

---

# Écoulement en eau peu profonde autour d'un modèle d'île conique

## Sillage en eau peu profonde

**Eric Serre\*** — **Peter Stansby\*\*** — **Dominique Laurence\*\*\***  
**Brian Launder\*\*\***

\* *LMSNM/C.N.R.S*

*La Jetée-Technopôle de Château-Gombert  
38, rue Frédéric Joliot Curie,  
F-13451 Marseille cedex 20  
serre1@L3m.univ-mrs.fr*

\*\* *Dept. of Civil and Construction Engineering UMIST  
Manchester M60 1QD, UK*

\*\*\* *Dept. of Mech., Aero. & Manu. Engineering UMIST  
Manchester M60 1QD, UK*

---

*RÉSUMÉ. La stabilité d'un écoulement de sillage derrière une île de forme conique, lorsque la hauteur d'eau est petite devant les échelles horizontales, est étudiée au moyen de la simulation numérique en utilisant le code éléments finis TELEMAC-2D. Cet écoulement est numériquement difficile à appréhender car le fort confinement entre la surface libre et le fond de l'écoulement entraîne la coexistence de structures spatiales d'échelles très différentes. Un paramètre de stabilité du sillage  $S$  est introduit, caractérisant l'effet du frottement au fond sur l'écoulement. On montre que l'augmentation de cet effet stabilise le sillage, dont les structures évoluent d'un lâché tourbillonnaire vers une bulle de faible intensité composée de zones de recirculation de petite taille. Les résultats obtenus sont en bon accord avec une série d'expériences réalisées pour la même configuration.*

*ABSTRACT. A series of numerical simulations has been carried out to investigate recirculating shallow-water flow in the wake of a conical island using the software TELEMAC-2D. This configuration is very challenging for numerical approximation because recirculating flow structures with different scales coexist in the flow. A wake instability parameter  $S$  has been used to classify the island wakes from vortex shedding at small values of  $S$  to bubble type at large values of  $S$ . The numerical results compare favourably with different experiments carried out in the same configuration.*

*MOTS-CLÉS : écoulement de sillage, eau peu profonde, éléments finis.*

*KEYWORDS: wake flow, shallow-water flow, finite-elements method.*

---

## 1. Introduction

Dans les prochaines années, le niveau des mers ainsi que le nombre des tempêtes devraient être sujets à une augmentation incertaine, résultat des changements climatiques attendus. Par conséquent, un grand nombre de zones côtières exposées, comme les côtes anglaises de mer du Nord, devront être protégées de ces événements climatiques, en particulier afin d'éviter des phénomènes d'érosion trop importants.

L'étude des régions d'écoulement côtier est rendue complexe par la présence de structures de grande échelle correspondant à des zones de recirculation de l'écoulement, provoquées par des effets de séparation derrière différents obstacles comme des promontoires, digues ou îles. Ces zones d'écoulements de grandes échelles ont d'ailleurs été mises en évidence par des photos satellites. Dans une large gamme de problèmes de génie civil et d'infrastructures côtières, ces structures ont un effet considérable sur les processus de mélange, relatif à la dispersion de polluants et au transport de sédiments. A titre d'exemples, nous donnons une liste non exhaustive de problèmes environnementaux concernés par ces effets : transport de sédiment, déposition et érosion au voisinage d'une île ou d'un promontoire, effets à long termes sur la faune marine, en particulier sur l'implantation des fermes marines, ou encore le transport de matière radioactive ou d'effluents industriels (Falconer 1993).

Ces écoulements sont en général caractérisés par une faible profondeur d'eau, signifiant que la hauteur d'eau est d'un ordre sensiblement inférieur ou égal à l'une des échelles spatiales caractéristiques dans les directions horizontales (ex : largeur du sillage derrière un obstacle). La structure du sillage derrière un obstacle dans un tel écoulement apparaît très différente de celle obtenue dans le cas d'écoulements avec une plus grande hauteur d'eau. En effet, dans le cas d'un sillage derrière un cylindre bidimensionnel en eau profonde, les tourbillons qui apparaissent sont tridimensionnels (Berger *et al.*, 1972) avec une échelle de longueur dans la direction transversale à peu près proportionnelle à la largeur du sillage. Au contraire, l'effet de confinement qui apparaît en eau peu profonde entre le lit de l'écoulement et la surface libre provoque deux caractéristiques de sillage sensiblement différentes. La première est l'existence dans les structures de l'écoulement de deux échelles spatiales distinctes ; une grande échelle que l'on retrouve dans les zones de recirculation d'écoulement dont la composante horizontale est comparable à la largeur du sillage, et une petite échelle de l'ordre de la profondeur de l'écoulement au sein de structures turbulentes engendrées par le frottement de l'écoulement sur le fond. La seconde caractéristique de ce type de sillage est que contrairement aux écoulements en eau profonde, les instabilités de sillage tendent à être des modes bidimensionnels sous l'effet du confinement imposé par l'écoulement.

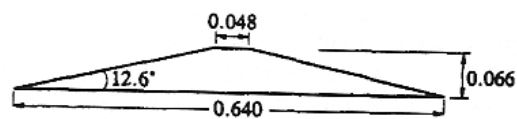
La complexité des écoulements côtiers nécessite des études préliminaires dans des configurations d'écoulements plus académiques, comme celle de l'écoulement de canal derrière un obstacle, lorsque la hauteur d'eau est faible devant la largeur du

sillage. Le confinement entre le fond et la surface libre donne une importance considérable aux effets de frottements provoqués par le fond au passage de l'écoulement. Des études quantitatives sur l'influence de ces frottements sur la stabilité d'un écoulement peu profond avec cisaillement transversal ont été menées par Chu *et al.* (1983). Ces auteurs ont réalisé une étude linéaire de stabilité dans le cas d'un écoulement non visqueux pour lequel la couche de cisaillement a été supposée parallèle avec un profil de vitesse en tangente hyperbolique sur lequel l'effet de frottement a été ajouté. Ces auteurs ont montré que la stabilité de l'écoulement est reliée à un paramètre caractérisant l'effet de frottement du lit sur l'écoulement, et défini par le rapport entre le cisaillement horizontal et le cisaillement vertical. Par la suite, Ingram *et al.* (1987) étendirent cette définition à un paramètre de stabilité dans le cas d'un écoulement de sillage. Ce paramètre  $S$  peut se définir par  $S = c_f D / h$ , où  $c_f$  est le coefficient de frottement du lit de l'écoulement,  $D$  est le diamètre de l'obstacle à mi-hauteur et  $h$  la hauteur d'eau. Des expériences réalisées par Chen *et al.* (1995) dans le cas de cylindres circulaires et par Lloyd *et al.* (1997) dans le cas d'îles coniques ont montré la relation qu'il existait entre la valeur de  $S$  et la structure du sillage. En faisant varier successivement la hauteur d'eau et le coefficient de frottement, ces études ont montré l'existence de deux valeurs critiques du paramètre  $Sc_1 = 0,20$  et  $Sc_2 = 0,50$ . Lorsque  $S < Sc_1$ , des tourbillons s'échappent périodiquement en temps à l'arrière du cylindre, formant des allées de type Karman. Pour des plus grandes valeurs du paramètre  $S$ ,  $S > Sc_2$ , le sillage est caractérisé par une bulle stationnaire de faible intensité. Pour des valeurs intermédiaires du paramètre  $S$ ,  $Sc_1 < S < Sc_2$  un sillage de type bulle instationnaire apparaît, composé de deux zones de recirculation de sens de rotation opposés. Une étude linéaire récente de Chen *et al.* (1997) a montré que le lâché tourbillonnaire à faible valeur de  $S$ , correspondait à une instabilité absolue du profil de sillage alors que le sillage de type bulle stationnaire obtenu pour des grandes valeurs du paramètre  $S$ , correspond à une instabilité de nature convective. Cette analyse réalisée dans le cas du sillage d'un cylindre vertical a montré que bien que différent d'un facteur deux dans les valeurs de  $S$ , la fréquence du lâché tourbillonnaire était bien prédite.

Le travail préliminaire présenté dans ce papier précède l'étude d'une zone côtière anglaise de mer du Nord. L'objectif est d'étudier la stabilité d'un écoulement de sillage en eau peu profonde se développant derrière un modèle d'île conique au moyen de la simulation numérique des équations de Saint-Venant. La simulation numérique est basée sur une approximation de la solution par éléments finis en utilisant le code TELEMAC-2D. La coexistence de structures d'échelles spatiales différentes dans le sillage, rend ces écoulements difficiles à appréhender numériquement. Les résultats obtenus avec TELEMAC-2D pour différentes valeurs du paramètre de stabilité  $S$  se comparent très favorablement avec les observations expérimentales de Lloyd *et al.* (1997) validant complètement l'utilisation de ce code de calcul dans ce type d'écoulement.

## 2. Modèle géométrique

Un canal rectangulaire horizontal de dimensions 6,75 m par 1,60 m est considéré, ouvert aux deux extrémités. Un modèle d'île conique est positionné au centre du canal à 2 m de la zone d'entrée, afin que l'écoulement soit pleinement développé. Le diamètre à la base de l'île est de 0,64 m, la hauteur de 0,066 m et les deux côtés pentus de l'île forment un angle de 12,6° avec l'horizontale. Ce modèle conique est la représentation la plus réaliste d'une île en pleine mer. Dans les simulations présentées dans ce travail, la hauteur d'eau sera toujours inférieure à la hauteur de l'île.



**Figure 1.** Modèle d'île conique. Dimensions en mètres de l'île considérée

## 3. Modèle numérique

Les équations de Navier-Stokes adaptées aux écoulements en eau peu profonde sont résolues au moyen du logiciel TELEMAC-2D. Les équations de Navier-Stokes sont moyennées sur la hauteur de l'écoulement avec l'hypothèse d'une pression hydrostatique afin d'obtenir les équations dites de Saint-Venant (notice technique TELEMAC-2D). Les variables ainsi obtenues sont des valeurs moyennes sur la colonne d'eau. Ainsi, les deux nouvelles composantes horizontales de la vitesse  $u$  et  $v$  sont définies par :

$$u = \frac{1}{h} \int_{z_f}^Z U_1 dz \quad \text{et} \quad v = \frac{1}{h} \int_{z_f}^Z U_2 dz ,$$

où  $Z_f$  est l'élévation du fond et  $Z$  la cote de la surface libre à partir d'un niveau zéro de référence ;  $h = Z - Z_f$ , est inconnue du problème qui agit comme la densité dans le cas d'un écoulement compressible. Ainsi,  $u$ ,  $v$  et  $h$  sont recherchées dans tout le domaine pour un temps donné et en fonction de conditions initiales et aux limites imposées.

Les solutions sont recherchées sur un maillage non structuré en utilisant une technique éléments finis de type triangle P1 (Hervouet *et al.*, 1996). La résolution des termes de convection est fondée sur un schéma semi-implicite centré associé à une technique SUPG (Streamline Upwind Petrov Galerkin). Il est à noter que l'utilisation de la méthode des caractéristiques pour la résolution des termes de convection a introduit beaucoup trop de diffusion numérique dans les résultats. Le

solveur utilisé pour l'étape de propagation est le solveur GMRES, avec une précision demandée de  $10^{-5}$ . Un aspect important de la modélisation numérique dans ces écoulements est la prise en compte du frottement au fond. La loi de Chézy a été adoptée dans nos simulations (ce qui se justifie par le fait que  $h$  varie très peu), introduisant un terme source supplémentaire de la forme :

$$F_x = -\frac{1}{\cos\theta} \frac{g}{hC^2} u \sqrt{u^2 + v^2} \quad \text{et} \quad F_y = -\frac{1}{\cos\theta} \frac{g}{hC^2} v \sqrt{u^2 + v^2}$$

où  $\theta$  est l'inclinaison du fond et  $C = (2g/c_f)^{0.5}$  le coefficient de Chézy. La valeur de ce coefficient est déterminée à partir de valeurs empiriques estimées au moyen de mesures expérimentales.

Le modèle de turbulence utilisé dans les simulations est le modèle de Elder avec un coefficient de dispersion de 0,1. Diminuer ou augmenter d'un ordre cette valeur du coefficient s'est montré avoir peu d'effets sur la solution.

La hauteur d'eau étant toujours inférieure à la hauteur de l'île, des zones sèches (bancs découvrant) doivent être prises en compte dans les simulations ( $h = 0$ ). Les nœuds correspondants à ces zones sèches sont éliminés du calcul par l'introduction d'un tableau de zéros (zones sèches) et de uns (zones mouillées) (Hervouet *et al.* 1996). Cette technique évite le remaillage de ces zones d'écoulement.

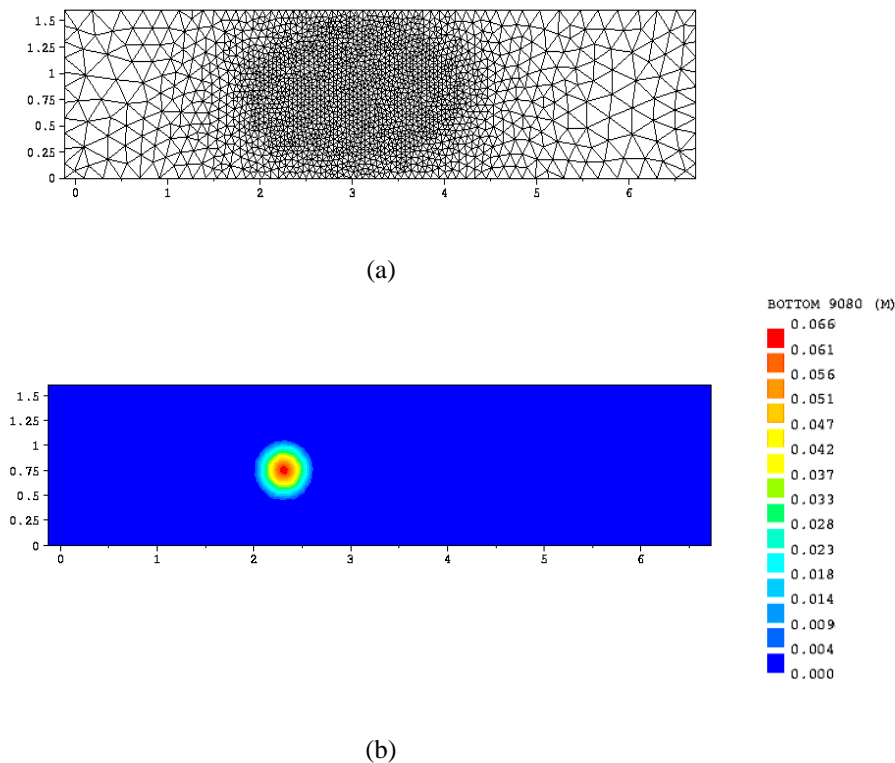
Les conditions aux limites sur les parois latérales sont des conditions de glissement (parois supposées parfaitement lisses). A l'entrée du canal, le débit de l'écoulement est imposé à la valeur  $Q_0$  alors que la hauteur d'eau  $h_0$  est libre. En sortie, les conditions sont inversées, et le débit d'eau est libre alors que la hauteur est imposée.

#### 4. Résultats

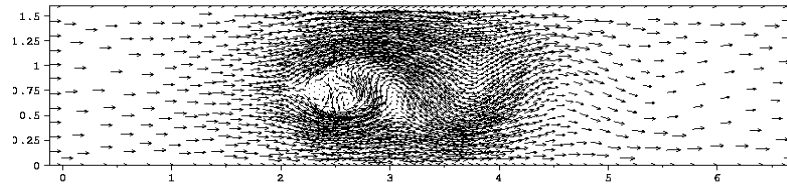
Les résultats numériques sont présentés pour trois valeurs du paramètre de stabilité  $S$  et se comparent favorablement aux résultats expérimentaux de Lloyd *et al.* (1997). La topographie du fond de l'écoulement ainsi que le maillage est représenté en figure 2. Le maillage resserré au voisinage de l'île est composé de 3 738 éléments triangulaires.

La première simulation est réalisée pour une petite valeur du paramètre de stabilité  $S$ ,  $S = 0,0501$ , correspondant à un faible effet de frottement du fond sur l'écoulement. Cette valeur du paramètre de stabilité est obtenue pour une hauteur d'eau  $h_0 = 0,051$  m, un débit en entrée de  $Q_0 = 0,0095$  m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> et un coefficient de Chézy  $C = 57$ . L'écoulement de sillage qui se développe derrière l'île est caractérisé par un lâché périodique de tourbillons de forte intensité. Le champ de vecteur vitesse est représenté en figure 3. La nature des structures de ce sillage apparaît assez proche de celle des allées de Karman observées dans le cas d'un écoulement

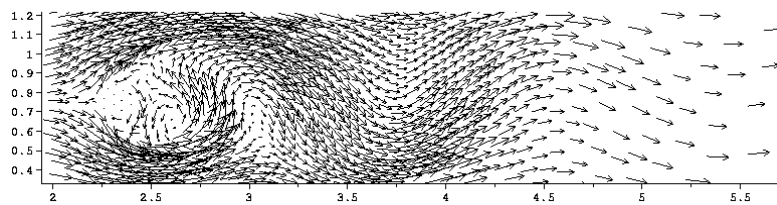
derrière un cylindre circulaire pour un nombre de Reynolds  $R_d$  compris entre 100 et 300. Dans les simulations présentées dans ce papier, le nombre de Reynolds basé sur le diamètre de l'île est de l'ordre de  $10^4$ . On peut imaginer qu'à cause de la limitation dans la direction verticale, les tourbillons de grande échelle restent bien organisés à des valeurs du nombre de Reynolds beaucoup plus grandes que dans le cas de l'écoulement « classique » derrière un cylindre. La taille du tourbillon qui apparaît dans le sillage de l'île ainsi que sa localisation, sont correctement prédites par la simulation numérique par comparaison avec les résultats expérimentaux de Lloyd *et al.* (1997) (figure 4). Les fluctuations de vitesse sont proches de celles données expérimentalement (voir figure 4) à la même localisation avec moins de 3 % d'écart entre les amplitudes calculées et mesurées :  $-0,08 \leq v \leq 0,08$  (Lloyd *et al.* 1997, mesures PTV),  $-0,075 \leq v \leq 0,09$  (calculs TELEMAC-2D). Les mesures sont prises à 0,73 m à l'arrière de l'île et à 0,26 m au dessus de la ligne centrale du sillage. Le comportement temporel périodique de la solution est aussi bien reproduit par le calcul avec un écart relatif sur les fréquences inférieur à 4 % : la fréquence calculée est 0,064 pour 0,0617 mesurée expérimentalement.



**Figure 2.** Maillage et topographie. (a) Maillage en triangles. (b) Iso-surfaces des niveaux de fond mettant en évidence l'île au centre du canal

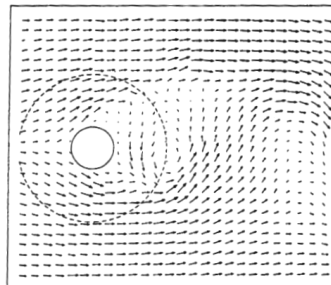


(a)



(b)

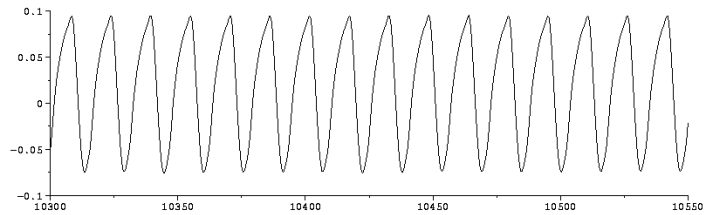
**Figure 3.** Champ de vecteur vitesse à  $S = 0,0501$ ,  $h_0 = 0,051$ ,  $Q_0 = 0,0095$  et  $C = 57$ . (a) Vue complète de l'écoulement de canal. (b) zoom sur la zone de sillage proche de l'île



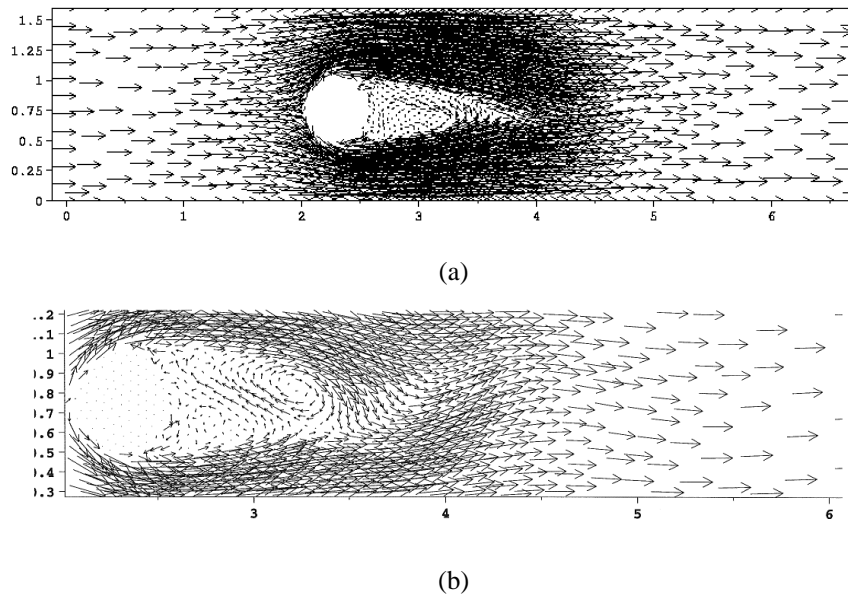
**Figure 4.** Vecteur vitesse instantané mesuré par PTV dans les expériences de Lloyd et al. (1997). Le cercle en pointillé marque la base de l'île

Afin d'examiner l'effet de l'augmentation des effets de frottement du fond sur l'écoulement, le paramètre  $S$  est augmenté à  $S = 0,37$ . Cette valeur de  $S$  est obtenue en diminuant fortement la hauteur d'eau dans le canal de  $h = 0,051$  à  $h = 0,0130$ . La diminution de la hauteur d'eau entraîne en effet à la fois une augmentation du coefficient de frottement au fond  $c_f$  et du diamètre effectif de l'île  $D$ . Le champ de vitesse (figure 5) est semblable aux observations expérimentales de Lloyd et al.

(1997) obtenues pour  $S = 0,35$  mais pour un modèle d'île plus aplati avec un angle de  $8^\circ$  ( $12^\circ$  dans la simulation). Le lâché tourbillonnaire est toujours observé, mais pour des tourbillons de plus grande taille et de plus faible intensité que dans le cas précédent à  $S = 0,051$  (figure 6).



**Figure 5.** Signal temporel de la composante transversale de la vitesse  $v$  calculée en  $(3,05, 0,54)$  montrant la période temporelle du lâché tourbillonnaire.  $S = 0,0501$ ,  $h_0 = 0,051$ ,  $Q_0 = 0,0095$ ,  $C = 57$



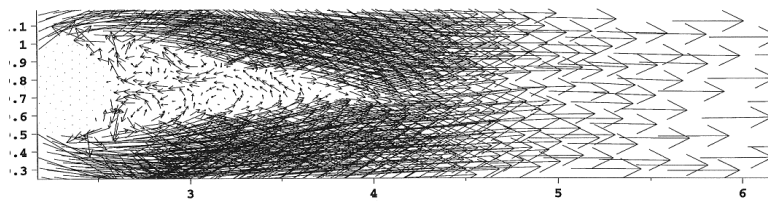
**Figure 6.** Champ de vecteur vitesse mettant en évidence la modification dans le lâché tourbillonnaire lorsque le paramètre de stabilité  $S$  est augmenté.  $S = 0,37$ ,  $h_0 = 0,0130$ ,  $Q_0 = 0,095$ ,  $C=56$ . (a) Représentation de l'ensemble de l'écoulement à l'instant  $t_0$ . (b) Zoom sur la zone de sillage à un instant  $t$



De plus, il semble que l'origine du lâché tourbillonnaire se soit déplacé en aval de l'île. Le comportement temporel de la solution est néanmoins très différent des mesures de Lloyd *et al.* (1997). En effet, bien que la solution calculée soit périodique comme l'écoulement expérimental, l'écart sur la valeur des fréquences est très grand : la fréquence calculée  $f = 0,0618$  est très proche de celle obtenue pour les faibles valeurs de  $S$  ( $S = 0,0501$ ), alors qu'expérimentalement Lloyd *et al.* (1997) observent une forte diminution de la fréquence pour ces grandes valeur du paramètre  $S$  avec l'apparition d'un mouvement basse fréquence tels que,  $f_{S=0,4} = (1/9)f_{S=0,06}$ .

La plus grande valeur de  $S$  considérée dans ce travail est  $S = 0,40$  ce qui correspond à une très faible hauteur d'eau  $h_0 = 0,0093$  m,  $Q_0 = 0,001488$  m<sup>3</sup>/s<sup>-1</sup>, et un coefficient de Chézy  $C = 46$ . Comme prévu par les analyses théoriques de stabilité, cette augmentation du paramètre  $S$  stabilise fortement l'écoulement. Le lâché tourbillonnaire est supprimé et on observe une transition dans la structure du sillage vers un sillage de type bulle (Lloyd *et al.* 1997) composé de plusieurs zones de recirculation d'assez faible intensité de part et d'autre de la ligne centrale du sillage (figure 7). Cette solution est à rapprocher des observations de Lloyd *et al.* (1997) à  $S = 0,40$  mais pour le modèle d'île plus aplati (angle 8°). Cette condition d'écoulement avec une hauteur d'eau très faible est très délicate d'un point de vue numérique, le confinement entre la surface libre et le fond étant très grand. Il n'est donc pas anormal de ne pouvoir faire que des comparaisons qualitatives entre expérience et simulation.

Néanmoins, la suppression du lâché tourbillonnaire pour une valeur critique du paramètre de stabilité  $S > 0,37$  est consistante avec les études expérimentales données dans la littérature. Barbarutsi *et al.* (1989) observent une valeur critique voisine de 0,40 alors que Lloyd *et al.* (1997) donnent une valeur supérieure à 0,35. De plus, la valeur trouvée numériquement se situe dans la gamme des valeurs proposée par Chen *et al.* (1995) dans le cas du sillage derrière un cylindre.



**Figure 7.** Champ de vecteur vitesse de l'écoulement pour  $S = 0,40$  montrant un sillage de type bulle avec suppression du lâché tourbillonnaire.  $h_0 = 0,0093$  m,  $Q_0 = 0,001488$  m<sup>3</sup>/s<sup>-1</sup>,  $C = 46$

## 5. Conclusion

Une série de simulations numériques a été réalisée afin d'étudier l'écoulement de sillage en eau peu profonde derrière une île de forme conique. Le code de calcul TELEMAC-2D a été utilisé, fondé sur une approximation éléments finis des solutions. Les résultats obtenus sont en très bon accord avec les expériences de Lloyd *et al.* (1997) réalisées dans la même configuration. Un lâché tourbillonnaire périodique est mis en évidence pour les plus petites valeurs du paramètre de stabilité  $S$  ( $S \leq 0,37$ ). On montre que l'augmentation de ce paramètre  $S$  caractérisant l'effet du frottement au fond sur l'écoulement stabilise le sillage. Le lâché tourbillonnaire, de moins en moins intense pour les grandes valeurs de  $S$ , transite vers un sillage de type bulle caractérisé par des zones de recirculation de petite taille et de faible intensité. Si le comportement temporel des solutions s'accorde bien avec les mesures expérimentales pour les faibles valeurs de  $S$ , l'écart entre simulation et expérience devient plus important pour les grandes valeurs de  $S$ . On peut penser que pour ces valeurs les effets tridimensionnels non pris en compte dans la simulation deviennent importants. Ce travail met en évidence la capacité du code TELEMAC-2D à étudier avec précision des écoulements en eau peu profonde prenant en compte des zones sèches.

## Remerciements

Ce travail de recherche a été réalisé dans le cadre du thème 4 *Sustaining the Coastal Zone* du Centre Tyndall pour les Changements Climatiques et financé en partie par une bourse UMIST.

## 6. Bibliographie

- Babartsi S., Ganoulis J., Chu V.H., "Experimental investigation of shallow recirculating flows" *J. Hydr. Engrg., ASCE*, vol. 115 (7), 1989, p. 906-924.
- Berger E., Wille R., "Periodic flow phenomena" *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 4, 2000, p. 313-340.
- Chen D., Jirka G.H., "Experimental study of plane turbulent wakes in shallow water" *Fluid Dyn. Res.*, vol 16, 1995, p. 11- 41.
- Chen D., Jirka G.H., "Absolute and convective instabilities of plane turbulent wakes in shallow water layer" *J. Fluid Mech.*, vol. 338, 1997, p. 157-172.
- Chu V.H., Wu J.H., Kahayat R.E. "Stability of turbulent shear flows in shallow water" *Proc. 20<sup>th</sup> Congr. of IAHR, Moscou*, vol. 3, 1983, p. 128-133.
- Falconer R.A., "Application of numerical models for wake quality studies" *Proc. Instn. Civ. Engrs. Civ. Engrg.*, vol. 93 (4), 1995, p. 160-170.
- Hervouet J.M., Van Haren L. "Recent advances in numerical methods for fluid flows", *Floodplain Processes*, Edited by M. G. Anderson, D.E. Walling, P.D. Bates, 1996.

- Ingram R.G., Chu V.H. "Flow around islands in Rupert Bay: an investigation of the bottom friction effect", *J. Geophys. Res.*, vol. 92, 1987, p. 14521-14533.
- Lloyd P.M., Stansby P.K., "Shallow-water Flow around model of conical islands of small side slope. I: Surface piercing", *J. Hydraul. Engng.*, vol. 123, 1997, p. 1057-1067.
- Lloyd P.M., Stansby P.K., Chen D., "Wake formation around islands in oscillatory laminar shallow water flows. Part 1. Experimental investigation", *J. Fluid Mech.*, vol. 429, 2001, p. 217-238.
- Stansby P.K., Lloyd P.M., "Wake formation around islands in oscillatory laminar shallow water flows. Part 2. Three-dimensional boundary layer modelling", *J. Fluid Mech.*, vol. 429, 2001, p. 239-254.