval du déversoir, un simple rechargement côté val, accompagné d'une couche superficielle de gravier drainant, stabilise la digue tout en assurant que les charges à l'intérieur de la digue ne soient pas trop grandes. Cependant, nous n'avons pas tenu compte de ces aménagements dans nos modélisations.

3.4. *Simulation couplée 1D surface - 2D sous-sol*

Dans cette section sont décrites d'abord les étapes préparatoires à la modélisation, puis des résultats sont présentés.

3.4.1. *Définition de la coupe*

Nous avons décidé d'étudier une coupe longitudinale du val. Pour être représentative, la coupe devait être la plus parallèle possible à l'axe longitudinal. Cette coupe

passé donc par le milieu de la digue sur le petit côté (à l'amont), et sort par l'ouverture de la levée à l'aval (voir figure 11).

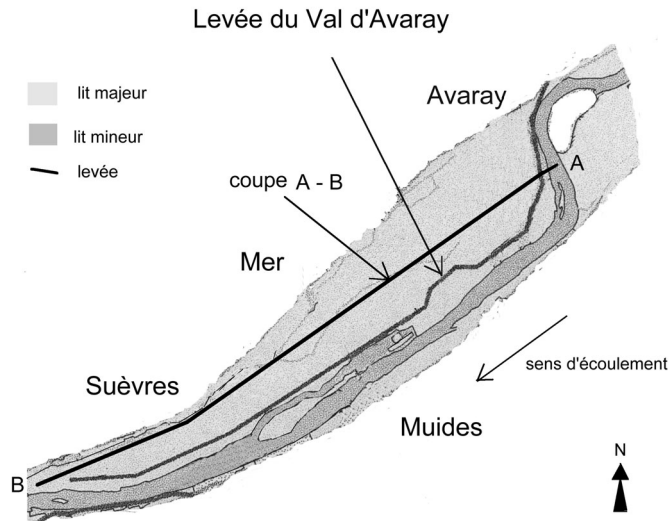


Figure 11. Position de la coupe verticale A-B

3.4.2. Modélisation du sous-sol

Les sondages qui sont à moins de 300 m de cette ligne sont retenus pour modéliser le sous-sol de cette coupe. Ensuite, grâce au logiciel Matlab®, les sondages retenus sont visualisés, et la lithologie est reconstituée à la manière habituelle. Les murs des couches identifiées dans les sondages sont reliés le plus simplement possible, en n'oubliant pas que la formation du sous-sol s'est faite par sédimentation, les couches se superposant naturellement. Ainsi les couches se trouvent toujours dans le même ordre. Les chenaux d'argile viennent troubler cet état des choses, puisque l'érosion dans ces paléochenaux a pu faire disparaître des couches, et même entailler le substratum. En dehors de ces "accidents", les couches sont dessinées linéairement.

La lithologie de la coupe obtenue est indiquée en figure 12. On peut remarquer qu'un des chenaux d'argile est plus grand que la recommandation de Garcin. Mais ces chenaux s'orientent dans la même direction que la coupe, c'est-à-dire longitudinalement, et la coupe se trouve dans l'un de ces chenaux. Les caractéristiques hydrauliques des différents sols sont repris du tableau 1.

3.4.3. Conditions aux limites : écoulement souterrain

Le domaine souterrain est exactement donné par la figure représentant le sous-sol, figure 12. Côté Loire (en amont, côté A sur la figure), le domaine s'étend jusqu'au milieu de la Loire.

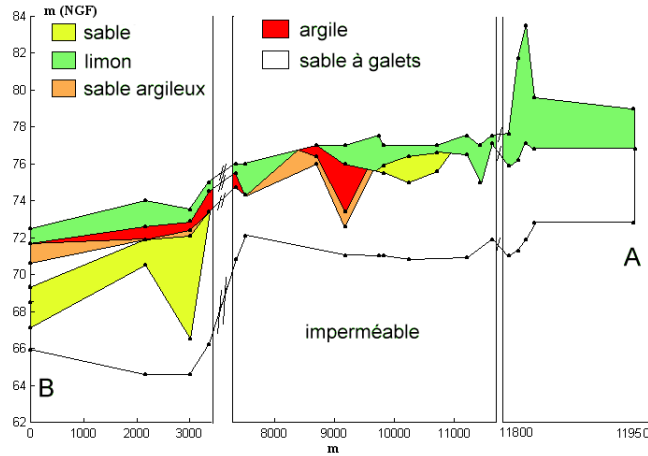


Figure 12. Lithologie modélisée de la coupe longitudinale

À l'amont de la digue et sur la partie amont de celle-ci s'applique le limnigramme de la Loire en crue, c'est-à-dire l'évolution de la hauteur d'eau. À l'aval de la coupe s'applique aussi le limnigramme de la Loire, puisque la coupe se termine près de la confluence de la Tronne et de la Loire. Ce sont deux conditions aux limites de Dirichlet, appliquant une charge définie, bien qu'elle change à chaque instant. À l'aval, la condition de Dirichlet s'applique non seulement au point de surface, mais aussi à toute la partie verticale. En effet, étant données la conductivité élevée des sols et la proximité de la Loire, on peut considérer que la charge se transmet intégralement en sous-sol. À l'amont, la limite verticale se situant sous le milieu du lit mineur de la Loire est considérée comme une ligne de partage des eaux souterraines, et donc comme une surface de flux nul [BEA 79].

Le substratum définit une limite imperméable (flux nul), tandis que la surface du val ainsi que la partie aval de la digue sont définies comme surfaces de suintement potentielles afin de laisser s'exfiltrer et s'infiltrer l'eau.

3.4.4. Conditions aux limites : écoulement de surface

Puisqu'on ne s'intéresse qu'à l'écoulement à l'intérieur du val, le domaine de calcul de l'écoulement de surface se définit naturellement comme étant la surface du val plus la partie aval de la digue, c'est-à-dire coïncidant avec la partie du domaine souterrain où la condition surface de suintement a été appliquée. Cependant, la digue étant assez pentue (environ 30 %), les résultats des calculs d'écoulement de surface étaient instables (écoulement torrentiels). De plus, les premières simulations souterraines ont indiqué que l'exfiltration ne s'effectue qu'en pied de digue, il n'est donc pas préjudiciable de ne pas considérer la partie aval de la digue dans la simulation de l'écoulement de surface.

Les conditions aux limites sont dès lors simples : l'aval subit le remous, et c'est donc la hauteur d'eau de la Loire qui est imposée, l'amont doit connaître une condition de vitesse nulle.

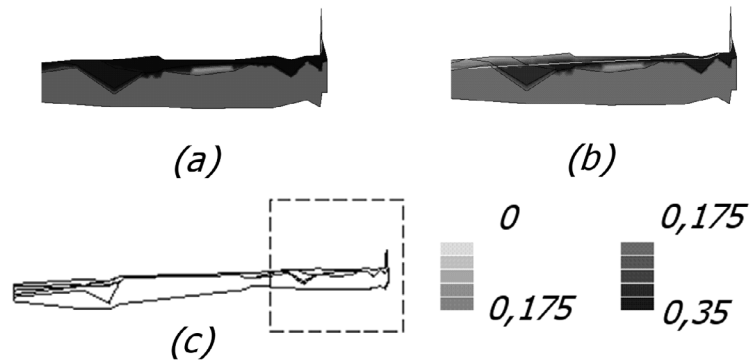


Figure 13. Teneurs en eau : avec écoulement (a) et sans écoulement en surface (b). Position du zoom dans le modèle (c) et échelle des teneurs en eau

3.4.5. Résultats

Dans cette section sont présentés les résultats de modélisation qui illustrent notre hypothèse : l'exfiltration de l'eau dans le val lors de la crue accélère l'inondation de celui-ci.

Après avoir testé sur la modélisation souterraine seule les limnigrammes de crue que nous avons à disposition (de périodes de retour 50, 70, 100, 200 et 500 ans), nous avons opté pour effectuer le couplage uniquement avec la crue de période de retour 50 ans. En effet, le remous est déjà présent pour cette crue, et modifie donc en conséquence la hauteur d'eau à l'aval du val. Comme nous nous intéressons principalement à l'effet de l'exfiltration sur l'inondation du val, et puisque la crue cinquantennale suffit à faire apparaître ces exfiltrations, notre choix s'est porté sur cette crue.

Le premier résultat intéressant issu des simulations est que l'écoulement souterrain longitudinal ne peut effectivement pas être négligé dans le val d'Avaray, les vitesses longitudinales calculées ici atteignant le même ordre de grandeur que les vitesses latérales (de l'ordre de 10^{-7} m/s en étiage et 10^{-6} m/s en crue, d'après [GAS 99b] et nos propres résultats).

En outre, l'impact de l'écoulement de surface sur l'inondation est évalué en l'activant ou non dans le couplage. Sur la figure 13, on a représenté les teneurs en eau dans le sol 2 heures après le pic de crue pour la partie près de la digue de la coupe, d'une part avec écoulement de surface (à gauche) et d'autre part sans écoulement de surface (à droite). Les valeurs ne sont pas égales partout sur une même figure car les

porosités des sols sont différentes. On voit très bien que dans le cas où l'écoulement de surface n'est pas activé, la partie supérieure n'est pas saturée (on voit la surface libre en blanc sur la figure), alors que lorsque l'écoulement de surface est activé (couplage effectif), tout le sol est saturé : pas de surface libre dans le sol (sauf dans la digue elle-même). Ceci s'explique par le fait que l'eau qui s'exfiltre au pied de digue, se réinfiltré plus loin, saturant le sol. De plus, la perméabilité augmente dans ces zones du fait de la saturation, ce qui modifie l'écoulement souterrain, et entraîne une exfiltration plus importante à ces endroits.

Ces différents résultats confirmant notre hypothèse nous nous sommes ensuite lancés dans la modélisation tridimensionnelle du sous-sol couplé à la modélisation bidimensionnelle de la surface.

3.5. Modélisation 3D souterrain / 2D surface

3.5.1. Construction des maillages

Nous avons utilisé le mailleur OASIS développé par le Laboratoire d'Hydraulique Numérique pour définir un maillage de la surface du terrain. En effet, son avantage est qu'il permet la définition d'un maillage surfacique prenant en compte les trois directions d'espace, et composé de triangles avec interpolation linéaire (éléments T3).

Dans un premier temps, une facétisation de la surface du terrain naturel telle que donnée d'après le sondages a été effectuée. Il s'agit d'un maillage grossier, dont seuls les sondages et des points de contour du domaine (digue, axe de la Loire, coteau) constituent les sommets des triangles ainsi définis. Cette facétisation permet l'interpolation linéaire entre les sondages pour obtenir les cotes de la surface du terrain, des interfaces entre différents sol et du toit du substratum et en n'importe quel point du domaine. Elle a été ensuite raffinée pour obtenir un maillage surfacique utilisé dans le calcul.

Ce maillage respecte les contours définis par le modèle de sol, c'est-à-dire qu'aucun élément n'appartient à deux zones distinctes (par exemple une zone dans laquelle se trouve de l'argile et une zone où il n'y en a pas). Ce maillage a ensuite été translaté verticalement, de telle manière que pour chaque nœud de la surface la cote du substratum imperméable soit atteinte, et que la hauteur entre terrain naturel et toit du substratum soit divisée en un nombre constant de segments de longueur égale d'une verticale à une autre. Des prismes à section triangulaire sont ainsi définis, qui sont les éléments P6 du maillage. Un maillage à 10 couches verticales a été choisi.

Pour l'attribution des caractéristiques de sol à chaque élément, la méthode suivante a été adoptée : les coordonnées du centre de gravité du prisme sont calculées, la facette, dans laquelle sa projection sur la facétisation est située, est trouvée, et sur la verticale de cette facette, on détermine dans quelle couche de sol il se trouve. Ces opérations sont effectuées à l'aide du logiciel MATLAB ®.

Le maillage ainsi constitué contient 15 510 nœuds, soit 1 410 nœuds par couche, et 26 070 éléments (qui sont prismatiques à 6 nœuds). Ils se répartissent en 6 513 éléments de limon, 480 éléments d'argile, 2 272 éléments de sable, 16 419 éléments de sable à galets, et 386 éléments de sable argileux.

Le maillage de l'écoulement de surface est déterminé d'après le maillage défini par OASIS. Cependant, certaines modifications supplémentaires sont nécessaires. D'une part, la modélisation de l'écoulement de surface ne se fait qu'à l'intérieur du val, le domaine s'arrête donc au pied de la digue, et au pied du coteau. Il continue cependant jusqu'à l'axe de la Loire à l'aval, afin de bien représenter le remous. Cette opération a conduit à l'ajout d'un nœud à l'amont, car le maillage d'OASIS se terminait sur un nœud appartenant au sommet de la digue, ce qui aboutissait à un maillage de 739 nœuds et 1 205 éléments. Les premières simulations ont ensuite mis en évidence des défauts du maillage ainsi obtenu qui conduisaient à la divergence des calculs d'écoulement de surface. Des nœuds ont alors été ajoutés là où des éléments trop grands étaient détectés, tandis que des nœuds d'éléments trop petits ont été supprimés. Le maillage final comporte 870 nœuds et 1 456 éléments. Ces ajouts et suppressions ne concernent que le maillage de l'écoulement de surface, les informations échangées entre les deux codes de calcul (hauteurs d'eau externe et flux d'infiltration/exfiltration) sont alors interpolées linéairement entre les nœuds voisins.

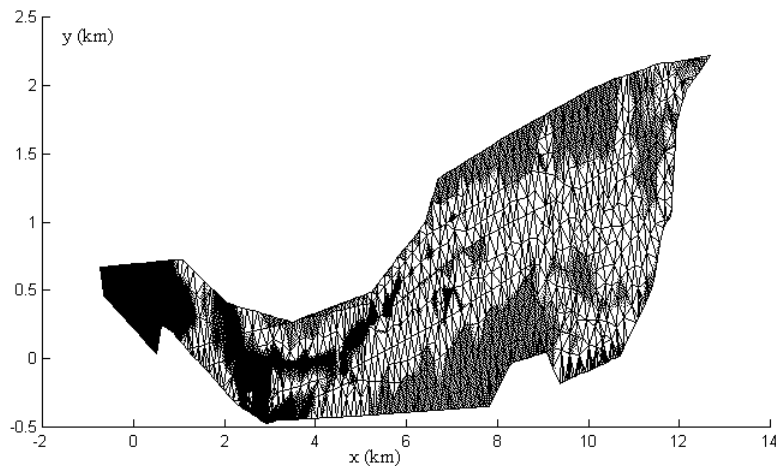


Figure 14. Hauteurs d'eau dans le val au bout d'un jour de crue (gris : $H < 10$ cm ; blanc : $10 \text{ cm} < H < 50$ cm ; noir : $H > 50$ cm)

3.5.2. Conditions aux limites : écoulement souterrain

L'axe de la Loire et le substratum forment une condition naturelle de flux nul, c'est donc cette condition qui a été appliquée pour le modèle souterrain. Le limnigramme de la Loire a été appliqué à tous les points de la surface qui sont immergés. Cela signifie en particulier que le nombre de nœuds concernés change au cours de la crue.

Or, comme nous ne disposons des cotes d'eau qu'à une échelle en amont et une échelle en aval, les hauteurs d'eau sont interpolées le long de l'axe de la Loire, et les nœuds sont rattachés au nœud de l'axe le plus proche.

Sur le coteau, une condition de Dirichlet a été choisie, appliquée sur toute la hauteur de la surface verticale touchant le coteau. Cette condition a été préférée à une condition de Neuman, utilisée dans l'étude de Gassié, car la valeur de flux est encore plus floue que celle de la charge appliquée. En effet, c'est la nappe du calcaire de Beauce qui contrôle cette charge, tandis que le flux est contrôlé à la fois par la nappe des calcaires et la nappe alluviale. La valeur a été choisie décroissante de l'amont à l'aval, allant de 77 à 73 m, suivant à peu près la cote de la crête du coteau.

Enfin, la partie commune aux deux modèles est définie comme surface de suintement, sachant que si un nœud de la surface se mouille (hauteur d'eau externe strictement positive), c'est cette hauteur d'eau qui devient condition aux limites de type Dirichlet. La partie de la digue côté val est choisie imperméable, ainsi qu'elle l'est dans la modélisation 2D souterrain / 1D surface.

3.5.3. Conditions aux limites : écoulement de surface

Les conditions aux limites sont très simples : une condition vitesse normale nulle est appliquée sur le pourtour du domaine touchant la digue et le coteau, tandis que c'est le limnigramme aval de la Loire qui est appliqué comme condition sur la hauteur d'eau sur la partie ouverte du domaine de surface, pour modéliser le remous dans le val.

3.5.4. Résultats

C'est encore le limnigramme de la crue de période de retour 50 ans qui a été utilisé. Nous présentons des résultats issus de simulation avec couplage, car la comparaison avec la simulation sans couplage mène aux mêmes résultats que pour la simulation 2D souterrain / 1D surface, c'est-à-dire que l'écoulement en surface de l'eau exfiltrée, en se réinfiltrant plus loin, facilite l'inondation du val.

Compte tenu des différentes couches de sol, les simulations permettent de localiser les zones du val où l'exfiltration est la plus importante : il s'agit de la zone juste en amont du décrochement de la digue dû au rattachement récent de l'île de St Dié qui représente les normes du flux sur une coupe le long de la digue. Cela peut s'expliquer par la présence juste en amont de cette zone d'un important chenal d'argile, qui bloque l'écoulement à cet endroit, et le reporte en quelque sorte juste à l'aval. Cela peut être d'importance, car c'est à cet endroit que la levée a cédé en 1856 et 1866 [HAL 97]. Durant ces deux crues, c'est la surverse qui avait conduit à la rupture, la digue n'étant localement pas assez élevée. La reconstruction peut avoir créé une zone propice au renard, à la jonction de la terre rajoutée sur la terre ayant résisté, et le risque en est encore accru si les écoulements sont plus importants.

Les hauteurs d'eau dans le val sont faibles sauf aux endroits où une forte exfiltration a lieu, comme juste en amont du rattachement de l'île St Dié, et aux endroits où

une dépression de la surface du sol existe : voir la figure 14 représentant les hauteurs d'eau dans le val au bout d'un jour de crue.

4. Conclusion

Les deux modélisations précédentes le montrent : il est nécessaire parfois d'envisager des écoulements souterrains parallèles au fleuve (voir aussi [BIR 95]) pour comprendre la situation en période d'étiage ou de crue. Ceci est particulièrement vrai lorsque la rivière est méandrée, comme c'est le cas pour le val d'Avaray. La difficulté de réunir les données nécessaires à un modèle de sol tridimensionnel peut être un frein à une modélisation 3D, il faut encore souligner le caractère exceptionnel de la quantité de sondages effectués sur le site du val d'Avaray. Un calcul dans une coupe perpendiculaire à la première effectuée par le modélisateur peut donc suffire à s'assurer que les écoulements sont bien dans la direction à laquelle il a d'abord pensé.

De plus, les deux simulations montrent que le couplage apporte une rapidité plus grande de l'inondation du val, puisque l'eau exfiltrée, en se réinfiltrant plus loin, sature la surface du sol et facilite les exfiltrations à ces endroits.

Enfin, ces applications ont prouvé que le couplage était applicable à un cas complexe, même si les calculs ont demandé beaucoup de temps, particulièrement pour le couplage 3D souterrain / 2D surface. De plus, le couplage n'est pas spécifique. À condition de réunir assez de données, en particulier sur le sol, il peut être appliqué aux endroits où l'écoulement de surface a une importance sur la réponse du domaine à une sollicitation, que ce soit une crue ou une forte pluie.

5. Bibliographie

- [ABB 86] ABBOTT M. B., BATHURST J. C., CUNGE J. A., O'CONNELL P. E., RASMUSSEN J., « An introduction to the european hydrological system- système hydrologique européen SHE 1) History and philosophy of a physically-based, distributed modelling system 2) Structure of a physically-based, distributed modelling system », *J. Hydrology*, vol. 87, 1986, p. 45-77.
- [BEA 79] BEAR J., *Hydraulics of groundwater*, Mc Graw-Hill ed., 1979.
- [BIR 95] BIRKHEAD A. L., JAMES C. S., OLBRICH B. W., « Monitoring the bank storage dynamics component of the riparian water balance in the Sabie river, Kruger National Park », *Water SA*, vol. 21, n° 3, 1995.
- [CAS 91] CASTRO N. M., HORNBERGER G. M., « Surface - subsurface water interactions in an alluviated mountain stream channel », *Water Resources Research*, vol. 27, n° 7, 1991, p. 1613-1621.
- [CET95] CETE Normandie Centre et LRPC Blois, « Dignes du val d'Avaray – Renforcement des levées de la Loire sur les communes de Suèvres, Courbouzon et Avaray – Reconnaissance Géotechnique générale de la digue, de l'ouvrage hydraulique du ruisseau de Pisse Vache et du seuil-déversoir d'Avaray – Rapport technique », 1995.

- [CHE 82] CHEVREL S., « Inventaire des matériaux alluvionnaires du val de Loire », rapport, décembre 1982, BRGM et LRPC de Blois.
- [CHE 98a] CHENG N.-S., CHIEW Y.-M., « Modified logarithmic law for velocity distribution subjected to upward seepage », *ASCE J. Hydraulic Engineering*, vol. 124, n° 12, 1998, p. 1235-1241.
- [CHE 98b] CHENG N.-S., CHIEW Y.-M., « Turbulent open-channel flow with upward seepage », *J. Recherches Hydrauliques*, vol. 36, n° 3, 1998, p. 415-431.
- [CHE 99a] CHENG N.-S., CHIEW Y.-M., « Analysis of initiation of sediment suspension from bed load », *ASCE J. Hydraulic Engineering*, vol. 125, n° 8, 1999, p. 855-861.
- [CHE 99b] CHENG N.-S., CHIEW Y.-M., « Incipient sediment motion with upward seepage », *J. Recherches Hydrauliques*, vol. 37, n° 5, 1999, p. 665-681.
- [CHO 88] CHOW V., MAIDMENT D., MAYS L., *Applied hydrology. Water resources and Environmental Engineering*, Mc Graw-Hill ed., New-York, 1988.
- [DUR 90] DURBEC A., *Modélisation de la nappe alluviale de l'Hérault, étude des échanges avec la nappe après l'aménagement de seuils sur la rivière*, Cemagref, 1990.
- [FRE 93] FREDLUND D., RAHARDJO H., *Soil mechanics for unsaturated soils*, Wiley Interscience, 1993.
- [GAR 99a] GARCIN M., « Données de sondages dans le val d'Avaray », Communication personnelle, 1999.
- [GAR 99b] GARCIN M., « Géométrie et âges des alluvions du lit majeur de la Loire moyenne, exemple du val d'Avaray (Loir-et-Cher), France », *C.R. Acad. Sci. Paris, Sciences de la terre et des planètes*, vol. 329, 1999, p. 405-412.
- [GAR 99c] GARDNER K. M., « The importance of surface water/ groundwater interactions - Issue paper - Final 30/03/99 », rapport, mars 1999, USEPA region 10 (Seattle).
- [GAS 99a] GASOWSKI Z., GAUTIER J.-N., GRELAT D., « Les enjeux de la connaissance des crues sur le bassin versant de la Loire », *Crue de la normale à l'extrême - Précipitations-Infiltrations-Ruisselements-Entraînements. Colloque d'hydrotechnique. 160e session du comité scientifique et technique (Lyon, France)*, 10-11 Mars 1999, Publications SHF.
- [GAS 99b] GASSIÉ C., « Risques d'inondation des vals de la Loire moyenne par remontée de nappe et déstabilisation des endiguements. Acquisition des données numériques et modélisation hydrodynamique. Site du Val d'Avaray », Mémoire de maîtrise de Sciences de l'Environnement, Université de Montpellier II, 1999.
- [HAL 97] HALBECQ W., « Formation des brèches dans les levées de la Loire », rapport, mars 1997, Équipe Pluridisciplinaire d'Assistance aux Maîtres d'Ouvrage Plan Loire Grandeur Nature, c/o Agence de l'eau Loire-Bretagne, Orléans.
- [HOR 45] HORTON R. E., « Erosional development of streams and their drainage basins ; hydrophysical approach to quantitative morphology », *Bull. Geol. Soc. Am.*, vol. 56, 1945, p. 275-370.
- [KIR 88] KIRKBY M., « Hillslope runoff processes and models », *J. Hydrology*, vol. 100, 1988, p. 315-339.
- [LED 84] LEDOUX E., GIRARD G., VILLENEUVE J.-P., « Proposition d'un modèle couplé pour la simulation conjointe des écoulements de surface et des écoulements souterrains sur un bassin hydrologique », *La Houille Blanche*, vol. 1-2, 1984, p. 101-110.

- [LEO 00] LEONARD J., « Interaction entre le ruissellement et les macropores créés par les termites dans le cas d'un sol encroûté au Sahel - Etude expérimentale et modélisation », Thèse de doctorat, Université Paris VI, 2000.
- [LI 98] LI B., GARJA V. K., « Theoretical solution for seepage flow in overtopped rockfill », *ASCE J. Hydraulic Engineering*, vol. 124, n° 2, 1998, p. 213-217.
- [MAC 91a] MACLEAN A. G., « Bed shear stress and scour over bed-type river intake », *ASCE J. Hydraulic Engineering*, vol. 117, n° 4, 1991, p. 436-451.
- [MAC 91b] MACLEAN A. G., « Open channel velocity profiles over a zone of rapid infiltration », *J. Recherches Hydrauliques*, vol. 29, n° 1, 1991, p. 15-27.
- [MOR 99] MORAMARCO T., FAN Y., BRES R. L., « Analytical solution for channel routing with uniform lateral inflow », *ASCE J. Hydraulic Engineering*, vol. 125, n° 7, 1999, p. 707-713.
- [OLD 74] OLDENZIEL D. M., BRINK W. E., « Influence of suction and blowing on entrainment of sand particles », *ASCE J. Hydraulics div.*, vol. 100, n° 7, 1974, p. 935-949.
- [PER 96] PERKINS S. P., KOUSSIS A. D., « Stream-aquifer interaction model with diffusive wave routing », *ASCE J. Hydraulic Engineering*, vol. 122, n° 4, 1996, p. 210-218.
- [S.E94] S.E.E.E. Infra, « Renforcement des levées de la Loire – Val d'Avaray – Étude hydraulique », 1994, Pour la Direction Départementale de l'Équipement du Loir-et-Cher (41).
- [TAJ 93] TAJAR M. H., « Modélisation de l'hydrodynamique des échanges nappe - rivière - Simulation d'une lachûre expérimentale en Seine en période d'étiage », Thèse de Doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1993.
- [VRI 95] DE VRIES J. J., « Seasonal expansion and contraction of stream networks in shallow groundwater systems », *J. Hydrology*, vol. 170, 1995, p. 15-26.
- [WIN 99] WINTER T. C., « Relations of streams, lakes, and wetlands to groundwater flow systems », *Hydrogeology J.*, vol. 7, 1999, p. 28-45.