
Calcul des potentiels électriques et des champs magnétiques par la méthode des intégrales de surface

Laurent Soufflet* — **Houman Borouchaki****

* FORENAP, Centre Hospitalier
F-68250 Rouffach
laurent.soufflet@forenap.asso.fr

** Université de Technologie de Troyes, GSM-LASMIS
BP 2060, F-10010 Troyes cedex
houman.borouchaki@utt.fr

RÉSUMÉ. Ce papier présente une chaîne de traitement complète, allant du traitement des images par résonance magnétique (IRM) jusqu'au calcul des potentiels électriques et des champs magnétiques générés par l'activité cérébrale. La méthode des intégrales de surface (BEM) y est détaillée. Elle permet le calcul des potentiels et des champs magnétiques à partir d'un modèle anatomique réaliste de la tête constitué d'un ensemble de surfaces séparant des milieux de conductivités électriques différents, typiquement le cerveau, l'os crânien et le scalp. Une méthode approximative rapide pour générer les surfaces régulières à partir de l'IRM est introduite ainsi qu'une approche de simplification des maillages surfaciques basée sur la distance de Hausdorff permettant de satisfaire aux contraintes imposées par la BEM relatives au nombre d'éléments du maillage et au respect de l'anatomie.

ABSTRACT. This paper describes a full data processing sequences from image processing by magnetic resonance (IRM) to the computation of electrical potentials and magnetic fields generated by cerebral activity using the boundary element method (BEM) applied to a realistic anatomical model of the head. This latter is constituted by a set of surfaces dividing mediums with different electrical conductivity, namely the brain, the skull and the scalp. A new fast method to generate approximate regular surface meshes from IRM is introduced as a surface mesh simplification approach based on Hausdorff distance allowing to satisfy the constraints specified by the BEM regarding the number of mesh elements as well as the anatomy.

MOTS-CLÉS : maillages surfaciques, simplification de maillages, BEM, EEG, MEG, localisation des sources.

KEYWORDS: Surface meshing, mesh simplification, BEM, EEG, MEG, source localization.

1. Introduction

La localisation précise des sources de l'activité électrique cérébrale sur la base d'enregistrements électroencéphalographiques à la surface du scalp (EEG) ou magnétoencéphalographiques à distance de la tête (MEG) passe par une modélisation réaliste de la tête humaine. Les méthodes classiques de localisation de sources, toujours largement utilisées, se basent sur un modèle simplifié de la tête : le modèle sphérique. Celui-ci est généralement constitué de 3 sphères concentriques compartimentant la tête en 3 structures cérébrales principales (le cerveau, l'os crânien et le scalp) auxquelles on attribue des conductivités électriques. Rush et Driscoll [RUS 69] utilisent ainsi des sphères de rayon 8, 8,5 et 9,2 cm pour modéliser le cerveau, l'os crânien et le scalp, alors que Cuffin [CUF 90] utilise des sphères de rayon 8,4, 9 et 9,5 cm. La conductivité de l'os crânien est environ 80 fois plus faible que celle du scalp et des tissus cérébraux (cf. [ARY 81]). Les logiciels de localisation de sources se basent généralement sur les valeurs des conductivités données par Geddes et Baker [GED 67] : $0,33 \Omega^{-1}m^{-1}$ pour le cerveau et le scalp, $0,0042 \Omega^{-1}m^{-1}$ pour l'os crânien. La prise en compte d'une quatrième structure (le liquide céphalo-rachidien ou LCR) a peu d'influence sur les calculs et engendre des difficultés numériques supplémentaires lors de l'utilisation des méthodes des intégrales de surface (*Boundary Element Methods*).

Le succès des modèles sphériques vient de leur simplicité de mise en œuvre et au fait que l'on dispose de solutions analytiques pour le calcul des potentiels électriques (Arthur et Geselowitz en 1970 [ART 70] pour le modèle à 3 sphères concentriques; Cuffin et Cohen en 1979 [CUF 79] pour le modèle à 4 sphères concentriques; Cuffin en 1991 [CUF 91] pour le modèle à 3 sphères excentriques; Zhou et Van Oosterom en 1992 [ZHO 92] pour le modèle à 4 sphères excentriques) ou des champs magnétiques (Ilmoniemi *et al.* en 1985 [ILM 85]), ce qui assure un calcul rapide des potentiels ou des champs magnétiques à partir d'une distribution de sources donnée (typiquement un ou plusieurs dipôles de courant utilisés pour modéliser l'activité cérébrale).

L'influence de l'épaisseur et de la conductivité de l'os crânien est important en EEG, moindre en MEG puisqu'un modèle anatomique ne prenant en compte que le volume du cerveau (modèle homogène) suffit pour obtenir une bonne estimation des champs magnétiques. Hämäläinen et Sarvas [HAM 87] estiment en effet que le fait de remplacer l'os crânien et le scalp par un parfait isolant conduit au maximum à faire une erreur de l'ordre de 5 % sur l'estimation de la valeur maximale du champ magnétique. Une modélisation précise de cette structure est toutefois nécessaire pour obtenir de bonnes localisations en EEG. Etant invisible à l'IRM, l'os crânien qui se définit comme la structure intermédiaire entre le LCR et le scalp, est difficile, voire impossible à extraire à partir de coupes IRM. La solution optimale qui consiste à coupler l'IRM au scanner de façon à obtenir des enveloppes précises des trois structures (cf. [HUI 99]), suppose de disposer des deux systèmes d'imagerie et d'effectuer un recalage entre les images acquises indépendamment avec les deux systèmes. Si l'on dispose exclusivement de l'IRM, une solution consiste à estimer au mieux la surface externe de l'os crânien à partir des surfaces externes des deux autres structures (cerveau et scalp) facilement accessibles avec cette technique d'imagerie.

L'approche BEM (*Boundary Element Method*) est utilisée en EEG et en MEG pour modéliser de façon plus réaliste que ne le permettent les modèles sphériques, les surfaces de séparation entre les principales structures cérébrales (air-scalp, scalp-os, os-cerveau). Les conductivités des différentes structures sont supposées isotropes, ce qui ne correspond pas à la réalité puisque des anisotropies de conductivité sont présentes dans le cerveau, la composante radiale de la conductivité étant supérieure à la composante tangentielle du fait de l'orientation préférentielle des fibres nerveuses, mais également dans l'os crânien (cf. [MAR 98]). Les équations intégrales des potentiels dont nous disposons pour la BEM se basent sur des propriétés électriques homogènes par volume. La MEF (Méthode des Eléments Finis) permet de prendre en compte des anisotropies de conductivité en utilisant des conductivités tenseur (cf. [THE 91] et [THE 92]). La BEM reste toutefois un bon compromis entre le modèle simplifié que constitue le modèle sphérique et le modèle de la MEF.

Le propos de cet article est de **présenter une chaîne de traitement complète, allant du traitement des images par résonance magnétique jusqu'au calcul des potentiels électriques et des champs magnétiques**. Nous présenterons en particulier une méthodologie pour générer des surfaces optimales pour la BEM, c'est-à-dire respectant au mieux l'anatomie, tout en minimisant le nombre d'éléments de surface, contrainte nécessaire à la réduction des temps de calcul. La section 2 présente rapidement l'identification des surfaces de la tête et du cerveau dans les IRM. Celle-ci permet, entre autres, de définir ces surfaces d'une manière implicite à partir des données volumétriques. La section 3 décrit les méthodes de maillages surfaciques denses et simplifiés. La section 4 aborde la méthode des intégrales de surface pour le calcul des potentiels électriques et des champs magnétiques, ainsi que les contraintes sur les maillages, imposées par la méthode. Enfin, quelques perspectives sont données dans la section 5.

2. Extraction de la tête et du cerveau

Pour générer un maillage fin des surfaces externes des volumes d'intérêt dans le cadre de la BEM, nous procédons en deux étapes distinctes. La première consiste à extraire ces volumes avec la plus grande exactitude possible à partir des IRM et la seconde consiste à mailler les surfaces externes de ces volumes. L'approche est différente de celle proposée par Smith [SMI 00] dans son logiciel *Brain Extraction Tool* (BET) combinant en effet dans un seul algorithme les aspects segmentation de volume et maillage adaptatif surfacique, alors que nous supposons disposer à la base de la meilleure segmentation possible des volumes cérébraux. Les structures du scalp et du cerveau sont généralement bien définies dans les IRM 256×256 pondérées en T1 que nous acquérons avec notre système de résonance magnétique Bruker 3 Teslas plutôt dédié à la spectroscopie qu'à l'imagerie. Les images 128×128 ne sont pas suffisamment précises pour une bonne séparation des structures cérébrales. De meilleures images pourraient toutefois être obtenues avec des systèmes de résonance magnétique à plus faible champ (typiquement des systèmes à 1,5 Teslas).

Nous utilisons la technique semi-automatique du seuillage d'image avec morphologie mathématique pour extraire ces deux structures. Un seuil assez bas – de l'ordre de 15-20 % de l'amplitude globale de l'image – permet de dégager l'enveloppe de la tête du bruit de fond. Pour extraire le cerveau, un seuil similaire est utilisé, ce qui a pour effet de séparer partiellement le cerveau du scalp (l'os et le LCR intermédiaires étant invisibles, avec par conséquent une intensité proche de zéro). Une érosion permet ensuite de supprimer les liens qui existent encore entre les deux structures. Une croissance de région à partir d'un voxel du cerveau permet ensuite de ne conserver que le cerveau. Finalement une dilatation a pour but de restaurer la taille initiale du volume cérébral. Cette technique fonctionne bien pour des images de qualité. Il n'est pas toujours possible de procéder de la sorte sur des images bruitées. Sur ce type d'images les connections entre les différentes structures sont plus importantes et une intervention manuelle est nécessaire pour réaliser la déconnection.

La figure 1 montre l'IRM d'origine avec son bruit de fond caractéristique visible autour de la tête. La figure 2 montre un seuillage à 30 de l'IRM d'origine pour une gamme de valeurs allant de 0 à 255 en niveaux de gris (correspondant à un codage sur 8 bits). Ce seuillage met à zéro les faibles valeurs en niveaux de gris, mais ne supprime pas totalement le bruit. La figure 3 montre l'IRM seuillée après l'application d'une croissance de région 3D à partir d'un voxel du volume de la tête. La procédure de croissance de région permet de supprimer le bruit résiduel en ne conservant que les structures connexes à la tête. La figure 4 montre l'IRM après l'application d'une érosion 3D. La procédure d'érosion est utilisée pour rompre les connections entre le scalp et le cerveau dues à d'autres structures intermédiaires. Elle a pour effet de rétrécir le volume des différentes structures. De même, après l'application d'une croissance de région 3D à partir d'un voxel du volume du cerveau, on parvient à ne conserver que le volume cérébral et à supprimer le scalp (cf. Figure 5). Enfin, par une dilatation 3D, on restitue les dimensions d'origine du cerveau (cf. Figure 6).

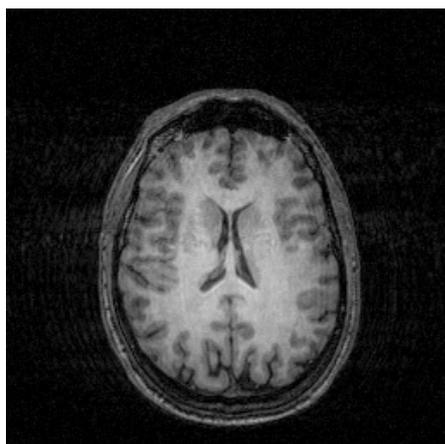


Figure 1. *IRM d'origine*

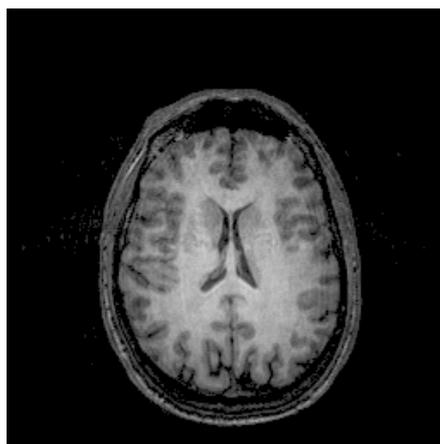


Figure 2. *IRM après seuillage*

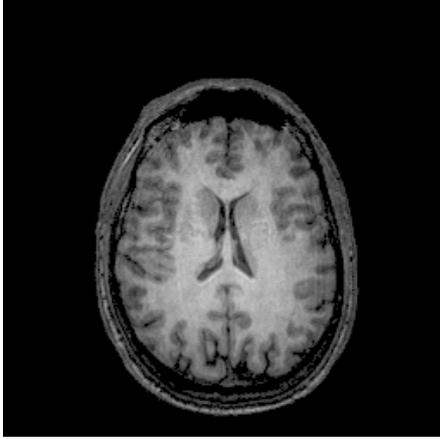


Figure 3. *IRM par croissance de région*

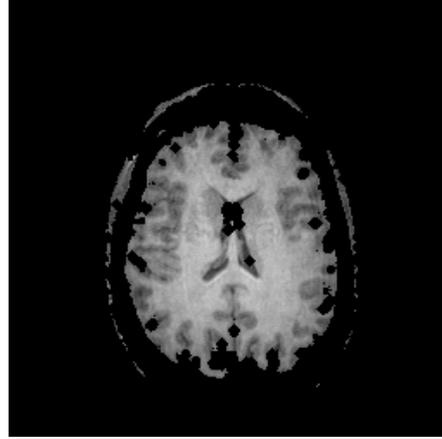


Figure 4. *IRM après érosion 3D*

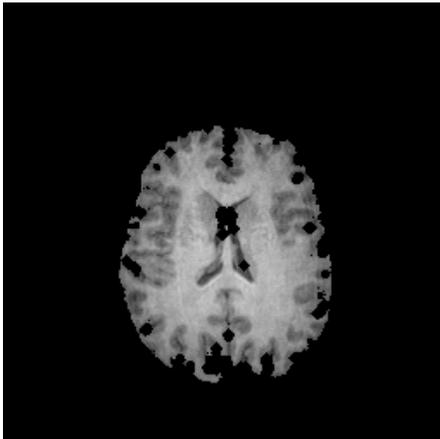


Figure 5. *IRM par croissance de région après érosion 3D*

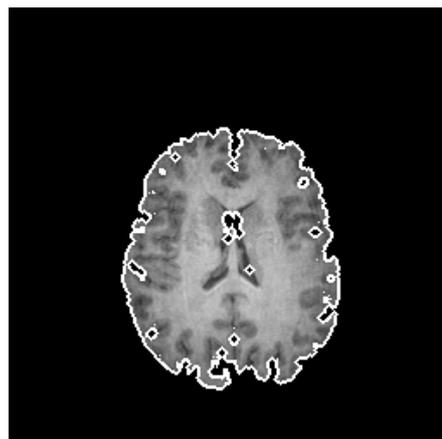


Figure 6. *IRM après dilatation après érosion 3D*

3. Génération de maillages surfaciques

Deux méthodes principales existent pour construire les maillages des surfaces externes du cerveau, de l'os crânien et du scalp. La première consiste à combiner une extraction de contour avec une procédure de triangulation (cf. [SOU 93] et [YVE 95]). Après un suivi du contour externe de la structure au niveau de chaque coupe, un algorithme de simplification des contours permet de réduire leur nombre de points descriptifs, puis une triangulation est effectuée entre les points des coupes adjacentes. Pour obtenir des surfaces fermées, il est nécessaire de générer des triangles à l'intérieur même des contours correspondant à la première et à la dernière coupe. La deuxième

approche consiste à utiliser directement les volumes segmentés des différentes structures cérébrales plutôt que de travailler sur les coupes individuelles, chaque volume étant constitué d'un ensemble de cellules élémentaires : les voxels.

Notre méthode est basée sur la deuxième approche. En premier lieu, un maillage fin de la surface externe des volumes est obtenu, puis une simplification du maillage basée sur la distance de Hausdorff (cf. [BOR 99]) est réalisée, permettant ainsi de réduire de façon significative le nombre de triangles, tout en préservant l'approximation géométrique.

3.1. Génération de maillages denses surfaciques

Il est possible d'obtenir un maillage exact de la surface externe des différents volumes cérébraux en considérant les faces partagées par un voxel appartenant et un voxel n'appartenant pas au volume. Des algorithmes rapides sont disponibles pour générer de telles surfaces (cf. [GOR 89] et [MAB 98]). Le "Marching Cubes" de Lorenson et Cline [LOR 87] est par opposition une méthode de maillage approximatif qui fournit une "iso-surface" constituée de facettes triangulaires. Ces deux techniques peuvent être utilisées pour fournir un maillage dense à la procédure de simplification de surfaces, mais elles génèrent toutes deux un très grand nombre de triangles.

La méthode que nous utilisons consiste à générer un maillage initial approximatif de la surface en projetant radialement les sommets d'un maillage sphérique englobant sur le volume de la structure. Le maillage sphérique est constitué à la base d'un dodécaèdre pour lequel chaque pentagone a été divisé en cinq triangles. Les triangles sont ensuite subdivisés itérativement en quatre pour l'obtention d'un maillage de la sphère de plus en plus fin. L'utilisation d'un dodécaèdre garantit une parfaite régularité du maillage final.

La projection radiale des sommets d'un maillage englobant sur un volume est une procédure rapide qui fournit une bonne approximation pour des surfaces quasi-sphériques comme c'est le cas pour la tête et le cerveau. Notre implémentation consiste à utiliser comme centre de projection le barycentre des voxels du volume et à travailler à partir d'un maillage sphérique englobant le volume. Chaque sommet du maillage est projeté radialement sur le volume. De façon à accélérer la procédure, on discrétise le segment de droite reliant le centre de projection au sommet en un ensemble de points avec un pas suffisamment petit. A chaque point est associé un voisinage de voxels tel que la distance entre le point et le centre du voxel soit inférieure ou égale à $\sqrt{3}/2$ (distance du centre d'un voxel à son arête). En partant du sommet en direction du centre de projection, la procédure s'arrête lorsqu'un voxel du voisinage appartient au volume. La projection perpendiculaire du centre de ce voxel sur le segment de droite est alors utilisée comme point de projection. La projection radiale possède un avantage évident pour générer une surface estimée de l'os crânien à partir de celles du scalp et du cerveau. Si l'on utilise un même nombre de sommets par surface, une surface intermédiaire peut facilement être calculée, la position de chaque sommet de cette

nouvelle surface étant intermédiaire entre celle des sommets correspondants des deux autres surfaces. Si l'on prend de surcroît soin d'utiliser le même centre de projection pour générer les deux surfaces, la surface intermédiaire ne coupe aucune des deux autres dans la mesure où ces deux surfaces ne s'intersectent pas elles-mêmes. Cette contrainte de non-intersection des surfaces est imposée par la méthode des intégrales de surface.

Les maillages denses surfaciques obtenus présentent des irrégularités dues à la précision de la segmentation volumique. Pour obtenir des maillages plus adéquats, on applique la méthode de lissage proposée par Taubin [TAU 95] qui consiste à repositionner les sommets du maillage tout en préservant la forme géométrique globale de la surface afin d'obtenir une géométrie lisse régulière. L'avantage de cette méthode par rapport aux méthodes classiques de lissage par barycentrage est qu'elle ne présente aucun effet de rétrécissement de surface.

Les figures 7, 10 et 13 montrent respectivement les maillages denses du cerveau, du scalp et de l'os crânien. Les maillages du cerveau et du scalp sont obtenus par projection radiale à partir d'un maillage régulier d'une sphère englobante. Le maillage de l'os crânien est une approximation grossière obtenue par moyennage des deux maillages précédents. Ces maillages possèdent 30 722 sommets et 61 440 éléments triangulaires. Comme on peut le remarquer sur ces figures, ces maillages présentent des irrégularités dues à la méthode employée pour leurs générations.

Les figures 8, 11 et 14 montrent respectivement des maillages lissés (en appliquant l'approche proposée par Taubin) du cerveau, du scalp et de l'os crânien dans lesquels les irrégularités sont éliminées. Ces nouveaux maillages représentent une géométrie parfaitement lisse.

3.2. Génération de maillages surfaciques simplifiés

Avant de présenter notre approche pour simplifier les maillages denses surfaciques obtenus dans la section précédente, on rappelle la définition d'un maillage optimal d'une surface.

Une triangulation adéquate d'une surface (dont tous les sommets appartiennent à la surface) vérifie les deux propriétés fondamentales suivantes :

- chaque élément est proche de la surface (propriété dite de proximité),
- chaque élément est proche des plans tangents de ses trois sommets (propriété dite de régularité),

assurant le respect de la géométrie de l'objet. La première propriété (de proximité) indique que l'écart entre le maillage et la surface doit être borné. Cet écart représente la plus grande distance entre un élément et la surface. La seconde propriété (de régularité) traduit localement une continuité d'ordre G^1 de la surface. Un élément est proche du plan tangent de l'un de ses sommets si l'écart angulaire entre l'élément et le plan tangent en ce sommet à la surface peut être borné. De même un maillage (optimal)

d'une surface est une triangulation de la surface dont tous les éléments sont réguliers ou "presque" équilatéraux (requête essentielle pour la plupart des applications).

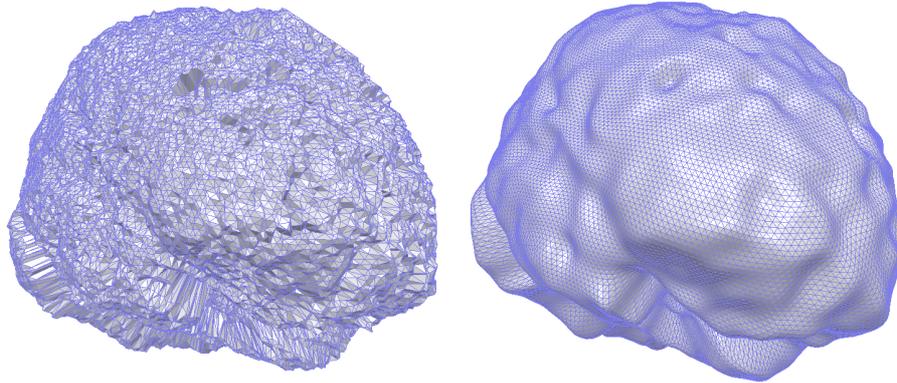


Figure 7. *Maillage du cerveau par projec-* **Figure 8.** *Maillage du cerveau après lis-*
tion radiale *sage*

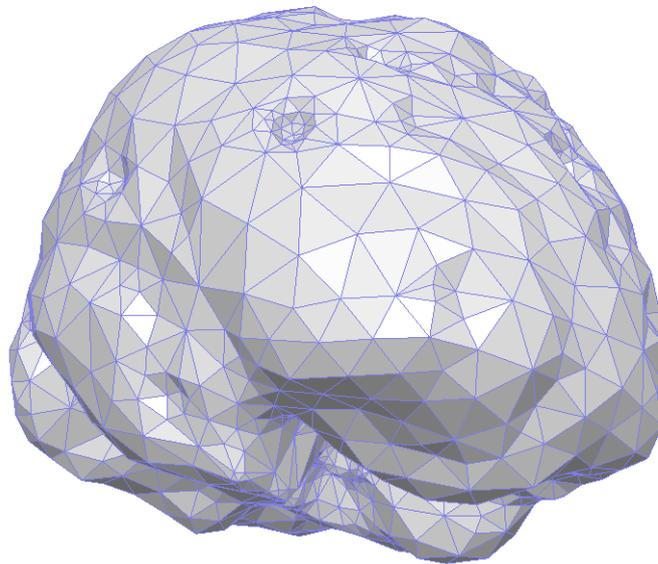


Figure 9. *Maillage simplifié du cerveau*

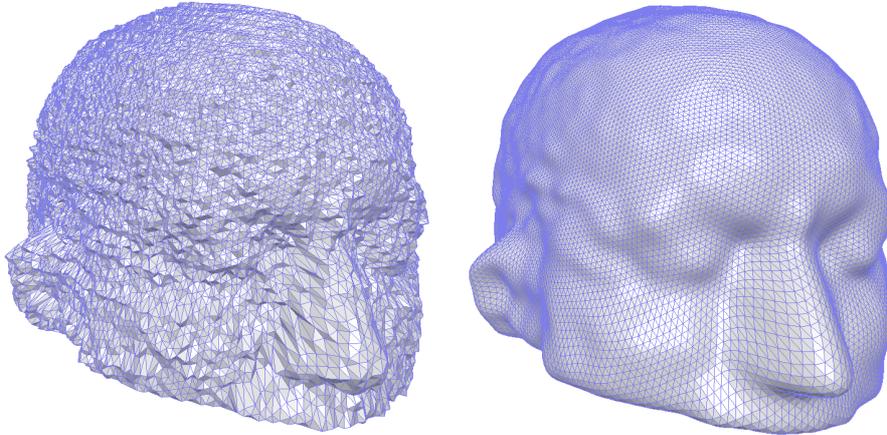


Figure 10. *Maillage du scalp par projec-* **Figure 11.** *Maillage du scalp après lissage*
tion radiale

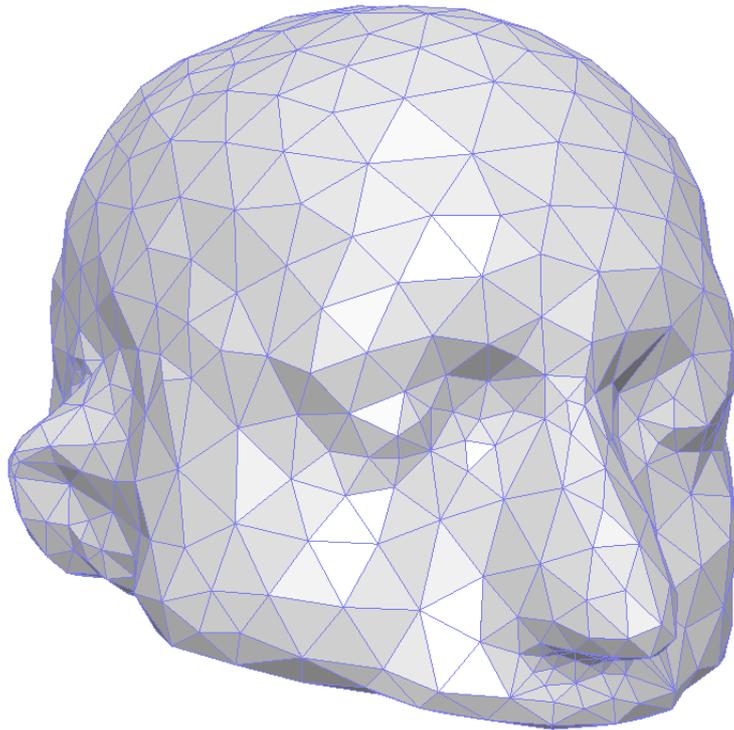


Figure 12. *Maillage simplifié du scalp*

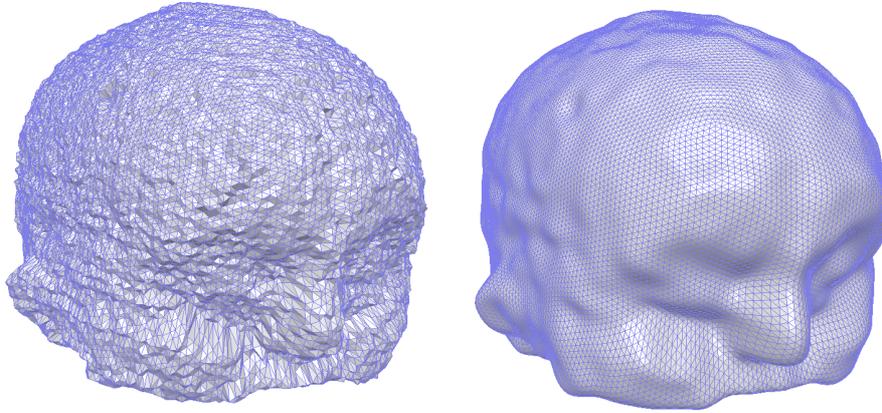


Figure 13. *Maillage de l'os crânien par projection moyennage* **Figure 14.** *Maillage de l'os crânien après lissage*

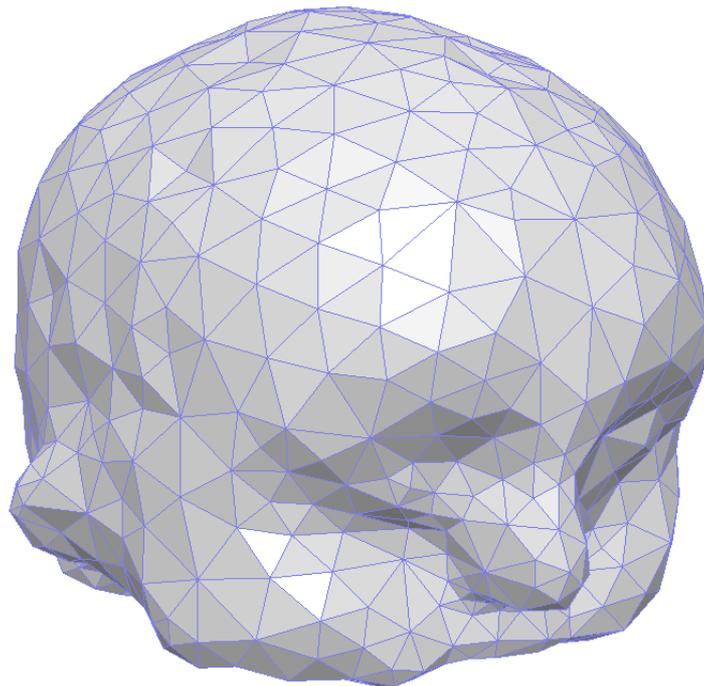


Figure 15. *Maillage simplifié de l'os crânien*

On utilise la méthode de simplification de maillage proposée par Borouchaki [BOR 99] qui permet de garantir les deux propriétés de proximité et de régularité pour les maillages simplifiés. L'approche est basée sur la distance de Hausdorff et consiste, d'abord, à définir :

– d'une part, une zone de proximité globale autour de la surface située à une distance (de Hausdorff) donnée de part et d'autre du maillage initial ou de référence de la surface ;

– d'autre part, un cône de tolérance local centré en chaque sommet de ce maillage et d'axe principal la normale au sommet à la surface, et d'angle d'ouverture donné,

puis, à éliminer les arêtes du maillage si les éléments du maillage résultant de cette opération, d'une part, appartiennent à la zone de proximité, et, d'autre part, possèdent une normale appartenant aux cônes de tolérance associés à leurs sommets, garantissant ainsi le respect de la géométrie. Ces zones de tolérance permettent d'assurer respectivement les propriétés de proximité et de régularité. Le maillage simplifié est ensuite optimisé au regard de la qualité en forme des éléments par des bascules d'arêtes et des bougés de points. De même, ces dernières opérations ne sont appliquées que si la géométrie est préservée.

Les figures 9, 12 et 15 montrent des maillages simplifiés relatifs à une zone de proximité correspondant à une distance de Hausdorff de 3 % de la diagonale de la boîte englobant le scalp. Ces maillages contiennent respectivement 1 519, 791 et 755 sommets (3 034, 1 578 et 1 506 triangles) et correspondent à un taux de simplification de 95 %, 97 % et 98 %.

4. Méthode des intégrales de surface

La méthode des intégrales de surface (BEM) permet le calcul des potentiels électriques sur les surfaces séparant des milieux homogènes de conductivités électriques différentes. Elle se base sur une "discrétisation" et par conséquent une "approximation" des équations intégrales développées par Barnard *et al.* [BAR 67a]. La méthode suppose que chaque surface puisse être approchée par l'union d'un nombre fini d'éléments de surface triangulaires. Le potentiel V_i au centre du i ème triangle du maillage peut alors être approché au moyen de l'équation intégrale discrétisée suivante (cf. [BAR 67b] et [MEI 89]) :

$$V_i = g_i + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^N \frac{\sigma_j^- - \sigma_j^+}{\sigma_i^- + \sigma_i^+} \int_{\Delta_j} V d\Omega_{i\Delta_j} \quad [1]$$

$$g_i = \frac{2\sigma_s}{\sigma_i^- + \sigma_i^+} V_{\infty i}$$

$$d\Omega_{i\Delta_j} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} \cdot \vec{dS}_j$$

$$d\vec{S}_j = \vec{n}_j \cdot dS_j$$

où i est l'indice du i ème élément de surface triangulaire Δ_i pour lequel on calcule le potentiel V_i , j est l'indice du j ème élément de surface triangulaire Δ_j , σ_s est la conductivité du milieu contenant les sources (le cerveau), σ_i^- et σ_i^+ sont les conductivités des volumes internes et externes à la surface sur laquelle repose le sommet i , σ_j^- et σ_j^+ sont les conductivités des volumes internes et externes à la surface sur laquelle repose le triangle Δ_j , V est le potentiel électrique en un point du triangle Δ_j , g_i est le potentiel dû aux sources primaires, proportionnel au potentiel $V_{\infty i}$ calculé au centre du triangle Δ_i dans un milieu homogène infini de conductivité σ_s , $d\Omega_{i\Delta_j}$ est l'angle solide élémentaire sous-tendu par un élément de surface dS_j centré en \vec{r} du triangle Δ_j , au point d'observation \vec{r}_i (\vec{r}_i étant le centre du triangle Δ_i et \vec{n}_j la normale unitaire au triangle Δ_j orientée depuis l'intérieur vers l'extérieur de la surface sur laquelle repose le triangle) et N est le nombre de triangles sur l'ensemble des surfaces.

Il est à noter que l'équation intégrale discrétisée est calculée en excluant le point singulier $\vec{r} = \vec{r}_i$ (cf. [BAR 67a]). Le triangle Δ_i est par conséquent diminué de ce point lors de l'évaluation du potentiel V_i .

En faisant l'approximation d'un potentiel constant sur chaque triangle, l'intégrale sur le triangle Δ_j peut être approchée par :

$$\int_{\Delta_j} V d\Omega_{i\Delta_j} \simeq V_j \Omega_{ij} \tag{2}$$

où Ω_{ij} est l'angle solide du triangle Δ_j sous-tendu au centre du triangle Δ_i .

L'équation 1 peut être réécrite sous la forme du système linéaire suivant :

$$V = g + B V \tag{3}$$

où B_{ij} est un élément de la matrice B proportionnel à l'angle solide Ω_{ij} .

Dans l'approche dite "aux sommets" (cf. [BAR 77] ; [MEI 89] ; [MUN 92]), l'estimation des potentiels ne se fait plus au centre des N triangles, mais à la position des $N/2 + 2n$ sommets, n étant le nombre de surfaces. Cette approche avantageuse permet de réduire d'un facteur 2 environ la taille du système linéaire à résoudre et de garantir également une meilleure stabilité des solutions.

Sur chaque triangle de sommets 1,2,3, le potentiel $V(\vec{r})$ en tout point \vec{r} du triangle peut être approché par une combinaison linéaire des potentiels aux sommets :

$$V(\vec{r}) = h_1(\vec{r})V_1 + h_2(\vec{r})V_2 + h_3(\vec{r})V_3 \tag{4}$$

Dans le cas d'une interpolation linéaire des potentiels sur le triangle, les fonctions h sont définies comme suit :

$$h_1(\vec{r}) = \frac{\vec{r} \cdot (\vec{r}_2 \times \vec{r}_3)}{\vec{r}_1 \cdot (\vec{r}_2 \times \vec{r}_3)} \quad h_2(\vec{r}) = \frac{\vec{r} \cdot (\vec{r}_3 \times \vec{r}_1)}{\vec{r}_1 \cdot (\vec{r}_2 \times \vec{r}_3)} \quad h_3(\vec{r}) = \frac{\vec{r} \cdot (\vec{r}_1 \times \vec{r}_2)}{\vec{r}_1 \cdot (\vec{r}_2 \times \vec{r}_3)} \tag{5}$$

L'intégrale sur le triangle Δ_j avec 1, 2, 3 pour sommets peut être approchée par :

$$\int_{\Delta_j} V d\Omega_{i\Delta_j} \simeq V_1 \Omega_{i1} + V_2 \Omega_{i2} + V_3 \Omega_{i3} \quad [6]$$

où Ω_{ik} est la portion d'angle solide du triangle Δ_j sous-tendu au sommet i , attachée au sommet k du triangle.

Dans [MUN 92] on trouve une expression analytique de ces portions d'angle solide. De la même manière que pour l'approche aux centres des triangles, l'approche aux sommets conduit au système linéaire de l'équation 3, avec cette fois $N/2 + 2n$ potentiels à estimer au lieu de N .

Dans l'approche aux centres des triangles, l'auto-angle solide Ω_{ii} est mis à zéro, ce qui conduit à une matrice $I - B$ singulière (la somme des valeurs de chaque ligne de la matrice B est égale à 1), ce qui garantit que tout vecteur solution soit défini à une constante près. Dans l'approche aux sommets, une valeur nulle pour l'auto-angle solide ne conduit pas à une matrice singulière. C'est le fait de la discontinuité de la surface aux points où sont estimés les potentiels. En se basant sur le fait que la somme des angles solides sous-tendus par une surface fermée régulière en un point de cette surface est égale à 2π , l'auto-angle solide Ω_{ii} est approché par la différence entre la valeur 2π et la somme des angles solides Ω_{ij} ($j \neq i$) pour les sommets j appartenant à la même surface que le sommet i . Cela conduit à une matrice singulière pour le système linéaire. Il existe également des approximations plus fines de l'auto-angle solide. L'approximation de Meijs *et al.* (cf. [MEI 89]) qui simule une surface sphérique régulière autour du point pour lequel on veut estimer l'auto-angle solide, permet en particulier de réduire d'environ 10 % les erreurs numériques.

Les potentiels électriques sont calculés par $V = (I - B)^{-1}g$. La matrice B dépend du modèle de tête (forme des surfaces et conductivités électriques) alors que le vecteur g dépend des sources. La matrice $I - B$ étant singulière, la technique du dégonflement (cf. [BAR 67b]) permet d'obtenir une solution unique en faisant le choix d'un zéro du potentiel, les potentiels n'étant en effet définis qu'à une constante près. Pratiquement, la matrice B est remplacée par une matrice C pour laquelle les éléments C_{ij} sont obtenus à partir des éléments B_{ij} en leur soustrayant $1/N$, puis la matrice $I - C$ est inversée. Pour toute distribution de sources, le calcul des potentiels se résume finalement à calculer les potentiels générés par les sources dans un milieu homogène infini aux sommets du maillage, puis à effectuer le produit $(I - C)^{-1}$ par g pour obtenir la valeur des potentiels aux sommets. L'inversion matricielle, effectuée une fois pour toutes, est avantageuse pour accélérer les calculs inverses qui consistent à estimer au mieux, par le biais d'une procédure itérative, les paramètres des sources, sur la base des potentiels électriques ou des champs magnétiques enregistrés.

Les potentiels étant calculés, le champ magnétique en tout point de l'espace en dehors des surfaces, peut être calculé au moyen de la formule de Geselowitz [GES 67]. Cette formule est la somme de deux termes : le champ magnétique \vec{B}_s dû aux sources primaires, calculé dans un milieu homogène infini, indépendant de la conductivité du

volume contenant les sources, et la contribution des courants volumiques (sources secondaires) qui fait intervenir la distribution des potentiels sur l'ensemble des surfaces.

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}_s(\vec{r}) + \frac{\mu}{4\pi} \sum_{i=1}^N (\sigma_i^- - \sigma_i^+) \int_{\Delta_i} V(r') \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \times d\vec{S}' \quad [7]$$

où \vec{r} est la position du point et Δ_i la surface associée au i ème triangle.

Dans le cas d'une approximation constante des potentiels sur les triangles (estimation aux centres des triangles), l'intégrale peut être approchée par :

$$\int_{\Delta_i} V(r') \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \times d\vec{S}' \simeq V_i \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} \times \vec{S}_i \quad [8]$$

Dans le cas d'une approximation linéaire des potentiels sur les triangles (estimation aux sommets des triangles), l'intégrale peut être approchée par une combinaison linéaire des potentiels aux sommets :

$$\int_{\Delta_i} V(r') \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \times d\vec{S}' \simeq V_1 \vec{\Omega}_{i1} + V_2 \vec{\Omega}_{i2} + V_3 \vec{\Omega}_{i3} \quad [9]$$

Une expression analytique de cette intégrale est donnée par Ferguson *et al.* [FER 94].

Plusieurs approches ont été proposées pour améliorer la qualité des estimations des potentiels obtenues avec la BEM. La méthode nommée "approche de l'os isolé" (isolated skull approach) présentée par Hämäläinen et Sarvas [HAM 87], permet de réduire les erreurs numériques occasionnées par la faible conductivité de l'os crânien comparativement à celles du cerveau et du scalp et permet ainsi une meilleure estimation des potentiels sur les interfaces air-scalp et scalp-os. Elle consiste à calculer premièrement les potentiels à la surface du cerveau en ne tenant pas compte des deux autres surfaces (modèle homogène), ce qui conduit à la résolution d'un "petit système linéaire", puis à résoudre un "grand système linéaire" tenant cette fois compte de toutes les surfaces. Srebro [SRE 96], en se basant sur les équations de Barr *et al.* [BAR 77], a proposé une approche qui consiste à estimer les potentiels du scalp à partir des potentiels du cerveau, ce qui permet de se limiter à la résolution du "petit système linéaire".

Les erreurs occasionnées par la BEM viennent également d'une mauvaise approximation de l'intégrale produit potentiel par angle solide. L'approximation linéaire des potentiels (cf. [MUN 92]) permet de réduire ces erreurs, avec en contrepartie une plus grande complexité de calcul de la matrice B.

Pour comparer la qualité des différentes méthodes d'estimation des potentiels, nous avons utilisé un modèle à trois sphères concentriques pour lequel nous disposons de solutions analytiques. Les maillages constitués de 384 triangles et 194 sommets que nous avons réalisés pour chacune des 3 sphères n'étaient pas des maillages parfaitement réguliers, les surfaces des triangles étaient par conséquent variables. Nous

avons ainsi voulu nous approcher au mieux du cas réel où des maillages sont issus des IRM. Les tests ont porté sur un millier de dipôles de courant (les sources) générés de façon aléatoire à l'intérieur de la sphère la plus interne.

L'approximation linéaire a permis une réduction de l'erreur d'environ 25 % par rapport à l'approximation constante. Celle-ci est toutefois plus importante pour les dipôles les moins excentrés (35 %) que pour les dipôles les plus excentrés (9 %). Pour ces derniers, certains triangles du maillage présentent des gradients de potentiels importants qu'il est difficile d'approximer au moyen d'une simple interpolation linéaire.

La méthode de l'os isolé a permis, quant à elle, de réduire de façon significative (d'un facteur 2 à 6), les erreurs pour les dipôles les plus excentrés (excentricité supérieure à 0,6), mais pas pour les dipôles les moins excentrés (excentricité inférieure à 0,5), auquel cas la méthode classique est encore préférable.

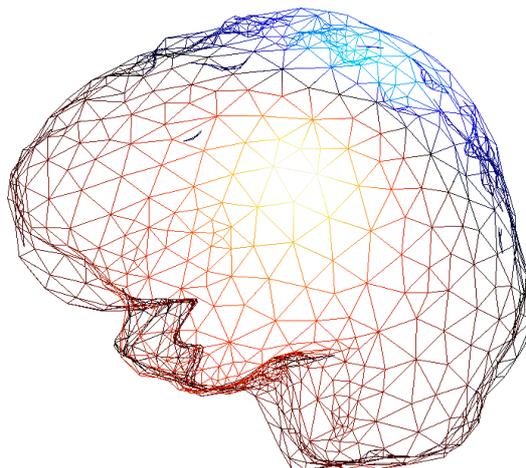


Figure 16. Potentiels électriques sur le cerveau générés par un dipôle de courant, en considérant une seule surface

Du fait de la faible conductivité de l'os crânien, les potentiels électriques les plus importants, mais également les gradients de potentiels les plus forts, se trouvent situés à la surface du cerveau. Il est donc avantageux, de façon à réduire les erreurs, d'utiliser plus de triangles sur la surface du cerveau que sur les deux autres surfaces. Fuchs *et al.* (cf. [FUC 00]) préconisent ainsi de répartir 50 % des triangles sur la surface du cerveau, 30 % sur celle de l'os et 20 % sur celle du scalp. Il est également nécessaire d'utiliser au moins 500 sommets par surface (cf. [FUC 01]) pour constituer un modèle BEM satisfaisant.

Les figures 16 et 17 montrent respectivement les potentiels électriques générés par un dipôle de courant (calculés par la méthode des intégrales de surface) sur la sur-

face externe du cerveau et sur les surfaces externes du cerveau, de l'os crânien et du scalp. Dans le premier cas, le modèle anatomique est un modèle homogène (cerveau), tandis que dans le second cas, le modèle est inhomogène (cerveau, os crânien, scalp). On peut remarquer la moindre amplitude des potentiels sur la surface du scalp en comparaison de celle sur la surface du cerveau. La figure 18 montre les champs magnétiques générés par le même dipôle de courant, calculés à l'emplacement des points d'enregistrement MEG (chaque nœud du maillage correspond au centre d'une bobine d'enregistrement MEG).

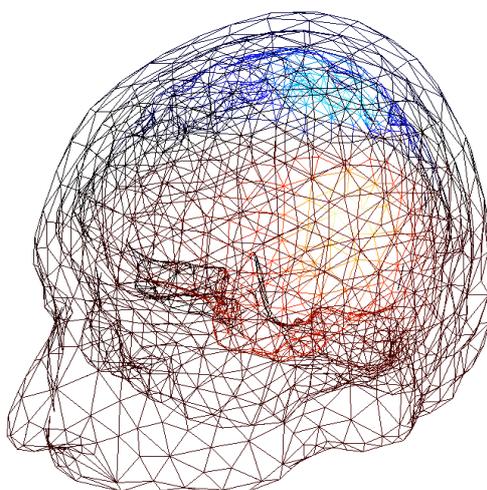


Figure 17. Potentiels électriques sur le cerveau, l'os crânien et le scalp générés par un dipôle de courant, en considérant les trois surfaces

5. Conclusion et perspectives

Les maillages que nous avons générés ont la propriété de respecter au mieux l'anatomie. Le paramétrage du maillage fin a imposé un nombre de sommets avoisinant les 3 000 pour l'ensemble des surfaces, de façon à ne pas engendrer de temps de calcul trop importants tout en limitant les erreurs effectuées sur le calcul des potentiels. Il est toutefois possible d'augmenter ce nombre en fonction des capacités mémoire et de calcul de l'ordinateur.

A titre d'exemple, les coefficients de la matrice non-inversée de la BEM pour un modèle à une seule surface comportant environ 1 500 sommets, ont été obtenus en moins de 15 secondes sur un Pentium III 750 MHz et le calcul des potentiels générés par un dipôle de courant, obtenus en résolvant l'équation linéaire par la méthode de la relaxation, a duré environ 2 secondes avec une convergence rapide vers la solution. Dans le cas du modèle à 3 surfaces comportant environ 3 000 sommets, le calcul

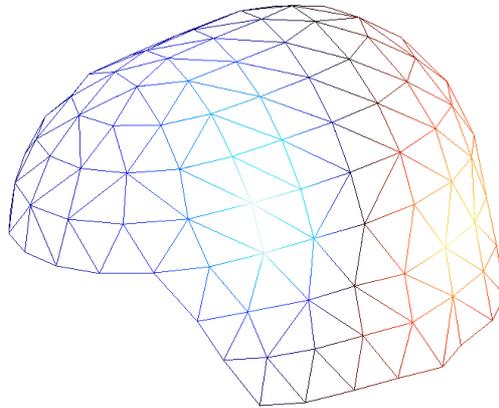


Figure 18. Champs magnétiques au niveau des capteurs MEG générés par un dipôle de courant (chaque noeud du maillage correspond à un point de mesure)

des coefficients a duré moins d'une minute et la convergence vers la solution n'a été obtenue qu'après 1 minute 30 du fait du mauvais conditionnement de la matrice.

Nous avons également imposé une taille maximale pour les triangles. Il est important en effet de ne pas générer de triangles de trop grosse taille dans les zones à faible rayon de courbure, ces triangles pouvant engendrer des erreurs supplémentaires lors de l'estimation des potentiels électriques du fait de la mauvaise estimation du produit surface - potentiel dans la formule de la BEM.

Dans le processus de localisation de sources sur la base d'enregistrements EEG ou MEG, qui consiste à ajuster itérativement les 6 paramètres des dipôles jusqu'à obtenir le meilleur accord possible entre les potentiels/champs enregistrés, la réduction des erreurs liées à la BEM pourra se faire par adaptation de maillage à chaque itération. Le maillage pourra être densifié aux endroits de forts gradients de potentiels.

Des améliorations pourront encore être réalisées au niveau de l'estimation des potentiels, en ne prenant plus en compte des triangles plats pour modéliser les surfaces, mais des triangles à surface quadratique, et en utilisant des interpolations du second ordre à la place des interpolations linéaires (cf. [FRI 00]).

6. Bibliographie

- [ART 70] ARTHUR R.M., GESELOWITZ D.B., « Effect of inhomogeneities on the apparent locations and magnitude of a cardiac dipole source », *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 17, 1970, p. 141-146.

- [ARY 81] ARY J.P., KLEIN S.A., FENDER D.H., « Location of sources of evoked scalp potentials : corrections for skull and scalp thicknesses », *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 6, 1981, p. 447-452.
- [BAR 77] BARR C., RAMSEY III M., SPACH M.S., « Relating epicardial to body surface potential distributions by means of transfer coefficients based on geometry measurements », *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 24, 1977, p. 1-11.
- [BAR 67a] BARNARD A.C.L., DUCK I.M., LYNN M.S., « The application of electromagnetic theory to electrocardiography. I : Derivation of the integral equations », *Biophys. J.*, vol. 7, 1967, p. 443-462.
- [BAR 67b] BARNARD A.C.L., DUCK I.M., LYNN M.S., TIMLAKE W.P., « The application of electromagnetic theory to electrocardiography. II : The numerical solution to the integral equations », *Biophys. J.*, vol. 7, 1967, p. 463-491.
- [BOR 99] BOROUCAKI H., « Simplification des maillages de surfaces basée sur la distance de Hausdorff », *C.R. Acad. Sci. Paris*, t. 329, Série I, 1999, p. 641-646.
- [CUF 79] CUFFIN B.N., COHEN D., « Comparison of the magnetoencephalogram and electroencephalogram », *Electroenceph. Clin. Neurophysiol.*, vol. 47, 1979, p. 132-146.
- [CUF 90] CUFFIN B.N., « Effects of Head Shape on EEG's and MEG's », *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 37, 1990, p. 44-52.
- [CUF 91] CUFFIN B.N., « Eccentric spheres models of the head », *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 38, 1991, p. 871-878.
- [CUP 84] CUPPEN J., VAN OOSTEROM A., « Model Studies with the Inversely Calculated Isochrones of Ventricular Depolarization », *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 31, 1984, p. 652-653.
- [MUN 92] DE MUNCK J.C., « A linear discretization of the volume conductor boundary integral equation using analytically integrated elements », *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 39, 1992, p. 986-990.
- [FER 94] FERGUSON A.S., ZHANG X., STROINK G., « A complete linear discretization for calculating the magnetic field using the boundary element method », *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 41, 1994, p. 455-459.
- [FRI 00] FRIJNS J.H.M., DE SNOO S.L., SCHOONHOVEN R., « Improving the Accuracy of the Boundary Element Method by Use of Second-Order Interpolation », *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 47, 2000, p. 1336-1346.
- [FUC 00] FUCHS M., WAGNER M., KASTNER J., « Optimized node distribution for realistically shaped boundary element method volume conductor models », *Proceedings of the ISBET congress*, Frankfurt, Nov. 2000.
- [FUC 01] FUCHS M., WAGNER M., KASTNER J., « Boundary element method volume conductor models for EEG source reconstruction », *Electroenceph. Clin. Neurophysiol.*, vol. 112, 2001, p. 1400-1407.
- [GED 67] GEDDES L.A., BAKER L.E., « The specific resistance of biological materials – a compendium of data of the biomedical engineer and physiologist », *Med. Biol. Eng.*, vol. 5, 1967, p. 271-293.
- [GES 67] GESELOWITZ D.B., « On bioelectric potentials in a inhomogeneous volume conductor », *Biophys. J.*, vol. 7, 1967, p. 1-17.

- [GOR 89] GORDON D., UDUPA J.K., « Fast surface tracking in three-dimensionnal binary images », *Computer Vision, Graphics, And Image Processing*, vol. 45, 1989, p. 196-214.
- [HAM 87] HÄMÄLÄINEN M.S., SARVAS J., « Feasibility of the homogeneous head model in the interpretation of neuromagnetic data », *Phys. Med. Biol.*, vol. 32, 1987, p. 91-97.
- [HUI 99] HUIKAMP G., VROEIJENSTIJN M., VAN DICK R., WIENEKE G., VAN HUFFELEN A.C., « The need for correct realistic geometry in the inverse EEG problem », *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 46, 1999, p. 1281-1287.
- [ILM 85] ILMONIEMI R.J., HÄMÄLÄINEN M.S., KNUUTILA J., « The forward and inverse problems in the spherical model », *In Biomagnetism : Applications & Theory*, Weinberg, H., Stoink, G. and Katila, T. Eds. Pergamon Press, New York, 1985, p. 278-282.
- [LOR 87] LORENSEN W.E., CLINE H.E., « Marching cubes : a high resolution 3D surface construction algorithm », *Comput. Graphics*, vol. 21, n° 4, 1987, p. 163-169.
- [MAB 98] MABIN F.H., MONGENET C., « A Parallel Algorithm to Reconstruct Bounding Surfaces in 3D Images », *The Journal of Superconducting*, vol. 12, 1998, p. 137-155.
- [MAR 98] MARIN G., GUÉRIN C., BAILLET S., GARNERO L., « Influence of skull anisotropy for the forward and inverse problem in EEG : Simulation studies using FEM on realistic head models », *Human Brain Mapping*, vol. 6, n° 4, 1998, p. 250-269.
- [MEI 89] MEIJS J.W.H., WEIER O.W., PETERS M.J., VAN OOSTEROM A., « On the numerical accuracy of the boundary element method », *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 36, 1989, p. 1038-1049.
- [RUS 69] RUSH S., DRISCOLL D.A., « EEG electrode sensitivity – and application of reciprocity », *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 16, 1969, p. 15-22.
- [SMI 00] SMITH S., « Robust automated brain extraction », *Abstracts of the Sixth Int. Conf. on Functional Mapping of the Human Brain*, 2000, p. 625.
- [SOU 93] SOUFFLET L., BOLO N.R., NÉDÉLEC J-F.J., MACHER J-P., « 3-D reconstruction with facet representation of cerebral structures from MRI sections », *Abstracts of the twelfth annual meeting of the Society of Magnetic Resonance in Medicine*, New York, 1993.
- [SRE 96] SREBRO S., « A modified boundary element method for the estimation of potential fields on the scalp », *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 43, 1996, p. 650-653.
- [TAU 95] TAUBIN G., « A signal processing approach to fair surface design », *Computer Graphics, Proceeding SIGGRAPH'95*, 1995, p. 351-358.
- [THE 91] THÉVENET M., BERTRAND O., PERRIN F., DUMONT J., PERNIER J., « The finite element method for a realistic head model of electrical brain activities : preliminary results », *Clin. Phys. Physiol. Meas.*, vol. 12, Suppl. A, 1991, p. 89-94.
- [THE 92] THÉVENET M., « Modélisation de l'activité électrique cérébrale par la méthode des éléments finis », Ph. D. Dissertation, Lyon, France, 1992.
- [YVE 95] YVERT B., BERTRAND O., ECHALLIER J.F., PERNIER J., « Improved forward EEG calculations using local mesh refinement of realistic head geometries », *Electroenceph. Clin. Neurophysiol.*, vol. 95, 1995, p. 381-392.
- [ZHO 92] ZHOU H., VAN OOSTEROM A., « Computation of the potential distribution in a four-layer anisotropic concentric spherical volume conductor », *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 39, 1992, p. 154-158.