

---

# Décollement des fondations sous séisme : méthodes temporelles et temps/fréquence

Didier Clouteau<sup>1</sup> — Georges Devesa<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Mécanique des Sols, Structures et Matériaux - Ecole Centrale Paris  
- CNRS UMR 8579, Grande Voie des Vignes - 92295 Châtenay-Malabry cedex  
clouteau@mss.ecp.fr

<sup>2</sup> Département AMA, Division Recherche, Electricité de France  
Place de Général de Gaulle, 92141 Clamart cedex  
Georges-Cc.Devesa@edf.fr

---

**RÉSUMÉ.** Une comparaison entre des méthodes temporelles et des méthodes temps/fréquence est proposée pour l'étude du décollement des fondations en cas de séisme. L'approche temps/fréquence est fondée sur l'utilisation d'un modèle détaillé du sol sous la fondation faisant appel à une méthode d'éléments finis en fréquence. Le décollement est traité de manière itérative sur l'ensemble de la plage de temps en utilisant un opérateur auxiliaire construit à partir de statistiques sur la réponse, supposée aléatoire. Les méthodes temporelles sont fondées sur des techniques de pénalisation des conditions de contact dans le Code\_Aster, le sol ayant été remplacé par un tapis de ressorts équivalents calibré à partir du modèle par éléments de frontière. Ces deux approches sont comparées sur un cas industriel.

**ABSTRACT.** A comparison of time-domain and time-frequency domains algorithms is proposed to study the uplift of building foundations during earthquakes. The time-frequency approach is based on a detailed model of the soil using a BEM in the frequency domain and using the Green's functions of a layered elastic half-space. In this case, uplift is accounted for using an iterative quasi-Newton scheme operating on the entire time range. At each iteration step, the quasi-tangent operator is built by mean of a stochastic linearisation based on statistics of the current solution and is inverted in the frequency domain. The TD approach is based on classical penalty techniques in the FEM representing the soil by an equivalent layer of springs that are calibrated using the results of the BE model. These two approaches are compared on a real case consisting of a reactor-building resting on a layered soil.

**MOTS-CLÉS :** interaction Sol-Structure, couplage FE-BE, Décollement, temps-fréquence, linéarisation stochastique.

**KEYWORDS:** Soil-Structure Interaction, FE-BE coupling, uplift, time-frequency, stochastic linearisation.

---

## 1. Introduction

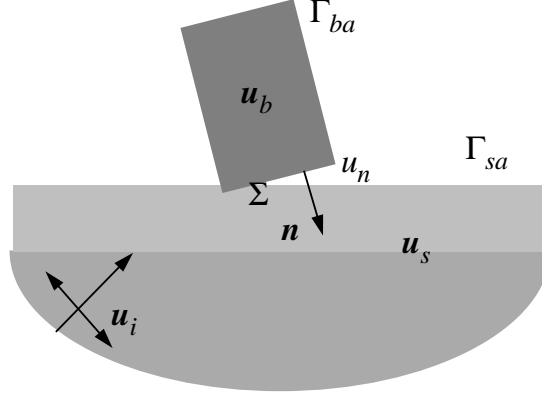
Les interactions dynamiques sol-structure jouent un rôle prépondérant dans la justification sismique des grandes structures telles que des centrales nucléaires. Des modèles détaillés du sous-sol sont souvent nécessaires pour bien prendre en compte ces phénomènes, en particulier dans le cas de fortes hétérogénéités. Les approches alors retenues sont fondées sur un couplage linéaire entre éléments finis et éléments de frontière [CLO 01] comme cela est réalisé entre les logiciels *Code\_Aster* et MISS3D [CLO 99b]. En cas de forts séismes, des phénomènes de décollement peuvent devenir prépondérants et modifier sensiblement la réponse de la structure. L'hypothèse de linéarité doit alors être abandonnée. Une alternative est alors de construire un modèle approché du sol [CLO 99b] sous la fondation au moyen de ressorts équivalents. Le décollement peut ensuite être traité par des techniques de pénalisation dans une méthode de dynamique transitoire.

Toutefois, les coûts de calculs de telles techniques sont élevés et empêchent souvent toute étude statistique sur le signal imposé. Par ailleurs, l'erreur commise en simplifiant le modèle de sol est difficilement quantifiable, d'où la nécessité d'étendre l'approche par éléments de frontière à des phénomènes non linéaires. Des approches temporelles ont été proposées dans ce but [AHM 90, SCH 97], toutefois elles ne sont adaptées ni à des domaines de propagation stratifiés, ni aux chargements sismiques large bande et/ou aléatoires. Par ailleurs, les conditions de stabilité de ces approches doivent prendre en compte la réponse fréquentielle du modèle. Le développement d'algorithmes temps-fréquence apparaît donc déterminant, c'est l'objet de ce travail. Deux idées majeures ont guidé ces développements : i) pour ce type d'applications, le phénomène essentiel est la dynamique de la structure et le décollement reste une perturbation, parfois significative, du comportement linéaire, ii) la plupart des algorithmes non linéaires font appel à un opérateur auxiliaire linéaire, ce dernier pouvant être inversé par une méthode linéaire et en particulier une méthode en fréquence.

Après un bref rappel des notations et hypothèses utilisées dans cet article, la première section rappelle la méthode utilisée dans le cas de comportement linéaire, l'algorithme temps-fréquence est ensuite présenté dans une seconde partie. La troisième partie rappelle la méthode de résolution utilisée pour l'approche temporelle. La dernière partie est dédiée à l'application à un cas pratique et en particulier la comparaison entre une méthode temporelle et la méthode proposée.

### 1.1. Modèle et notations

Le domaine d'étude  $\Omega$  est constitué des deux sous-domaines : sol  $\Omega_s$  non borné et structure  $\Omega_b$  borné. Ces domaines sont séparés par l'interface  $\Sigma$  et sur le reste de leurs frontières respectivement notées  $\Gamma_{ba}$  et  $\Gamma_{sa}$  des conditions de surface libre sont imposées (cf. figure 1). Les champs de déplacements permanents sur  $\Omega_s$  et  $\Omega_b$  dus aux charges statiques sont notés  $\mathbf{u}_{so}$  et  $\mathbf{u}_{bo}$ ,  $\mathbf{u}_s = \mathbf{u}_{inc} + \mathbf{u}_d$  et  $\mathbf{u}_b$  étant des perturbations dynamiques de ces champs.  $\mathbf{u}_{inc}$  est le champ incident supposé connu constituant le



**Figure 1.** *Modèle et notations*

chargement sismique.  $\sigma_s(\mathbf{u}_s)$  et  $\sigma_b(\mathbf{u}_b)$  sont les tenseurs des contraintes élastiques associées aux champs  $\mathbf{u}_s$  et  $\mathbf{u}_b$  dans chacun des domaines et  $t_s(\mathbf{u}_s) = t_s(\mathbf{u}_{\text{inc}}) + t_s(\mathbf{u}_d)$  et  $t_b(\mathbf{u}_b)$  sont les vecteurs contraintes s'exerçant sur les interfaces orientées par la normale extérieure. Enfin, sur une surface de normale  $\mathbf{n}$  donnée,  $u_n = \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}$  est la composante normale d'un vecteur  $\mathbf{u}$  quelconque.

### 1.2. Equations linéaires

Ces différents champs ( $\mathbf{u}_s, \mathbf{u}_{\text{inc}}, \mathbf{u}_d, \mathbf{u}_b$ ) satisfont les équations de Navier dans  $\Omega_s$  et  $\Omega_b$ , les conditions de surface libre, les conditions d'équilibre ainsi que des conditions cinématiques sur l'interface  $\Sigma$  :

$$\mathbf{Div} \sigma_b(\mathbf{u}_b) = \rho_b \partial_{tt} \mathbf{u}_b \quad \text{dans } \Omega_b \quad (1)$$

$$\mathbf{Div} \sigma_s(\mathbf{u}_d) = \rho_s \partial_{tt} \mathbf{u}_d \quad , \quad \mathbf{Div} \sigma_s(\mathbf{u}_{\text{inc}}) = \rho_s \partial_{tt} \mathbf{u}_{\text{inc}} \quad \text{dans } \Omega_s \quad (2)$$

$$t_b(\mathbf{u}_b) + t_s(\mathbf{u}_d) = -t_s(\mathbf{u}_{\text{inc}}) \quad , \quad \mathbf{u}_b - \mathbf{u}_d = [u_n] \mathbf{n} + \mathbf{u}_{\text{inc}} \quad \text{sur } \Sigma \quad (3)$$

### 1.3. Décollement

Cinématiquement, le décollement sur l'interface  $\Sigma$  est représenté par un saut du déplacement dans la direction de la normale sous la forme  $[u_n] \mathbf{n}$ . Le modèle assez grossier de contact normal ignore les phénomènes de frottement en supposant que les déplacements tangentiels restent continus. Dans l'hypothèse, vérifiée en pratique, d'une solution statique au contact, le contact normal dynamique est pris en compte au

moyen d'une formulation pénalisée. La force de réaction normale  $f_c(\mathbf{x}, t)$  prend alors la forme :

$$f_c = t_b(\mathbf{u}_{bo} + \mathbf{u}_b) \cdot \mathbf{n} = -t_s(\mathbf{u}_{so} + \mathbf{u}_s) \cdot \mathbf{n} \quad (4)$$

$$= -I_c \frac{k}{\epsilon} [u_n](\mathbf{x}, t) \quad , \Sigma_c(t) = \{\mathbf{x} \in \Sigma / [u_n](\mathbf{x}, t) \geq 0\} \quad (5)$$

$I_c$  étant la fonction indicatrice de la zone de contact  $\Sigma_c$ ,  $k$  un scalaire ayant la dimension d'une rigidité et  $\epsilon \ll 1$  le paramètre de pénalisation. La prise en compte de ces conditions non linéaires sera abordée en section 3. Dans un premier temps, du fait de la linéarité des équations (1–3),  $\mathbf{u}_s(\mathbf{x}, t)$  et donc  $t_s(\mathbf{u}_s)(\mathbf{x}, t)$  sur  $\Sigma$  dépendent linéairement de  $[u_n](\mathbf{x}', \tau \leq t)$  et des chargements dynamiques ; nous nous attachons donc à construire une approximation numérique de l'opérateur linéaire associé. En l'absence de décollement, l'analyse s'arrêtera à ce stade.

Par ailleurs, les champs inconnus  $\mathbf{u}_d(\mathbf{x}, t)$  dans le sol et  $\mathbf{u}_b(\mathbf{x}, t)$  dans la structure sont supposés de carrés intégrables sur leur domaine de définition, leurs dérivées étant également de carrés intégrables et ceci à tout instant  $t > 0$ . Ils sont de plus nuls et de dérivées temporelles nulles à  $t = 0$ .

## 2. Couplage FEM-BEM : sous-structuration

La linéarité des équations (1–3) permet de travailler dans le domaine des fréquences par transformation de Laplace ou de Fourier. Dans la suite, les mêmes notations seront utilisées pour les champs inconnus avec dépendance soit en  $t$  soit en  $\omega$ .

### 2.1. Sous-structuration

L'approximation du champ de déplacements  $\mathbf{u}_b$  sur la structure  $\Omega_b$  est notée  $\mathbf{u}_1$  et est cherchée dans un espace de dimension finie  $\mathbf{V}_1$ . Ce champ est prolongé continûment dans le sol  $\Omega_s$  au travers de l'interface  $\Sigma$  par le champ  $\mathbf{u}_{d1}$ . Le déplacement différentiel  $[u_n]\mathbf{n}$  est approché par un champ  $\mathbf{u}_2$  appartenant à un espace de dimension finie  $\mathbf{V}_2$ , il est également prolongé continûment dans le domaine sol  $\Omega_s$  sous la forme d'un champ  $\mathbf{u}_{d2}$ . On définira également le champ diffracté local  $\mathbf{u}_{do}$  relèvement dans le sol du champ  $-\mathbf{u}_{inc}$  sur  $\Sigma_s$  et correspondant au champ diffracté dans le sol lorsque la fondation est maintenue fixe. Ces différents relèvements vérifient respectivement l'équation de Navier en fréquence, les conditions de surface libre sur  $\Gamma_{sa}$  et les conditions aux limites suivantes :

$$\mathbf{u}_{d1} = \mathbf{u}_1 \quad \mathbf{u}_{d2} = \mathbf{u}_2 \quad \mathbf{u}_{do} = -\mathbf{u}_{inc} \quad \text{sur} \quad \Sigma \quad (6)$$

$$\text{Div} \sigma_s(\mathbf{u}_{d1}) = -\rho_s \omega^2 \mathbf{u}_{d1} \quad \text{Div} \sigma_s(\mathbf{u}_{d2}) = -\rho_s \omega^2 \mathbf{u}_{d2} \quad \text{dans} \quad \Omega_s \quad (7)$$

Par construction, ces champs vérifient les conditions de raccord cinématique sur l'ensemble des interfaces, et pour satisfaire les équations (1–3), ils doivent vérifier au sens faible l'équilibre de la structure  $\Omega_b$ , soit, pour tout champ  $\mathbf{v}_1 \in \mathbf{V}_1$  :

$$\int_{\Omega_b} \{ \sigma_b(\mathbf{u}_1) : \epsilon(\overline{\mathbf{v}}_1) - \omega^2 \rho_b \mathbf{u}_1 \cdot \overline{\mathbf{v}}_1 \} dV + \int_{\Sigma} \mathbf{t}_s(\mathbf{u}_{d1} + \mathbf{u}_{d2}) \cdot \overline{\mathbf{v}}_1 dS = - \int_{\Sigma} \mathbf{t}_s(\mathbf{u}_{inc} + \mathbf{u}_{do}) \cdot \overline{\mathbf{v}}_1 dS \quad (8)$$

Projetée sur des bases quelconques de  $\mathbf{V}_1$  et  $\mathbf{V}_2$ , cette équation prend la forme du système linéaire suivant :

$$(\mathbf{K}_{b1} - \omega^2 \mathbf{M}_{b1} + \mathbf{K}_{s11}(\omega)) \mathbf{u}_1(\omega) + \mathbf{K}_{s12}(\omega) \mathbf{u}_2(\omega) = \mathbf{f}_{d1}(\omega) \quad (9)$$

avec  $\mathbf{u}_1(\omega)$  et  $\mathbf{u}_2(\omega)$  les vecteurs déplacements correspondant aux amplitudes sur les bases choisies. La construction des matrices de rigidité et de masse de la structure  $\mathbf{K}_{b1}$  et  $\mathbf{M}_{b1}$  à l'aide d'une méthode d'éléments finis ne pose pas de difficulté et une matrice d'amortissement peut également être introduite. Par contre, la construction des matrices d'impédances  $\mathbf{K}_{s11}(\omega)$  et  $\mathbf{K}_{s12}(\omega)$  nécessite la résolution d'un problème d'élastodynamique dans le sol correspondant à l'application sur la frontière  $\Sigma$  de trace de chaque élément de la base choisie pour  $\mathbf{V}_1$  et  $\mathbf{V}_2$ . Une méthode d'éléments finis de frontière est développée à cet effet.

## 2.2. Éléments de frontière dans le sol

Les approximations  $t_h$  et  $t_{oh}$  des champs  $t_s(\mathbf{u}_{d1})$  et  $t_s(\mathbf{u}_{do})$  sur  $\Sigma_s$ , sont cherchées dans un espace de dimension finie  $\mathbf{V}_h$  (des fonctions constantes par morceaux) satisfaisant de façon faible une équation intégrale directe posée sur le domaine  $\Omega_s$ , soit, pour tout  $\mathbf{q}_h \in \mathbf{V}_h$  :

$$\int_{\Sigma} \mathcal{U}_s^G(t_h) \cdot \mathbf{q}_h dS = \int_{\Sigma} \mathcal{T}_s^G(\mathbf{u}_1) \cdot \mathbf{q}_h dS \quad (10)$$

$$\mathcal{U}_s^G(t_h) = \int_{\Sigma} \mathbf{U}_s^G \cdot t_h dS, \quad \mathcal{T}_s^G(\mathbf{u}_1) = \kappa_s(\mathbf{u}_1) + \oint_{\Sigma} \mathbf{T}_s^G \cdot \mathbf{u}_1 dS$$

où  $\mathbf{U}_s^G$  est le tenseur de Green d'un demi-espace élastique stratifié. La difficulté essentielle ici réside d'une part dans le calcul numérique de ce tenseur et des contraintes associées  $\mathbf{T}_s^G$  et d'autre part dans l'évaluation de la valeur principale de Cauchy. Elle est résorbée en décomposant  $\mathbf{U}_s^G$  en une partie singulière mais analytique et une partie régulière évaluée numériquement (cf. [CLO 01] pour plus de détails sur cette procédure).

### 3. Décollement : algorithme temps-fréquence

Le contact, introduit au niveau continu dans (5) est traité au niveau discret en utilisant pour  $\mathbf{V}_2$  des fonctions de base liées à un maillage de l'interface  $\Sigma$ , le test de contact étant effectué aux nœuds de ce maillage.

En reprenant les résultats de la section 2, remarquons que : en utilisant dans (8) des champs de déplacements virtuels  $\mathbf{v}_2 \in \mathbf{V}_2$ , nous obtenons, après décomposition de  $\mathbf{u}_2$  et  $\mathbf{u}_1$  sur les bases de  $\mathbf{V}_1$  et  $\mathbf{V}_2$ , une expression du travail virtuel de la réaction normale  $f_c(\mathbf{x}, \omega)$  sur chaque élément de la base de  $\mathbf{V}_2$ , construisant ainsi un vecteur des forces de contact nodale  $\mathbf{f}_c$  s'exprimant en fonction des vecteurs déplacement  $\mathbf{u}_1(\omega)$  et  $\mathbf{u}_2(\omega)$  :

$$\mathbf{f}_{cd} = \mathbf{K}_{s21}(\omega)\mathbf{u}_1(\omega) + \mathbf{K}_{s22}(\omega)\mathbf{u}_2(\omega) - \mathbf{f}_{d2}(\omega) \quad (11)$$

avec  $\mathbf{K}_{s21}(\omega)$  et  $\mathbf{K}_{s22}(\omega)$  les impédances et  $\mathbf{f}_d$  le vecteur des efforts sismiques équivalents construit à partir de l'équation (8) pour des champs de déplacement virtuel  $\mathbf{v}_2$  parcourant la base de  $\mathbf{V}_2$ . Notons que le fait d'avoir choisi pour  $\mathbf{v}_2$  des champs de déplacements différentiels par rapport au déplacement de la fondation, implique que le travail virtuel exercé par la structure s'annule, d'où l'absence de termes de masse et de rigidité dans l'expression précédente.

Le vecteur des forces de contact dynamiques  $\mathbf{f}_{cd}(\omega)$  ainsi que le vecteur des déplacements différentiels aux nœuds  $\mathbf{u}_2(\omega)$  peuvent être exprimés en temps au moyen d'une transformation de Fourier inverse. La condition de contact unilatérale pénalisée s'exprime alors dans la formulation discrétisée :

$$\mathbf{f}_{cd}(t) + \mathbf{f}_o = -\frac{k}{\epsilon} (\mathbf{u}_2(t))^+ = -\frac{k}{\epsilon} \frac{1}{2} \underbrace{\left( \mathbf{I} + \text{Diag} \left( \frac{u_{2i}(t)}{|u_{2i}(t)|} \right) \right)}_{\mathbf{I}^+(\mathbf{u}_2)} \mathbf{u}_2(t) \quad (12)$$

avec  $\mathbf{f}_o$  le vecteur des forces statiques sur l'interface,  $()^+$  désignant la partie positive et  $\mathbf{I}^+(\mathbf{u}_2)(t)$  la matrice tangente associée, non définie lorsqu'une des composantes de  $\mathbf{u}_2$  s'annule et pouvant être régularisé sous la forme :

$$\frac{u_{2i}}{|u_{2i}|} \approx \frac{1}{\pi} \arctan \left( \frac{u_{2i}}{a} \right) \quad (13)$$

$a$  étant le paramètre de régularisation.

En appliquant une transformation de Fourier inverse par rapport au temps aux équations d'équilibre (8) et (11), nous obtenons :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K}_b + \mathbf{M}_b \partial_{tt} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{k}{\epsilon} \mathbf{I}^+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{pmatrix} + \overbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{K}_{s11} & \mathbf{K}_{s12} \\ \mathbf{K}_{s21} & \mathbf{K}_{s22} \end{pmatrix}}^{\mathbf{K}_s} \star_t \begin{pmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_{d1} \\ \mathbf{f}_{d2} + \mathbf{f}_o \end{pmatrix} \quad (14)$$

où l'opérateur  $\mathbf{K}_{s \star t}$  est un opérateur de convolution à noyau matriciel faisant intervenir tous les instants antérieurs à  $t$ . Bien que difficile à exprimer en temps, la transformation de Fourier de ce noyau est parfaitement déterminée. Ainsi, formellement, l'équation non linéaire (14) est posée sur tout l'intervalle de temps  $[0, T]$ . En proposant une approximation de l'opérateur de convolution  $\mathbf{K}_{s \star t}$  sous la forme d'une rigidité instantanée  $\mathbf{K}_{s_0}$  il est alors possible d'obtenir un système différentiel non linéaire pouvant être résolu par un schéma itératif à chaque instant. Par contre, si l'on ne souhaite pas effectuer cette approximation, c'est sur l'ensemble de l'intervalle que nous pouvons mettre en place un schéma itératif de résolution.

### 3.1. Renormalisation

Dans le but d'élaborer un schéma de résolution itératif sur l'ensemble de la plage de temps, un avantage de la formulation pénalisée est de donner un sens à  $\mathbf{u}_2$  lorsque la surface est au contact sous forme d'une inter pénétration. Toutefois, dans l'hypothèse où le chargement  $f_d(t)$  est un signal aléatoire, centré,  $\mathbf{u}_2$  ne l'est pas car sa partie positive est proche de zéro, décentrant ainsi le signal. Il est possible de remédier à cet inconvénient en définissant comme nouvelle fonction inconnue :

$$\mathbf{w}_\epsilon = \begin{pmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_1 \\ (\mathbf{u}_2)^- + \frac{(\mathbf{u}_2)^+}{\epsilon} \end{pmatrix} \quad (15)$$

Ainsi, lorsque  $\mathbf{w}_2$  est négatif, il correspond à un décollement, alors que lorsqu'il est positif, il est proportionnel à la force de contact  $\mathbf{w}_2^+ = -\mathbf{f}_c/k$ . En effectuant un passage à la limite quand  $\epsilon \rightarrow 0$ , nous obtenons alors une nouvelle équation non linéaire en  $\mathbf{w}(t)$  sous la forme :

$$\begin{aligned} \mathbf{g}(\mathbf{w}) &\stackrel{\text{Def}}{=} (\mathbf{K} \star_t \mathbf{w}^- + k \mathbf{w}^+) - \mathbf{f}(t) = 0 \\ \mathbf{K} \star_t &\stackrel{\text{Def}}{=} \begin{pmatrix} \mathbf{K}_b + \mathbf{M}_b \partial_{tt} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} + \mathbf{K}_{s \star t} \end{aligned} \quad (16)$$

Le décollement est ainsi formulé en termes de changement de pente ( $\mathbf{K} \star_t$  ou  $k$ ),  $k$  la rigidité auxiliaire pouvant être choisie "proche" de  $\mathbf{K}$ . Sous cette forme, le comportement du système apparaît donc faiblement "non linéaire" tant que le décollement complet n'est pas atteint. En effet dans ce dernier cas, le terme de rigidité dans  $\mathbf{K} \star_t$  disparaît pour ne plus faire apparaître qu'un terme d'inertie changeant alors totalement la dynamique du système.

### 3.2. Schéma temps/fréquence

Ainsi régularisée, cette équation peut être résolue par une méthode itérative de type quasi-Newton sur l'ensemble de la plage de temps sous la forme :

$$\mathbf{w}^{n+1}(t) = \mathbf{w}^n(t) - \rho(\mathbf{G}_n^{-1} \mathbf{g}(\mathbf{w}^n))(t) \quad (17)$$

$$\mathbf{G}_n = (\mathbf{K} \star_t \mathbf{I}^-(\mathbf{w}^n) + k\mathbf{I}^+(\mathbf{w}^n)) \quad (18)$$

$$\mathbf{I}^+(t) + \mathbf{I}^-(t) = \mathbf{I} \quad (19)$$

avec  $\mathbf{w}^n(t)$  est la solution à l'itération  $n$  sur l'intervalle  $[0, T]$ , et  $0 < \rho < 1$ , un paramètre de relaxation. Remarquons que cette méthode itérative opère sur des fonctions de  $t \in [0, T]$  et nécessite donc, à chaque itération, la résolution d'un problème dynamique linéaire.

La mise en œuvre pratique de cet algorithme par transformation de Fourier est aisée pour le calcul de  $\mathbf{g}(\mathbf{w}^n)$  si l'on se souvient que  $\mathbf{K} \star_t$  est originellement connue en fréquence. La difficulté réelle réside dans l'inversion de l'opérateur linéaire quasi tangent  $\mathbf{G}_n$ , car il est couplé : en temps du fait du produit de convolution et en fréquences, du fait de la dépendance en temps de  $\mathbf{I}^\pm(\mathbf{w}^n)$ . Par une technique de linéarisation stochastique [ROB 90] à l'ordre 0, nous proposons de le simplifier sous la forme :

$$\mathbf{G}_n^{-1} = (\mathbf{K}\mathbf{I}_{no}^- + k\mathbf{I}_{no}^+)^{-1} R^n \quad (20)$$

$\mathbf{I}_{no}^\pm$  étant la moyenne de  $\mathbf{I}^\pm(\mathbf{w}^n)$  sur un intervalle de temps  $[t_n, t_{n+1}]$ ,  $R^n(t)$  étant la restriction à cet intervalle. Une linéarisation stochastique d'ordre plus élevée peut conduire à des choix différents d'opérateurs auxiliaires incluant en particulier un terme de dissipation équivalent. Si cet effet est faible dans les applications traitées la prise en compte de ce terme de dissipation devrait permettre d'éviter les résonances de l'opérateur auxiliaire  $\mathbf{G}_n$ .

## 4. Traitement du décollement par calcul transitoire et éléments de contact

Dans cette section, nous choisissons de simplifier le comportement dynamique du sol afin de pouvoir proposer une méthode de résolution classique en temps du problème d'interaction avec prise en compte du décollement. Ce choix revient à approcher dans l'équation (14) l'opérateur de convolution  $\mathbf{K} \star_t$  par un opérateur de rigidité instantané  $\mathbf{K}_{so}$  que l'on choisira de plus diagonal. Nous nous intéressons dans un premier temps à la prise en compte du contact unilatéral et dans un second temps à l'approximation de l'impédance du sol.

### 4.1. Mise en œuvre de la loi de contact dans un élément fini

Dans le contexte d'une approximation par éléments finis, le comportement de type "choc" ou "contact" dans les éléments discrets, détaillé dans la référence [WAE 97],



est mis en œuvre par l'affectation d'un matériau de comportement non linéaire de contact. Deux cas principaux sont traités. Pour un choc unilatéral d'un point sur un obstacle, un élément discret à un nœud est affecté à ce point, la direction normale de choc est définie par l'orientation de l'élément fini. La position de l'obstacle est définie par un paramètre du matériau : la distance de cet obstacle selon la direction normale de choc.

Pour un choc bilatéral entre 2 points, un élément discret à 2 nœuds est affecté au segment joignant ces 2 points. La direction normale de choc correspond également à la direction locale  $x$  qui, dans ce cas, est celle du segment orienté joignant les 2 points. Outre la raideur normale de choc  $k_n$  qui est la caractéristique principale du matériau de contact, celui-ci a d'autres caractéristiques décrites plus amplement dans la référence [WAE 97] telles que la raideur tangentielle de choc  $k_T$ , les amortissements tangentiel et normal de choc  $C_T$  et  $C_n$  ainsi que le jeu. Dans les études sismiques, on peut prendre également en compte les vitesses et déplacements d'entraînement aux nœuds de choc. Enfin, les forces de choc correspondent aux forces internes s'exerçant dans les éléments de contact et sont obtenues par les champs d'efforts généralisés élémentaires. Ces forces s'annulent quand l'élément n'est pas en compression.

#### **4.2. Détermination du modèle élément fini : ressorts de sol et amortissements équivalents**

Le tapis hétérogène de ressorts de sol peut être obtenu de deux manières : soit en répartissant sous le radier surfacique l'impédance statique d'une fondation rigide au prorata des surfaces des éléments entourant chacun des points du radier ; soit en considérant la fondation flexible et en extrayant la diagonale de l'impédance du sol calculée par éléments de frontière  $\mathbf{K}_{so} = \mathbf{Diag}(\mathbf{K}_{s22}(\omega = 0))$ . La pertinence de ce tapis de ressorts de sol est validée en comparant les premières fréquences propres de balancement avec celles obtenues par un calcul complet d'interaction linéaire sol-structure avec fondation rigide. L'ajustement de ces valeurs de rigidité est obtenu par une méthode itérative faisant correspondre les fréquences propres et les fonctions d'impédance en fréquence.

Pour des dimensionnements sismiques, l'amortissement structurel est pris en compte de façon plus ou moins forfaitaire sous la forme d'un taux homogène de 7%. Ce sera donc la valeur de l'amortissement modal des modes calculés sur base encadrée. Sur ressorts de sol, il faut prendre en compte l'amortissement du sol d'origine à la fois matérielle et " géométrique " (dû à la réflexion des ondes élastiques dans le sol). Cet amortissement pour un calcul transitoire peut être calculé par la règle du RCC-G [EDF 88] pour chacune des fréquences propres calculées : pour la partie d'origine matérielle, l'amortissement est calculé en pondérant l'amortissement des sous-structures par leur taux d'énergie potentielle par rapport à l'énergie potentielle totale ; on y ajoute la contribution de l'amortissement dû à la propagation des ondes élastiques dans le sol obtenu en répartissant les valeurs d'amortissement pour chacune des directions (3 translations et 3 rotations) pondérées par le taux d'énergie potentielle dans le sol. Les

valeurs d'amortissement directionnelles sont obtenues en interpolant pour chaque fréquence propre calculée les fonctions d'amortissement directionnelles obtenues par un modèle d'interaction sol-structure.

### 4.3. *Opérateur dynamique de calcul transitoire*

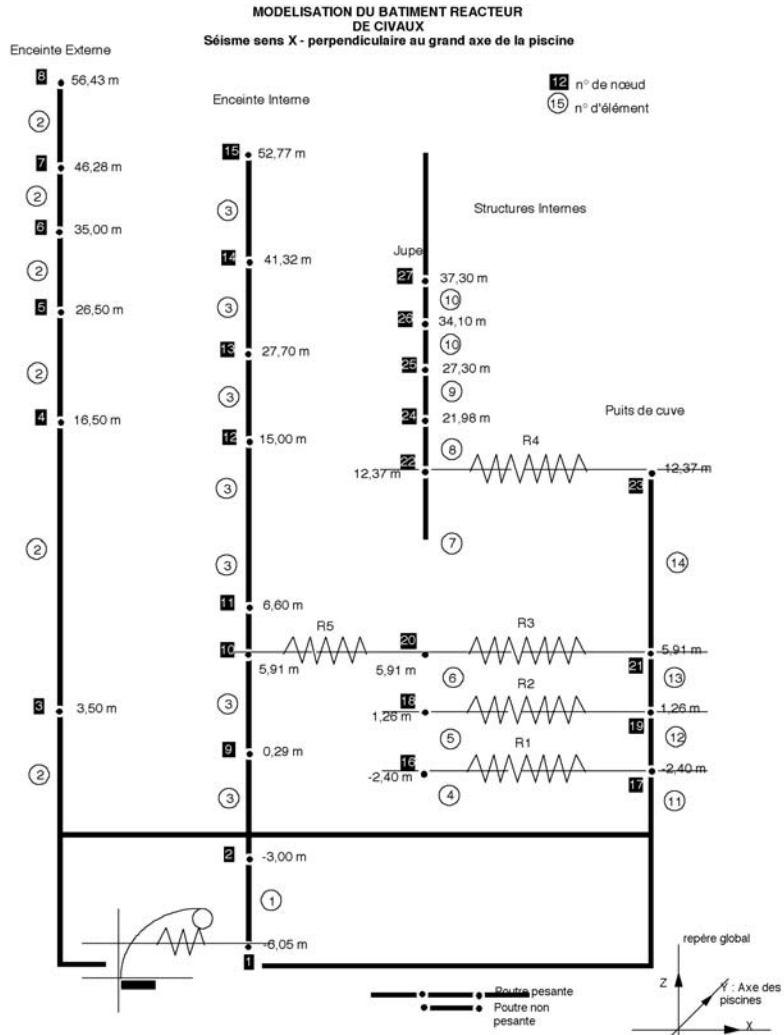
La liste des amortissements ainsi obtenue est alors introduite dans les opérateurs de calcul transitoire. Pour le calcul linéaire par synthèse modale, on utilise une méthode explicite et un pas de temps de  $5.10^{-4} s$ . Alors qu'avec l'opérateur de calcul direct non linéaire, on utilise une méthode implicite avec les paramètres par défaut (ceux de la méthode du trapèze) de l'algorithme de Newmark : on introduit la liste des amortissements modaux permettant de reconstituer une matrice d'amortissement équivalente sans ajouter d'amortissement numérique. On peut alors se contenter d'un pas de temps de  $5.10^{-3} s$  sur une durée totale de calcul de  $10 s$ . On résout le système dans un repère relatif lié à la fondation. Le mouvement d'entraînement de type mono-appui induit une force d'inertie pondérée par l'accélération imposée.

Il est nécessaire de calculer également la position statique initiale sous l'effet du poids propre pour déterminer l'enfoncement du radier. Le calcul dynamique du décollement démarre alors à partir de cette position. Le calcul direct se déroule sans problème particulier avec au plus 4 itérations internes de Newton par pas, le maximum étant obtenu quand on recolle les nœuds du radier.

## 5. Comparaison des méthodes de calcul de décollement

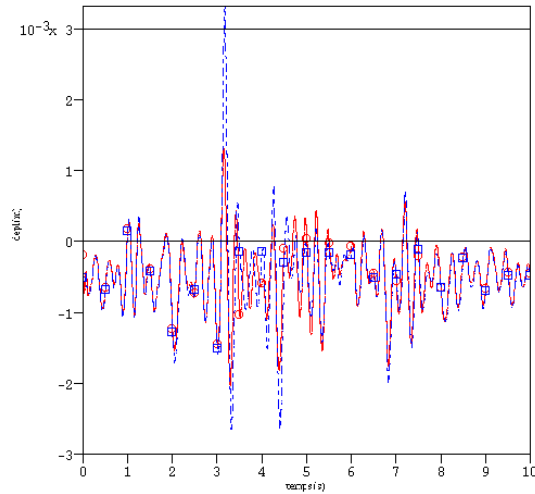
### 5.1. *Description du cas étudié*

Le cas choisi a été le bâtiment réacteur du site de Civaux posé sur un sol dur (150 000 bars en moyenne). Son modèle par éléments finis est constitué, pour la partie bâtiment réacteur proprement dite, d'un modèle brochette de dimensionnement complété par un radier surfacique modélisé par des éléments de coque. L'ensemble est représenté sur la figure 2. Il comprend 26 éléments de poutre, 30 éléments discrets et 240 éléments de coque DKT à 3 ou 4 nœuds et 508 nœuds dont 241 sur l'interface. On représente une condition de radier rigide en rigidifiant le matériau constitutif de la plaque du radier. Ce bâtiment est soumis à une accélération horizontale donnée par l'accélérogramme LBNS normé à 0.25 g. Le temps d'étude est limité à 10 secondes pendant lequel on obtient des réponses d'amplitude maximale en accélération aux sommets des différentes sous-structures constitutives. En prévision du traitement du décollement de radier par une méthode de contact unilatéral itérative en fréquence avec retour en temps implémentée dans MISS3D [CLO 99a], on recale les données du calcul couplé Code\_Aster - MISS3D par comparaison des accélération horizontales maximales au sommet des différentes sous-structures. L'amortissement modal y est pris en compte différemment : on affecte 7 % d'amortissement homogène sur les modes de la structure sur base encastrée et l'amortissement géométrique est pris en

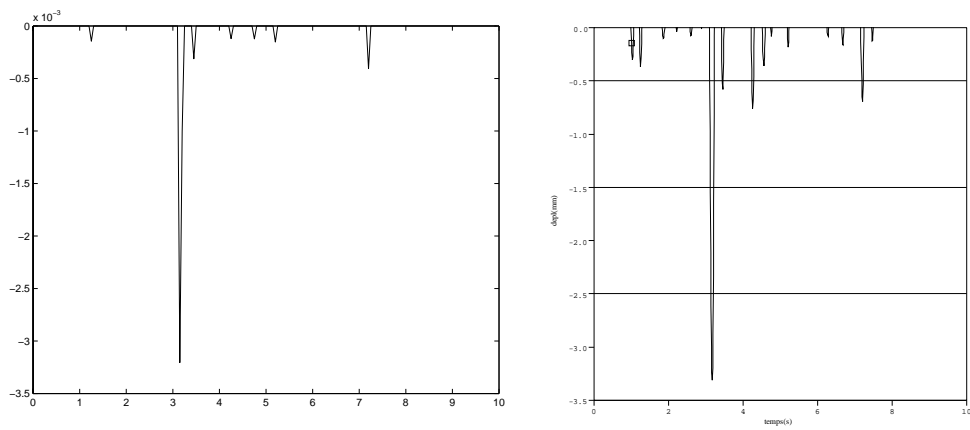


**Figure 2.** *Modèle de bâtiment réacteur étudié*

compte en interne par MISS3D. On vérifie que, sans prise en compte du décollement, on retrouve les mêmes allures d'accélération horizontales maximales avec le calcul couplé que par le calcul linéaire avec le Code\_Aster seul et la méthode de synthèse modale.



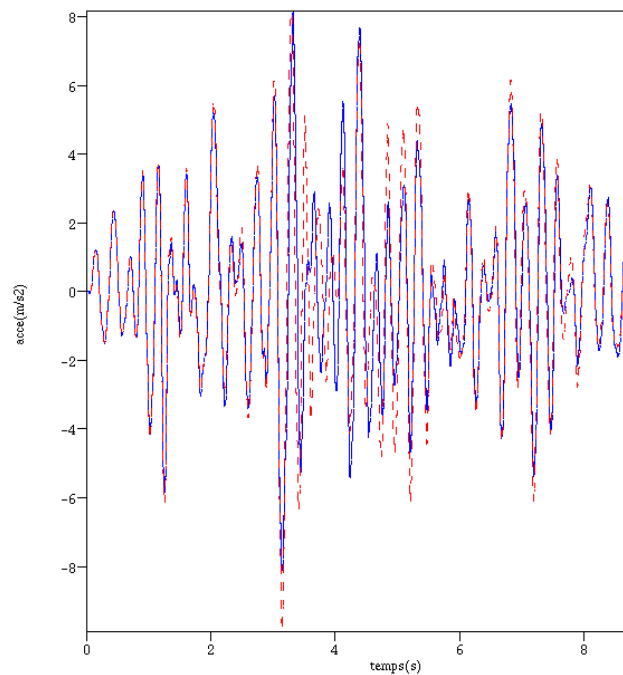
**Figure 3.** Evolutions comparées des déplacements sur le radier : (traits pleins) avec décollement, (traits tirés) sans décollement



**Figure 4.** Comparaison des décollements (m) pour un séisme de 0.25g à l'aide de l'algorithme temps-fréquence (gauche) et temporel (droite)

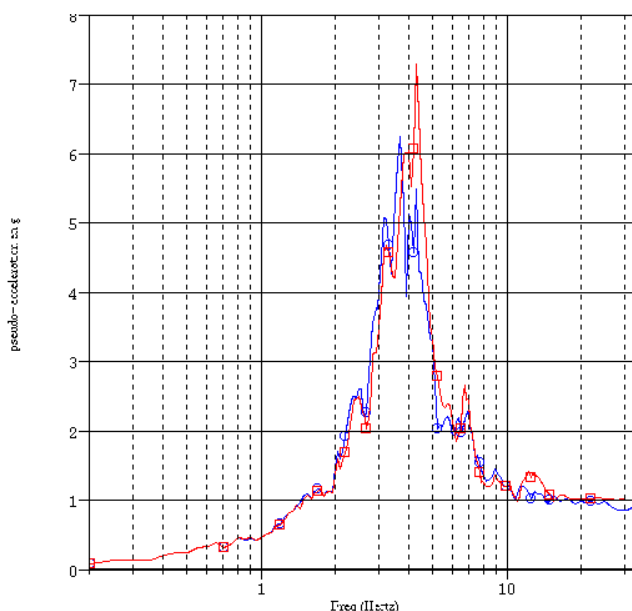
### 5.2. Résultats obtenus et comparés

Pour le signal choisi, un décollement à partir de 2 s environ, et un décollement maximal de part et d'autre du radier aux instants 3.18 et 3.33 s de 3 mm environ. La comparaison des allures des déplacements sur un des bords obtenus par la méthode temporelle avec ou sans hypothèse de décollement sur la figure 3 permet de constater que l'hypothèse du décollement amplifie les déplacements maximaux (3 mm au lieu de 1 mm). Par contre, le calcul sans hypothèse de décollement permet de prévoir les instants où la fondation est susceptible de décoller, les déplacements se superposant de nouveau lorsqu'il n'y a plus décollement. L'allure du déplacement au centre avec hypothèse de décollement permet de confirmer qu'au moins la moitié du radier décolle à l'instant 3.18 s. On constate que les déplacements obtenus sur le bord correspondant par la méthode temps-fréquence (figure 4) sont très voisins en amplitude et apparaissent aux mêmes instants. En termes de coût de calcul, la méthode temps-fréquence s'avère bien moins coûteuse puisque les temps de calcul sont réduits d'un facteur 10. Par contre la convergence de l'algorithme reste très sensible aux niveaux de non linéarité et au choix des paramètres, rendant la méthode temporelle plus robuste.



**Figure 5.** Evolutions comparées des accélérations horizontales en haut de l'enceinte externe : (traits pleins) avec décollement, (traits tiretés) sans décollement

L'accélération horizontale, en haut d'une structure interne à 37 mètres d'altitude, peut être amplifiée par la prise en compte du décollement lorsque les rebonds consécutifs qu'il provoque ont une période correspondant précisément à une fréquence propre de la structure interne. Le phénomène d'amplification s'inverse pour les accélérations horizontales en haut des enceintes externe et interne (figure 5) où la fréquence prépondérante vers 3.9 Hz est légèrement abaissée en même temps que le niveau de réponse : en effet, ce mode dépend fortement de la rigidité globale de rotation autour d'un axe horizontal du modèle de sol et celle-ci s'adoucit avec le phénomène de décollement. Le décalage de fréquence vers le bas peut s'accorder avec des valeurs plus faibles du spectre de sol et donc induire une désamplification des réponses comme indiqué par les spectres de réponse d'oscillateurs (figure 6).



**Figure 6.** Spectre de réponse en haut de l'enceinte interne : (gris) sans décollement, (noir) avec décollement

Les différences obtenues sur les réponses en cas de décollement du radier peuvent donc être tout aussi bien positives que négatives. Mais dans l'ensemble, elles restent limitées et comprises dans une fourchette de l'ordre de 15 %.

## 6. Conclusion

Une méthode de traitement du décollement des fondations par un algorithme temps-fréquence a été proposée et validée par rapport à une approche temporelle dans le cas

d'un bâtiment réacteur. Les conséquences du décollement sur la réponse de la structure ont été discutées.

L'approche s'avère non seulement pertinente et efficace, mais aussi source de nombreuses extensions à d'autres problèmes de dynamique non linéaire, en particulier dès que des chargements aléatoires doivent être pris en compte.

## 7. Bibliographie

- [AHM 90] AHMAD S., BANERJEE P., « Inelastic transient elastodynamic analysis of three-dimensional problems by BEM », *Int. J. Num. Meth. in Eng.*, vol. 29, 1990, p. 371–390.
- [AUB 96] AUBRY D., CLOUTEAU D., Prise en compte de décollement en interaction sol-structure, Rapport de contrat, 1996, Ecole Centrale de Paris.
- [CLO 99a] CLOUTEAU D., « Miss : Manuel utilisateur, rev. 6.2 », Laboratoire MSSMat, Ecole Centrale de Paris, Châtenay-Malabry, 1999.
- [CLO 99b] CLOUTEAU D., DEVESA G., JACQUART G., « Couplage FEM-BEM : applications pratiques en génie parasismique », LADEVÈZE P., DEGEORGES D. G., RAOUS M., Eds., *Actes 4<sup>ème</sup> Colloque National en Calcul des Structures*, vol. 1, Teknea, Toulouse, 1999, p. 215-220.
- [CLO 01] CLOUTEAU D., AUBRY D., « *Computational soil-structure Interaction* », page In press, Kluwer, 2001.
- [EDF 88] EDF, « RCC-G Edition Juillet 88, Annexe A : calcul sismique des bâtiments », Règles, 1988, EDF.
- [GUY 99] GUYONVARH V., DEVESA G., Méthodes de calcul des excitations sismiques aux ouvrages du CPP N4 - Note HP 52/99/006/A, rapport, 1999, EDF/DRD.
- [ROB 90] ROBERTS J., SPANOS P., *Random vibration and statistical linearization*, John Wiley & Sons, New York, 1990.
- [SCH 97] SCHANZ M., ANTES H., « A new visco- and elastodynamic time domain boundary element formulation. », *Comp. Mech.*, vol. 20, 1997, p. 452–459.
- [WAE 97] WAECKEL F., DEVESA G., Cahier des charges d'un modèle de choc dans la commande DYNA\_NON\_LINE du Code\_Aster, Note technique n° HP 52/97/026/A, 1997, EDF/DRD.