
Etude des aéro-réfrigérants par couplage éléments finis et fiabilité

Alaa Mohamed* — **Maurice Pendola**** — **Grégory Heinfling*****
Gilles Defaux***

* *LaRAMA-IFMA/UBP*
Campus des Cézeaux, BP 265, F-63175 Aubière cedex
Alaa.Mohamed@ifma.fr

** *PHI-MECA Engineering*
18, rue du Limousin, F-63540 Romagnat

*** *Electricité de France, Recherche & Développement*
Dép. MTC, Site des Renardières, F-77818 Moret-sur-Loing cedex

RÉSUMÉ. L'analyse de la fiabilité des structures permet d'orienter les opérations de maintenance en fonction de l'influence des incertitudes sur les paramètres du système. Le couplage éléments finis et fiabilité est le seul moyen permettant l'analyse des structures réelles avec des comportements complexes. Néanmoins, ce couplage pose des difficultés numériques qui freinent l'application des méthodes fiabilistes. Dans ce travail, nous proposons deux méthodes de couplage mécano-fiabiliste qui sont ensuite appliquées à un aéro-réfrigérant d'une centrale nucléaire. Pour l'étude de la fiabilité, deux scénarios de défaillance sont examinés : l'état limite de service défini par une fissuration excessive et l'état limite ultime défini par rupture élastoplastique de la coque. Les résultats fiabilistes permettent l'identification des rôles des différentes variables sur l'intégrité de l'ouvrage.

ABSTRACT. The structural reliability analysis allows us to orient the maintenance operations in function of the influence of parameter uncertainties. The coupling of finite element with reliability methods is the only tool allowing us to analyse real structure with complex behaviour. However, this coupling implies some numerical difficulties which decrease the use of the reliability methods. In this work, two mechanical-reliability coupling methods are proposed and applied to the cooling tower of a nuclear power plant. In the reliability study, two failure scenarios have been considered : the serviceability limit state defined by excessive cracking and the ultimate limit state defined by elastic-plastic failure of the shell. The results allow us to identify the roles of different variables on the structural integrity.

MOTS-CLÉS : fiabilité, aéro-réfrigérants, couplage mécano-fiabiliste, surface de réponse.

KEYWORDS: reliability, cooling towers, mechanical-reliability coupling, response surface.

1. Introduction

Les aéro-réfrigérants à tirage naturel sont le lieu d'échanges thermiques pour les centrales nucléaires à eau pressurisée. La tour en béton armé sert à améliorer le rendement des échanges thermiques. La forme hyperboloïdale de la coque présente un compromis entre le bon écoulement de l'air et la quantité du béton mis en œuvre. Ces aéro-réfrigérants sont soumis à des conditions de fonctionnement très sévères, tels que le gradient thermique, le vent, le poids propre et le tassement différentiel. Il est donc naturel qu'ils soient conçus conformément aux exigences de l'écoulement des fluides, de l'échange thermique et de la résistance mécanique. Même si la tenue de ces structures n'est pas critique pour le fonctionnement des centrales, elle présente des enjeux économiques et médiatiques très importants. Il est, par conséquent, nécessaire d'assurer une surveillance étroite au cours de leur durée de vie, afin de prévoir tout événement indésirable tel que les déformations et les fissurations excessives. Dans ce contexte, EDF développe des méthodologies de suivi des ouvrages, intégrant les incertitudes sur les caractéristiques du matériau, la géométrie de la structure et les chargements appliqués. Ces opérations de suivi permettent l'analyse des phénomènes de vieillissement de ces structures.

Contrairement aux méthodes traditionnelles basées sur le concept de « facteur de sécurité », seule l'analyse de fiabilité permet une modélisation réaliste des incertitudes sur les conditions de fonctionnement des systèmes mécaniques. Elle consiste en l'estimation du risque de défaillance aussi bien qu'en l'évaluation de l'importance des variables du système sur la tenue de l'ouvrage. Au cours de l'exploitation des centrales, les approches fiabilistes apportent des réponses qualitatives et quantitatives qui permettent d'orienter les décisions concernant la stratégie de maintenance ; des opérations telles que l'extension des durées d'exploitation ne peuvent être envisagées sans l'assurance de la fiabilité.

Or, l'analyse fiabiliste nécessite la définition d'une fonction de performance (ou fonction d'état limite) traduisant l'état de bon fonctionnement du système. Cette fonction est exprimée à partir de la réponse mécanique considérée (*i.e.* sollicitations et déformations). De nombreux travaux se sont attaché à établir des modèles analytiques sous chargements spécifiques, par exemple [FLA 96, RAV 96], y compris en intégrant une géométrie déformée [KRI 89]. Mais pour les structures réelles, la méthode des éléments finis, MEF, est l'outil essentiel pour obtenir une solution numérique d'un problème mécanique et évaluer des variables de sollicitations. Utiliser un code éléments finis est donc indispensable pour l'analyse de la fiabilité. Ainsi, le couplage mécano-fiabiliste consiste à intégrer la modélisation mécanique par éléments finis dans la définition des scénarios de défaillance potentiels. Etant donné le coût des analyses EF, ce couplage doit être défini de telle façon que l'on obtienne la solution de la manière la plus efficace possible, tout en gardant un niveau de précision convenable. Dans ce genre d'approche, le code fiabiliste assure la convergence à travers le pilotage des calculs EF qui eux-mêmes

représentent l'effort numérique principal. Autrement dit, le coût de calcul est directement lié au nombre d'appels au code MEF.

Dans ce travail, nous présentons les méthodologies de couplage mécano-fiabilistes adoptées pour l'analyse des aéro-réfrigérants. Deux approches sont considérées : couplage direct et méthode de surface de réponse. L'évaluation de la fiabilité des aéro-réfrigérants est effectuée en intégrant les variabilités des actions extérieures, des paramètres géométriques et des propriétés du matériau. La comparaison des deux approches de couplage est effectuée pour l'étude de la fiabilité vis-à-vis de l'état limite de service, défini par la fissuration excessive du béton. La méthode retenue est ensuite appliquée à l'état limite ultime. Les résultats permettent l'identification des paramètres les plus influents sur l'intégrité de l'ouvrage.

2. Fiabilité des structures

La vérification de la tenue des structures consiste à valider l'ensemble des règles de bon fonctionnement, résultant de la connaissance physique, mécanique et experte des constructeurs. Elles traduisent, sous des formes plus ou moins complexes, la nécessité de limiter des variables de sollicitations.

Chacune de ces règles représente la prévision d'un mode de défaillance potentiel, défini en fonction d'un certain nombre de variables de base. Les incertitudes et fluctuations sont modélisées par des distributions aléatoires des variables de base. L'objectif de l'analyse de fiabilité est d'évaluer la probabilité de se trouver dans une situation de défaillance.

2.1. Principe du calcul de la fiabilité

La fiabilité est définie comme étant l'aptitude d'un système à assurer la fonction pour laquelle il est destiné, pendant sa durée de vie. Elle est liée à la probabilité de défaillance par :

$$Fiabilité = 1 - P_f \quad [1]$$

où P_f est la probabilité de défaillance du système.

La première étape dans l'analyse de la fiabilité consiste à définir les variables de conception X_i ($i=1,2,\dots,n$) sur lesquelles les incertitudes portent (n étant le nombre de variables aléatoires). Pour chacune de ces variables X_i (dont les réalisations sont notées x_i), on affecte une loi de probabilité traduisant l'aléa correspondant. Celle-ci peut être obtenue au moyen des études statistiques, des observations physiques ou, manque de moyens, des avis d'experts. La qualité des informations se reflète sur la pertinence et la fidélité des résultats obtenus [PEN 00b].

La deuxième étape consiste à définir un certain nombre de *modes de défaillance* potentiels. Pour chacun d'entre eux, une fonction de performance $G(x_i)$ divise l'espace des variables en deux régions : domaine de sûreté $G(x_i) > 0$ et domaine de défaillance $G(x_i) \leq 0$. La frontière entre ces deux domaines est donc définie par $G(x_i) = 0$, et appelée *état limite*.

La probabilité de défaillance est donnée par :

$$P_f = \int_{G \leq 0} f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \cdots dx_n \quad [2]$$

$f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n)$ est la densité de probabilité conjointe des variables X_i . L'évaluation de cette intégrale est très coûteuse en temps de calcul pour plusieurs raisons : d'abord il s'agit d'une quantité souvent très petite ; ensuite toute l'information nécessaire sur la densité conjointe de probabilité n'est pas forcément disponible ; et finalement, le domaine d'intégration est plus ou moins complexe et peut être défini de manière explicite ou implicite à travers une procédure numérique de type MEF, ce qui nous intéresse plus particulièrement ici. Pour ces raisons, des méthodes plus efficaces sont proposées ; elles se basent sur le calcul d'un *indice de fiabilité*, noté β , permettant de déduire la probabilité de défaillance de façon approchée [DIT 96]. Cet indice de fiabilité représente une mesure du degré de sûreté du système. Il est directement lié à la probabilité de défaillance et permet la comparaison des différents systèmes.

2.2. Calcul de l'indice de fiabilité

La définition d'un indice invariant a été introduite par Hasofer et Lind [HAS 74]. Ces auteurs ont proposé de ne pas se placer dans l'espace des variables physiques mais d'effectuer un changement de variables et ainsi de se placer dans un espace de variables gaussiennes (dont la densité est notée ϕ) réduites (moyennes nulles et écarts-types unitaires) et statistiquement indépendantes. La transformation des variables physiques X_j en variables normales standardisées U_i est notée :

$$U_i = T_i(X_j) \quad [3]$$

L'opérateur $T(\cdot)$ est nommé *transformation iso-probabiliste*. Plusieurs transformations iso-probabilistes sont utilisées mais les plus courantes sont la transformation de Rosenblatt et celle de Nataf [DIT 96] ; leur principe est représenté sur la figure 1. La fonction de performance s'écrit alors :

$$G(X_i) = G(T_i^{-1}(U_j)) \equiv H(U_j) = 0 \quad [4]$$

L'indice de fiabilité β est représenté par la distance minimale entre l'origine et la fonction d'état limite $H(u_j)$ dans l'espace standard u_j . Cette distance définit un point P^* , dit *point de conception* (ou *point de défaillance le plus probable*).

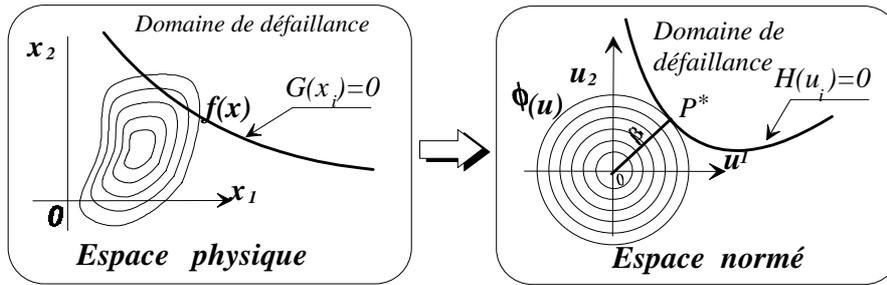


Figure 1. *Espaces physique et normé dans l'analyse de fiabilité*

L'indice β est calculé par la résolution d'un problème d'optimisation sous contrainte :

$$\beta = \min \sqrt{\sum_i T_i^2(x_j)} \quad \text{sous} \quad G(x_j) \leq 0 \quad [5]$$

Une première approximation de P_f est obtenue en remplaçant la fonction d'état limite $H(u_j)$ en P^* par un hyperplan tangent à la fonction d'état limite, c'est la Méthode de Fiabilité du Premier Ordre, **FORM** (*First Order Reliability Method*). La probabilité de défaillance FORM est alors approchée par la relation suivante :

$$P_f \approx \Phi(-\beta) \quad [6]$$

où $\Phi(\bullet)$ est la fonction de répartition normale réduite. Le degré de précision de cette expression est fonction de la non linéarité de la fonction d'état limite. Une meilleure approximation est obtenue en tenant compte des courbures de l'état limite, il s'agit des méthodes du second ordre **SORM** (*Second Order Reliability Method*).

3. Couplage éléments finis et fiabilité

La difficulté dans le couplage des modules éléments finis et fiabilité vient de la manipulation des deux espaces de travail : physique et normé (figure 2). Le calcul mécanique a lieu dans l'espace physique alors que le calcul fiabiliste s'effectue dans l'espace normé. Deux transformations successives sont donc nécessaires :

- le passage des données aux sollicitations : il s’agit de la transformation mécanique permettant l’évaluation de la fonction d’état limite ;
- le passage des variables aléatoires physiques aux variables gaussiennes centrées réduites : il s’agit de la transformation iso-probabiliste permettant de se ramener dans l’espace normé pour l’évaluation de l’indice de fiabilité.

Il est à rappeler que la réponse du système est implicite : pour chaque jeu de données on peut évaluer un seul point réponse. Dans une telle procédure, le coût du calcul est principalement dû au nombre d’appels aux calculs MEF nécessaires pour aboutir à la convergence ; en d’autres termes, le temps de l’analyse mécanique par éléments finis est beaucoup plus long que celui du traitement fiabiliste des informations.

Pour réaliser le couplage mécano-fiabiliste, différentes approches sont possibles [LEM 00]. Les critères de distinction sont la robustesse (*i.e.* stabilité de la convergence), l’efficacité (*i.e.* coût de calcul) et la capacité (*i.e.* nombre de variables aléatoires). D’une manière générale, il est difficile d’identifier une approche comme étant « la meilleure » ; les performances de chacune des deux méthodes dépendent de la structure étudiée.

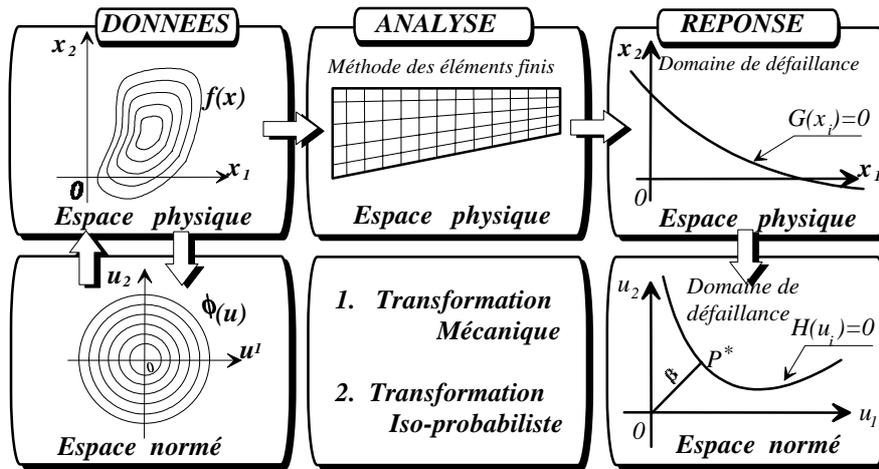


Figure 2. Schéma du couplage éléments finis et fiabilité

Pour l’analyse des aéro-réfrigérants, deux approches nous paraissent adaptées au couplage éléments finis et fiabilité :

- *Méthode directe* : elle est basée sur une évaluation des différents termes par appels directs au modèle éléments finis. Dans ce cas, le calcul des gradients se fait généralement par différences finies.

– *Méthode de surface de réponse* : elle est basée sur la construction d’une surface qui approxime localement la réponse mécanique. Dans le module fiabiliste, cette surface est appelée à la place du modèle éléments finis.

Dans ce qui suit, nous illustrons les principes de base de ces deux approches.

3.1. Méthode directe

Cette méthode est basée sur la recherche du point de défaillance le plus probable. Etant donné que la recherche doit être effectuée dans l’espace normé (figure 1), le pilotage du code MEF doit se faire dans cet espace. Dans la littérature [DER 91], des algorithmes spécialisés ont été développés pour mieux tenir compte de la spécificité du problème fiabiliste. Ces algorithmes sont basés sur l’utilisation des gradients pour déterminer la direction de recherche du point de conception (*i.e.* point de défaillance le plus probable). Dans ce schéma d’analyse, l’évaluation de la fonction de performance et de ses gradients nécessite un certain nombre d’appels au code EF. La probabilité de défaillance passe par les approximations FORM/SORM. Pour le calcul SORM, il faut faire des appels supplémentaires au code EF en vue de l’évaluation des courbures.

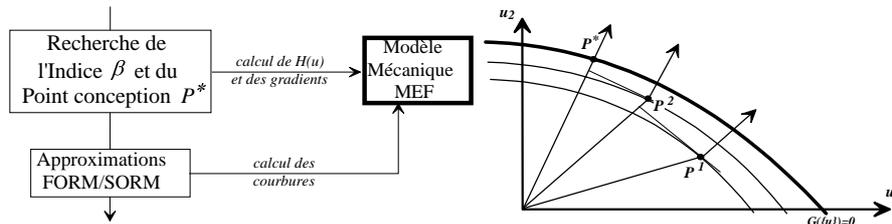


Figure 3. Calcul de la fiabilité par la méthode directe

Dans cette approche, l’analyse fiabiliste demande des informations locales autour du point de conception et non pas autour du point moyen de fonctionnement. Dans chaque itération de calcul « k », l’algorithme détermine une réalisation des variables aléatoires $x^{(k)}$, les appels au code EF permettent l’évaluation de l’état limite $G(x^{(k)})$ à partir du chargement $F(x^{(k)})$, de la rigidité $K(x^{(k)})$ et de la résistance $R(x^{(k)})$. Le calcul de $G(x^{(k)})$ nécessite le calcul des quantités intermédiaires, telles que les déplacements, les contraintes et les déformations. En notant S une de ces quantités, la transformation mécanique s’écrit :

$$G(x^{(k)}) = G(x^{(k)}, S(x^{(k)})) \quad [7]$$

La transformation iso-probabiliste permet de définir l’image dans l’espace normé :

$$H(u^{(k)}) = G(T^{-1}(u^{(k)})) = G(T^{-1}(u^{(k)}), S(T^{-1}(u^{(k)}))) \quad [8]$$

Ainsi, les gradients sont calculés par [MOH 98a] :

$$\frac{\partial H(u^{(k)})}{\partial u_i^{(k)}} = \frac{\partial G(x^{(k)}, S(x^{(k)}))}{\partial x_j^{(k)}} \frac{\partial T_j^{-1}(u^{(k)})}{\partial u_i^{(k)}} + \frac{\partial G(x^{(k)}, S(x^{(k)}))}{\partial S} \frac{\partial S(x^{(k)})}{\partial x_j^{(k)}} \frac{\partial T_j^{-1}(u^{(k)})}{\partial u_i^{(k)}} \quad [9]$$

L'évaluation de cette expression implique l'existence et l'unicité des dérivées de l'état limite $\partial G(x^{(k)}, S(x^{(k)})) / \partial x_j^{(k)}$ et $\partial G(x^{(k)}, S(x^{(k)})) / \partial S$, et surtout de la Jacobienne de la transformation iso-probabiliste $\partial T_j^{-1}(u^{(k)}) / \partial u_i^{(k)}$. Ces conditions ne sont pas toujours respectées au voisinage du point de conception qui se situe généralement en queue de distribution probabiliste.

Du point de vue numérique, le calcul des gradients se fait par différences finies avant ; à chaque itération, ce processus nécessite « $n+1$ » appels au code éléments finis pour « n » variables aléatoires. Le coût global de calcul est donc proportionnel au produit du nombre de variables par le nombre d'itérations.

3.2. Méthode des surfaces de réponse

La méthode de surface de réponse consiste à substituer le modèle mécanique (implicite) par une approximation explicite qui facilitera l'évaluation de la fiabilité [FAR 89, PEN 00a]. Comme l'illustre la figure 4, le schéma de l'analyse consiste à construire une surface de réponse à partir d'un certain nombre d'appels au code EF. La recherche du point de conception se fait sur la surface de réponse. Autour de ce point, une nouvelle surface est construite et ainsi de suite jusqu'à la convergence. Les approximations FORM/SORM sont faites sur la fonction explicite de la surface de réponse. Dans notre travail, un plan d'expériences est effectué dans l'espace normé afin de permettre la construction d'une surface de réponse quadratique.

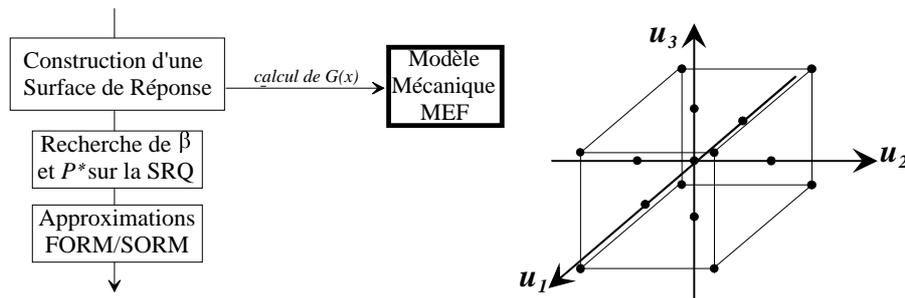


Figure 4. Calcul de la fiabilité par la méthode de surface de réponse

A l'aide de la transformation iso-probabiliste, nous effectuons le retour à l'espace physique. Pour chaque jeu de données $x^{(k)}$, un calcul EF est réalisé pour l'évaluation de la fonction d'état limite $G(x^{(k)}) = H(u^{(k)})$. Nous recherchons donc la surface de réponse $Q^{(k)}(u)$ qui approxime au mieux la fonction réelle $H(u^{(k)})$, évaluée en $u^{(k)}$.

Cette approximation de la fonction de performance est donnée par une fonction polynomiale de degré 2 :

$$\underbrace{H(u^{(k)})}_{\substack{\text{réalisation} \\ \text{de l'état limite}}} \approx Q^{(k)}(u) = \underbrace{c^{(k)} + \sum_{i=1}^n a_i^{(k)} u_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij}^{(k)} u_i u_j}_{\text{Etat limite approché en } u^{(k)}} \quad [10]$$

A l'aide de la régression quadratique, l'algorithme cherche à actualiser les coefficients du polynôme $c^{(k)}$, $a_i^{(k)}$ et $b_{ij}^{(k)}$. Pour cela, un plan d'expériences numériques est nécessaire pour obtenir un ensemble suffisant de réalisations. Une fois obtenu, cet état limite approché $Q^{(k)}(u)$ est utilisé pour la recherche du point de conception par une programmation quadratique séquentielle. Ce qui donne une nouvelle estimation de l'indice de fiabilité $\beta^{(k+1)}$ et du point de conception $u^{(k+1)}$. Un nouveau plan d'expériences est construit autour du point trouvé $u^{(k+1)}$ en vue du calcul de l'itération suivante conduisant à $Q^{(k+1)}(u)$, et ainsi de suite jusqu'à la convergence au point de conception u^* . Un facteur de zoom est introduit pour permettre à l'utilisateur de concentrer le plan d'expériences autour du point de conception lors des itérations.

Du point de vue numérique, la méthode de surface de réponse nécessite au moins « $(n+1)(n+2)/2$ » appels au code éléments finis pour construire la surface de réponse pour la première itération. Mais dans les itérations suivantes, le nombre de calculs EF peut être réduit en utilisant certaines expériences des itérations précédentes [SCH 91].

D'une manière générale, le choix entre la méthode directe et la méthode de surface de réponse dépend du système à étudier. Du point de vue algorithmique, la méthode directe se base sur une information locale, alors que la méthode de surface de réponse construit une information plus globale. Cela dit, la précision de la méthode directe peut être déstabilisée par des erreurs excessives dans le calcul des gradients. D'un autre côté, la méthode de surface de réponse est généralement moins précise localement, mais elle permet de franchir les points où la réponse peut ne pas être dérivable. Du point de vue numérique, le schéma de base consiste à calculer les gradients par différences finies pour la méthode directe et à construire un nouveau plan d'expériences pour la méthode de surface de réponse. Dans ce schéma de base, le coût de cette dernière est quasi quadratique en fonction du nombre de variables, ce qui rend la méthode directe plus intéressante pour un grand nombre de variables. Dans le schéma amélioré, les opérateurs de sensibilité permettent le calcul direct des gradients et les expériences effectuées sont réutilisées pour la nouvelle surface. Dans ce cas, l'économie de calcul peut être avantageuse pour la méthode de surface de

réponse, surtout lorsque la réponse mécanique présente de *fortes courbures*. Il est possible qu'un schéma mixte nous conduise à bénéficier des avantages des deux approches (voir par exemple [MOH 99b]).

3.3. Couplage des logiciels RYFES et ANSYS

Dans le schéma de couplage mécano-fiabiliste [MOH 98b], un protocole de dialogue doit se mettre en place entre le code éléments finis et le code fiabiliste. Le pilotage doit se faire par le module fiabiliste. A chaque itération de recherche du *point de conception*, le transfert d'informations est nécessaire entre les deux modules : le code fiabiliste transmet au code EF les réalisations des variables aléatoires avec lesquelles l'analyse mécanique doit se faire et à la fin du calcul EF, la réponse est intégrée dans le code fiabiliste pour le calcul de la fonction de performance. Cette interactivité est indispensable pour permettre au module fiabiliste de définir sa stratégie de recherche de l'indice β . Dans cette étude, nous avons utilisé un couplage externe avec un code EF commercial ANSYSTM [ANS 98] ; le protocole de dialogue est automatisé grâce au logiciel RYFES [MOH 99a] afin de réduire le temps d'analyse.

RYFES est conçu pour la résolution de problèmes fiabilistes où l'état limite peut être soit explicite, soit implicite. Son schéma de fonctionnement est illustré sur la figure 5. Dans un premier temps, le modèle mécanique est analysé par RYFES afin d'identifier les variables de base susceptibles d'être probabilisées. L'utilisateur attribue à chacune des variables aléatoires sa loi de distribution et les paramètres associés.

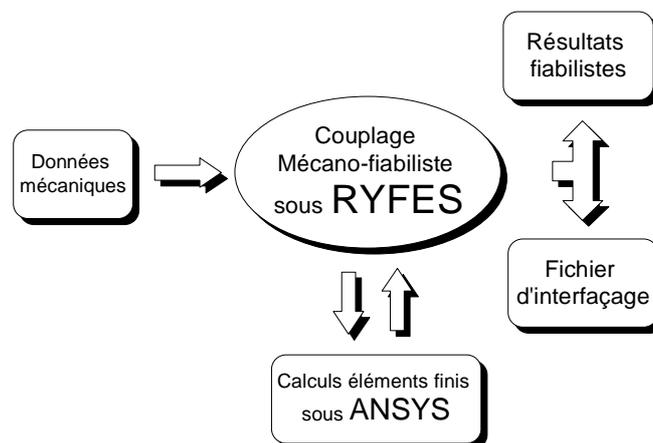


Figure 5. Schéma du couplage RYFES-ANSYS

Dès la définition de l'état limite, RYFES formule le modèle mécano-fiabiliste [MOH 98b] et lance le calcul de fiabilité avec une des deux méthodes présentées dans les paragraphes précédents. Pendant cette phase, des appels au code ANSYSTM sont effectués automatiquement et les échanges d'informations se font entre les deux logiciels [MOH 96]. Les résultats du calcul donnent l'indice de fiabilité, les sensibilités des variables et la configuration mécanique la plus défavorable. Des fichiers d'interface permettent l'exploitation des résultats sur d'autres outils généralistes (statistiques, graphiques...).

4. Présentation de la structure étudiée

4.1. Configuration

Cette étude concerne une tour de refroidissement de centrale nucléaire exploitée par EDF (figure 6). L'ouvrage, construit en béton armé, est composé d'une coque supportée par 52 paires de colonnes inclinées. Il culmine à environ 165 mètres et son diamètre extérieur évolue entre 122 et 85 mètres. Sur sa majeure partie, la coque présente une épaisseur variant de 21 à 32 centimètres. Elle est rigidifiée en partie haute par une galerie de visite et en partie basse par une poutre de renfort, de 90 et 120 centimètres d'épaisseur respectivement. La géométrie, telle que définie par les plans de coffrage, présente quelques irrégularités. Il a été décidé d'idéaliser le tracé par une courbe calibrée par la méthode des moindres carrés. L'expression du rayon moyen R_m de la surface en fonction de l'altitude z est :

$$R_m = -0,00263.z + 0,2986\sqrt{(z - 126,74)^2 + 2694,5} + 23,333 \quad [11]$$

avec R_m et z exprimés en mètres.

La liaison entre les fondations et la coque est réalisée par l'intermédiaire d'un supportage constitué de poteaux, disposés sur les premières constructions, en diagonales sous forme de V. Ces poteaux reposent sur une semelle annulaire dimensionnée pour reprendre principalement les efforts radiaux engendrés par le poids de la tour. Les efforts verticaux sont repris par les fondations constituées de longs pieux permettant de prendre appui sur des sols plus homogènes et résistants, situés à des niveaux inférieurs.

4.2. Comportement mécanique des matériaux

Selon les indications portées sur les plans, l'ouvrage a été réalisé à l'aide d'un béton dosé à 350 kg/m³ de ciment CPF400, de résistance nominale égale à 300 bars à 28 jours. Compte tenu des règles CCBA en vigueur, la résistance moyenne peut être estimée à $f_{cm} = 40$ MPa. Les caractéristiques mécaniques des matériaux sont données dans le tableau 1.

	Propriété	Valeur caractéristique
Béton	Masse volumique ρ	2500 kg/m ³
	Résistance en compression f_{cj}	40 MPa
	Résistance en traction R_t	$0,6 + 0,06 f_{cj}$
	Module d'Young E	$11000 f_{cj}^{1/3}$ MPa
	Limite de compression ultime f_{bu}	$0,85 f_{cj}$
Acier	Module d'Young E_s	200 000 MPa
	Limite élastique f_y	420 MPa

Tableau 1. *Caractéristiques des matériaux utilisés*

La coque est armée de manière identique sur chaque face d'un double réseau de barres verticales et de cerces horizontales. Le pourcentage d'acier moyen en volume est de l'ordre de 0,16 % pour le premier et de 0,40 % pour le second. Il est ensuite sensiblement uniforme sur toute la hauteur de l'ouvrage (excepté pour les renforts d'extrémités).

4.3. Modélisation par éléments finis

La coque est modélisée par des éléments finis de type coque mince à 8 nœuds dont l'épaisseur varie selon la hauteur (figure 6). L'hypothèse de coque mince est justifiée par les données géométriques de l'ouvrage $h/Rm < 400$, où h est l'épaisseur de la coque et Rm est le rayon moyen de courbure. La coque est réalisée en 61 levées : 1 levée de 1,207 m pour le linteau (poutre de renfort), 58 levées identiques de 2,6 m et 2 levées de 0,9695 m pour la galerie (couronnement). Après une étude de précision du maillage, un seul élément par levée nous permet d'obtenir des résultats très satisfaisants. Dans toute l'étude, il est appelé *point col* l'ensemble de points où le rayon moyen du voile est le plus faible : cet ensemble correspond à la discrétisation située à l'altitude $z = 126,648$ m, avec un azimut variant entre 0 et 360°. La modélisation du supportage constitué de poteaux de section circulaire de rayon 0,25 m, est effectuée par des éléments de poutre à 2 nœuds avec 6 degrés de liberté par nœud. Le modèle est ainsi formé de $104 \times 61 = 6344$ éléments de coque et de 104 éléments de poutre ; ce qui correspond à 19292 nœuds et 115752 degrés de liberté.

Compte tenu du faible taux de ferrailage, la structure est supposée homogène. De plus, le comportement différé du béton (*i.e.* retrait et fluage) n'est pas pris en compte puisque le béton armé est supposé suivre une loi élastique linéaire isotrope. Par ailleurs, les effets dus à la construction sont également négligés. Les paramètres de la loi de comportement du béton ont été ajustés pour tenir compte de l'influence des armatures en acier.

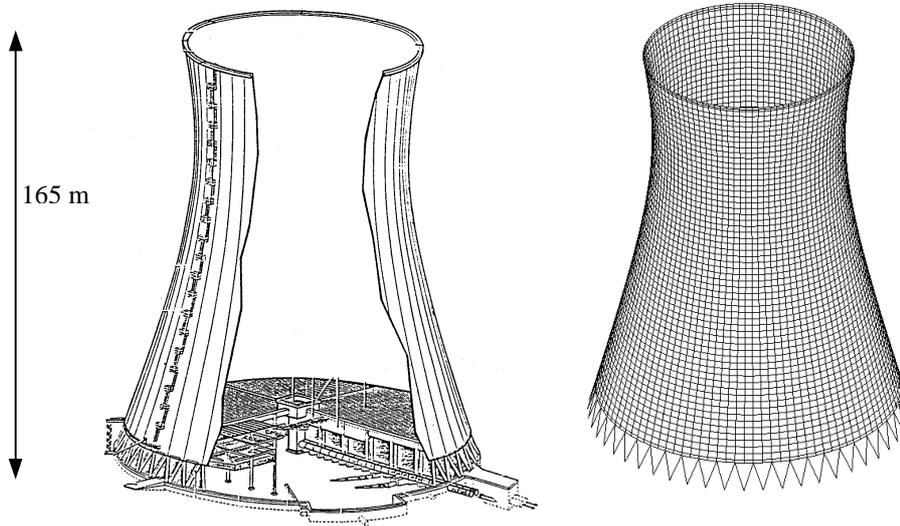


Figure 6. Schéma de l'aéro-réfrigérant et maillage éléments finis

4.4. Chargement extérieur

Le chargement pris en compte dans cette étude est obtenu par la combinaison des cas de chargement détaillés ci-dessous.

4.4.1. Poids propre

Le poids propre de la structure est calculé sur la base d'une masse volumique du béton armé de $\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$.

4.4.2. Charge du vent

La pression du vent sur l'aéro-réfrigérant est variable sur la circonférence et sur la hauteur. Elle est exprimée par :

$$q(z, \theta) = K_g \cdot K_s \cdot \delta \cdot \beta \cdot q_h(z) \cdot g(\theta) \quad [12]$$

avec K_g le coefficient de groupe, K_s le coefficient de site, δ le coefficient de dimension, β le coefficient dynamique, $q_h(z)$ traduit la variation en fonction de l'altitude $q_h(z) = Pc(z+18)/(z+60)$ et $g(\theta)$ traduit la variation azimutale en fonction de l'angle θ (figure 7). Pc représente la pression du vent au sommet de la tour.

Une dépression est appliquée sur la paroi interne avec une amplitude égale à 40% de la force du vent en haut de la tour : $Dep=0,4 Pc$. Du point de vue fluctuation, la

dépression interne et la force du vent sont deux paramètres statistiquement dépendants puisque cette dépression interne est proportionnelle à l'intensité du vent. Sur le modèle éléments finis, ces efforts sont appliqués comme une pression uniforme sur chaque élément. Pour l'amplitude de pression, elle est obtenue par les formules de $q_h(z)$ et $g(\theta)$, où les paramètres θ et z sont évalués au centre de l'élément.

4.4.3. Gradient thermique

Alors que la température à l'intérieur de la tour peut être supposée uniforme pendant le fonctionnement et l'arrêt du refroidissement, la température extérieure évolue en fonction de la saison et du degré d'exposition au soleil et au vent. Cette variabilité temporelle et spatiale de la température est simplifiée en prenant les situations extrêmes rencontrées en hiver.

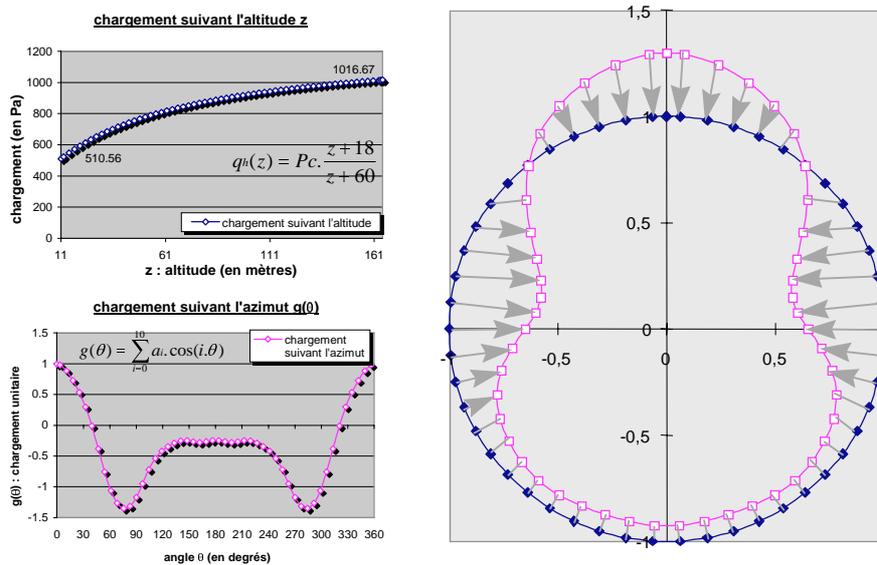


Figure 7. Variation méridienne et azimutale de la pression du vent

Ainsi, la température intérieure est considérée axisymétrique et constante sur la hauteur de la tour. Quant à la température extérieure, elle est calculée grâce aux gradients thermiques illustrés sur la figure 8a, pour les conditions d'arrêt et de fonctionnement ; ces gradients sont exprimés par :

$$\begin{aligned} \Delta T(\theta) &= 12,43.\cos(\theta) - 5,57 && \text{en fonctionnement} \\ \Delta T(\theta) &= 2,33.\cos(\theta) + 12,47 && \text{A l'arrêt} \end{aligned}$$

Dans le modèle éléments finis, les températures sont directement appliquées à chacun des nœuds du maillage en fonction de leur azimut θ .

4.4.4. Tassement différentiel

Au cours de la construction, l'augmentation progressive du poids fait apparaître le tassement différentiel. Après la construction, le phénomène s'intensifie par fluage et par évolution des caractéristiques des sols (humidité, température...). La figure 8b illustre les mesures effectuées par EDF au niveau de la fondation de l'ouvrage. Dans le modèle EF, ces valeurs sont appliquées aux pieds des poteaux de supportage sous la forme d'un déplacement vertical imposé.

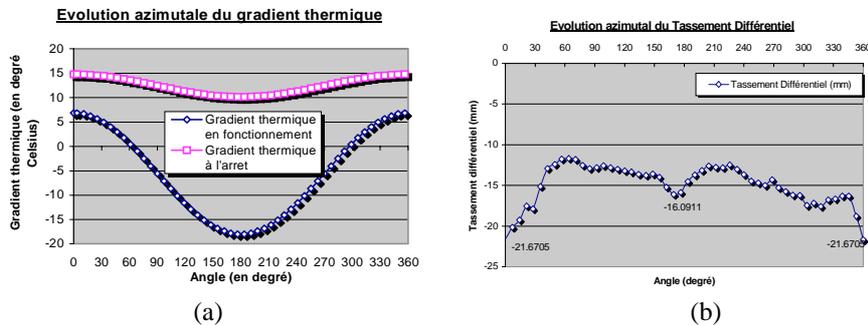


Figure 8. Evolution du chargement thermique et du tassement de la semelle

5. Validation du modèle mécanique

La validation du modèle mécanique est effectuée en appliquant pas-à-pas les différents cas de chargement. A chaque étape, les résultats sont comparés à ceux obtenus par EDF et le CEA qui ont mené des analyses parallèles permettant de confronter les résultats des différents outils de calcul.

5.1. Chargement du vent

Dans ce cas de chargement, nous considérons le poids propre, le vent et la dépression interne. La figure 9 montre que le pourcentage d'écart entre les résultats des logiciels Ansys [ANS 98] (notés IFMA) et Castem2000 [CAS 99] (notés CEA) ne dépasse pas 2 % sur les déplacements.

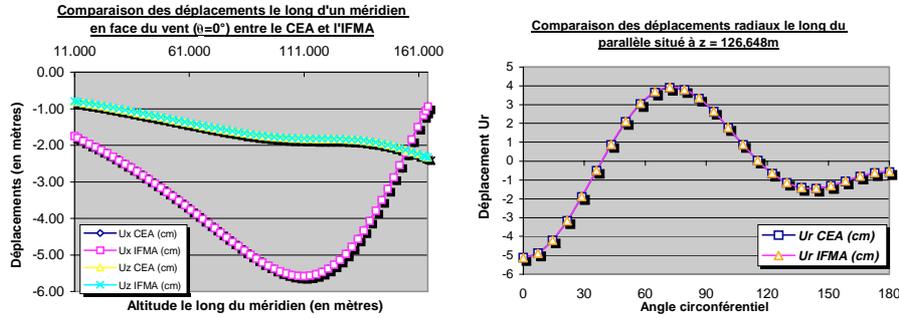


Figure 9. Comparaison des déplacements calculés par ANSYS et CASTEM2000

5.2. Introduction du tassement différentiel

L'introduction du tassement différentiel dans le modèle introduit une dissymétrie dans le système, qui s'exprime essentiellement par l'évolution des déplacements (figure 10). Au point col, l'augmentation des contraintes est égale à 13,7 %. Dans le reste de la structure, la modification de l'état de sollicitation reste inférieure à ce seuil.

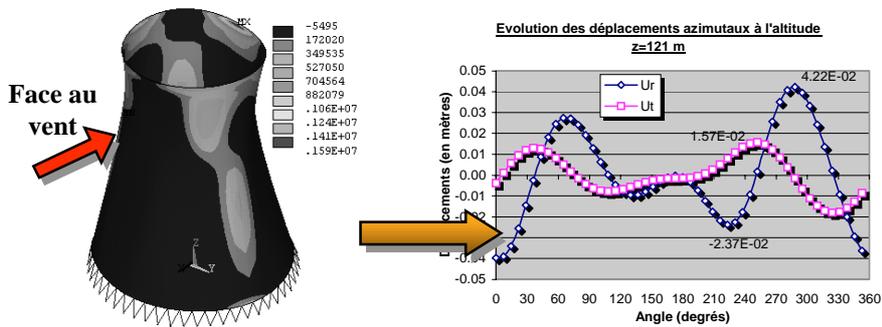


Figure 10. Contrainte et déplacement dû au tassement différentiel

5.3. Chargement complet

L'introduction du gradient thermique modifie complètement le comportement mécanique du système. La figure 11 illustre la combinaison des effets des chargements thermiques et mécaniques.

Les résultats mécaniques montrent que le gradient thermique est le chargement prépondérant puisqu'il engendre plus de 50 % des contraintes observées.

L'évolution de l'état de sollicitation en traction est très significative. Il est également observé que la présence des défauts géométriques augmente les contraintes dans cette zone ; néanmoins, cette augmentation reste inférieure à 10 %.

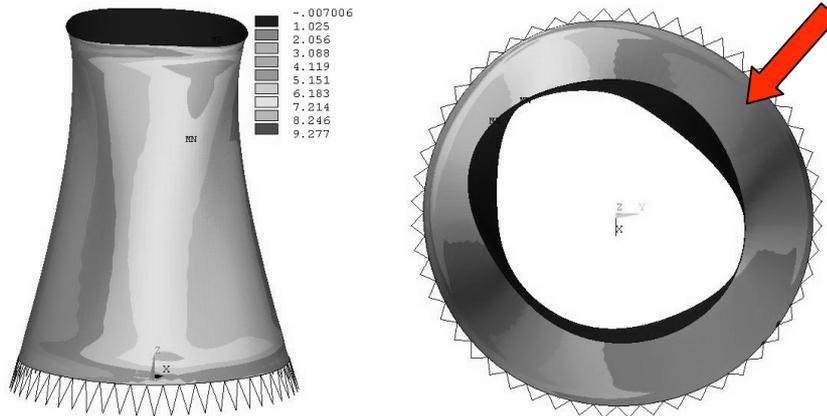


Figure 11. *Contrainte due au chargement complet*

Afin de vérifier le bon fonctionnement de notre modèle, nous avons réalisé une comparaison avec les logiciels Code_ASTER [COD 99], développé par EDF, et CASTEM2000 [CAS 99], développé par le CEA. Les déplacements obtenus par les différents logiciels présentent une cohérence globale, avec des écarts maximaux inférieurs à 12 % [MIL 00].

6. Analyse de la fiabilité

L'analyse de la fiabilité de l'aéro-réfrigérant consiste à étudier l'influence des incertitudes sur la tenue de l'ouvrage. L'importance de ces ouvrages a suscité des travaux plus ou moins approfondis (voir par exemple [CHM 96, LIA 96]). L'étude fiabiliste implique le couplage du modèle éléments finis présenté ci-dessus avec un modèle fiabiliste constitué d'une description probabiliste des variables et d'un ou plusieurs scénarios de défaillance potentiels. Dans cette étude, deux scénarios de défaillance sont considérés : l'*Etat-Limite de Service (ELS)* correspondant au dépassement de la résistance en traction du béton au niveau du col et l'*Etat-Limite Ultime (ELU)* représentant la ruine d'une coupe verticale dans la zone la plus sollicitée de la coque.

6.1. Fiabilité à l'état limite de service ELS

Afin de pouvoir identifier l'influence de chacun des chargements sur la fiabilité de la structure, nous procédons par étapes de chargement (vent, tassement, température) pour lesquelles nous évaluons les niveaux de fiabilité associés.

6.1.1. Scénario de défaillance à l'ELS

L'état limite de service correspond au mode de fissuration engendré par le dépassement de la résistance en traction du béton au point le plus sollicité du col. Pour ce mode de défaillance, la fonction d'état limite s'écrit :

$$G(x) = R_t - \sigma_{t_{\max}} (Rm = 126,648 \text{ m}, \theta = 57,6^\circ) \quad [13]$$

où R_t est la résistance en traction du béton et $\sigma_{t_{\max}}(\bullet)$ est la contrainte principale de traction au point col situé aux coordonnées : $Rm = 126,648 \text{ m}$, azimut $\theta = 57,6^\circ$.

6.1.2. Modèle probabiliste

La modélisation probabiliste des variables est établie sur la base de résultats courants pour des échantillons de 20 spécimens pour les données matériau. Les variables utilisées pour ce scénario sont récapitulées dans le tableau 2.

Variable	Loi	Moyenne	Coefficient de variation
Module d'Young : E	lognormale	33000 MPa	15 %
Coefficient de Poisson : ν	lognormale	0,2	15 %
Résistance à la traction du béton : R_t	lognormale	3 MPa	15 %
Masse volumique du béton : ρ	normale tronquée à 1800 et 3000	2500 kg/m ³	10 %
Pression du vent au sommet de la tour : P_c	lognormale	500 Pa	30 %
Température interne en fonctionnement : T_{if}	normale tronquée à 10°C et 40°C	30°C	20 %
Température interne à l'arrêt : T_{ia}	normale	20°C	20 %
Épaisseur au point col : Col	lognormale	0,21 m	15 %

Tableau 2. Variables aléatoires dans l'analyse à l'ELS

6.1.3. Fiabilité vis-à-vis du vent

Les résultats de l'analyse de fiabilité sont donnés dans le tableau 3. Pour les lois lognormales indiquées ci-dessus, les résultats des deux méthodes fiabilistes sont similaires, tant en évolution qu'en amplitude, et ceci à tous les niveaux : indice de fiabilité (0,4 % d'écart), probabilité de défaillance et coordonnées du point de conception. Pour ce type de chargement, le niveau de fiabilité paraît très élevé $P_f \approx 10^{-10}$ (i.e. $\beta = 6,22$). Quant au coût de calcul, la méthode directe s'avère plus efficace que la méthode de surface de réponse : 24 appels EF pour la première contre 64 pour la deuxième.

Pour étudier l'influence du choix de la loi de distribution, l'analyse de fiabilité est effectuée en supposant que les lois lognormales sont substituées par des lois normales (avec les mêmes paramètres). La comparaison des résultats (tableau 3) montre que la définition des variables fiabilistes joue un rôle primordial sur les résultats fiabilistes. Des différences prononcées sont observées tant au niveau de l'indice de fiabilité β (20 % d'écart) que des coordonnées du point de conception. Une attention particulière doit donc être accordée à la définition des variables aléatoires, afin d'obtenir des résultats représentatifs de la fiabilité réelle de la structure.

Variables	Lois lognormales			Lois normales	
	Méthode directe	Méthode des surfaces de réponse	% écart	Méthode directe	% écart
P_c	1182,8	1184,1	0,12	850,7	28,07
Col	0,2100	0,2098	0,07	0,21	0,08
R_t	1,598	1,58917	0,53	1,02	35,93
E	32635	32674	0,12	33000	1,12
ν	0,2161	0,1998	7,58	0,21	2,71
ρ	2291,5	2303,0	0,50	2393,5	4,45
β	6,22	6,24	0,34	4,99	19,78
P_f	$2,47 \times 10^{-10}$	$2,16 \times 10^{-10}$	12,66	$3,01 \times 10^{-7}$	121687
Appels MEF	24	64	166		
Temps CPU	2015 s	5564 s	176		

Tableau 3. Résultats de l'analyse fiabiliste sous le chargement du vent

6.1.4. Prise en compte du tassement différentiel

L'introduction du tassement différentiel ne perturbe pas le comportement fiabiliste de la structure, puisque l'indice de fiabilité ne varie que de 2,6 % (6,06 au lieu de 6,22). Le point de défaillance le plus probable est sensiblement identique à celui de la section 5.1.3, à la seule exception de la variable E (module d'Young du béton) qui prend plus d'importance dans le comportement fiabiliste de la structure.

L'augmentation de cette variable aléatoire est défavorable à la fiabilité de la structure puisqu'elle entraîne l'augmentation de P_f . Toutefois, cette variable reste beaucoup moins néfaste que la force du vent P_c .

6.1.5. Fiabilité sous le chargement complet

Pour le chargement complet, le point critique au niveau du col ($R_m = 126,648$) est déplacé en $\theta = 28,8^\circ$. Deux situations ont été considérées : la première correspond à un vent moyen $m_{P_c} = 254$ Pa et la deuxième correspond à un vent extrême $m_{P_c} = 500$ Pa. Pour ces deux cas, les résultats sont donnés dans le tableau 4. Le niveau de fiabilité se place à $\beta = 2,79$ pour $m_{P_c} = 250$ Pa. et à $\beta = 2,46$ pour $m_{P_c} = 500$ Pa ; ce qui correspond à une probabilité de défaillance de $P_f = 0,3$ % et $P_f = 0,7$ %, respectivement.

Variables	Chargement complet avec $m_{P_c} = 250$ Pa			Chargement complet Avec $m_{P_c} = 500$ Pa		
	Méthode directe	Méthode de surface de réponse	% écart	Méthode directe	Méthode de surface de réponse	% écart
P_c	258,9	266,3	2,86	611,3	623,8	2,05
T_{if}	29,62	29,57	0,14	29,62	29,55	0,23
T_{ia}	20,00	19,86	0,68	20,00	19,89	0,57
Col	0,21	0,2099	0,01	0,2098	0,2098	0,00
R_t	2,28	2,25	1,37	2,33	2,32	0,73
E	43712	43802	0,13	40974	40831	0,52
ν	0,24	0,23	4,66	0,228	0,221	2,81
ρ	2461,4	2453,1	0,34	2435,8	2436,6	0,03
β	2,79	2,82	1,06	2,46	2,43	0,97
P_f	$2,6 \times 10^{-3}$	$2,4 \times 10^{-3}$	8,79	$7,04 \times 10^{-3}$	$7,51 \times 10^{-3}$	6,79
Appels MEF	30	51	70			
Temps CPU	4549 s	15495 s	240			

Tableau 4. Résultats de l'analyse fiabiliste sous le chargement complet

Le gradient thermique est manifestement le chargement le plus important pour l'intégrité de l'ouvrage. La probabilité de défaillance P_f augmente considérablement à cause de l'augmentation des contraintes de traction engendrée par l'effet thermique.

La comparaison des deux méthodes montre une bonne concordance des résultats fiabilistes (les écarts sont en moyenne autour de 1 %). Au niveau de l'efficacité numérique, la méthode de surface de réponse est plus coûteuse que la méthode

directe. L'écart en temps de calcul est d'autant plus important qu'un plan d'expérience numérique est nécessaire à chaque itération. Vu la régularité de la réponse mécano-fiabiliste, il est préférable de privilégier la méthode directe dans l'analyse de ce scénario de défaillance. De plus, la méthode directe fournit de meilleurs résultats puisqu'elle utilise directement la réponse locale de la structure, sans l'intervention d'approximations supplémentaires.

Comme nous l'avons indiqué dans la section 2.2, le choix d'une méthode dépend principalement de deux paramètres : nombre de variables et régularité de la réponse. Dans le cas de l'aéro-réfrigérant, nous avons 8 variables et une faible courbure de la réponse, ce qui justifie l'efficacité de la méthode directe par rapport à la surface de réponse. Bien entendu, ce bilan n'est pas définitif et peut s'inverser lorsque de nouvelles modélisations sont considérées, telles que la fissuration et la non-linéarité géométrique.

6.1.6. Importance des paramètres de distribution

Pour le cas du chargement complet, nous illustrons sur la figure 12 les facteurs d'importance de la moyenne m_x et de l'écart-type σ_x des différentes variables du système. Nous introduisons la notion d'*élasticité d'un paramètre* par la sensibilité adimensionnelle de l'indice ; elle s'écrit par la dérivée de β par rapport au paramètre pondérée par le rapport du paramètre sur la valeur de l'indice :

$$e_{m_x} = \frac{\partial \beta}{\partial m_x} \frac{m_x}{\beta} \quad \text{et} \quad e_{\sigma_x} = \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_x} \frac{\sigma_x}{\beta} \quad [14]$$

où e_{m_x} et e_{σ_x} sont respectivement les élasticités de la moyenne et de l'écart-type.

Au niveau des moyennes des variables aléatoires, nous remarquons que l'augmentation de la valeur moyenne de Rt (résistance en traction du béton), de col (épaisseur du point col) et de ρ (masse volumique du béton) entraîne une augmentation de l'indice fiabiliste β . Parmi ces variables, la moyenne de Rt est plus influente que la moyenne des autres variables aléatoires sur la probabilité de défaillance. Par contre, l'augmentation des moyennes de Pc (force du vent), de E (module d'Young du béton armé) ou de ν (coefficient de poisson du béton) entraîne une diminution du niveau de fiabilité (*i.e.* augmentation de la probabilité de défaillance). La dominance du chargement thermique se reflète sur l'importance de la moyenne de E qui devient la variable aléatoire la plus pénalisante sur la fiabilité structurale.

Au niveau des écarts-types, seuls ceux de ν et col sont très défavorables à la fiabilité structurale, avec une nette dominance de l'épaisseur de la coque au niveau du col.

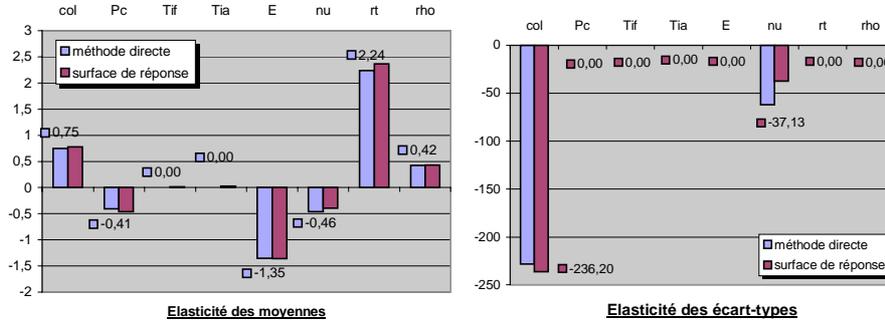


Figure 12. Importance des paramètres de distribution des variables aléatoires

6.2. Fiabilité à l'état limite ultime ELU

Ayant effectué la comparaison des méthodes de couplage, nous nous intéressons dans ce qui suit à l'évaluation de la fiabilité vis-à-vis de la rupture élastoplastique de la section la plus sollicitée de la coque.

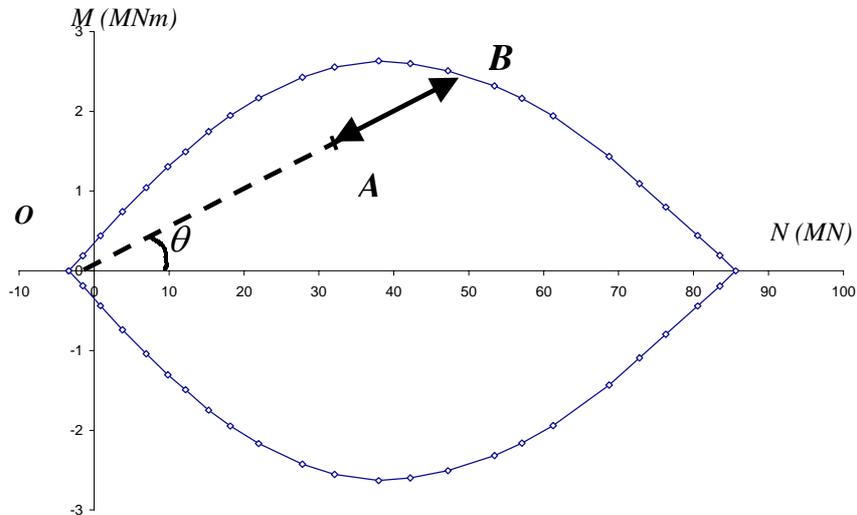


Figure 13. Diagramme d'interaction et marge de sécurité

6.2.1. Scénario de défaillance à l'ELU

Pour la zone étudiée, les efforts moteurs sont représentés par l'effort normal et le moment fléchissant sur une hauteur de 10,4 m selon le méridien à 238°. L'analyse

fiabiliste porte sur le respect de la marge de sécurité entre les efforts moteurs et la capacité ultime de la zone étudiée. La figure 13 illustre cette marge par la distance AB entre le point de fonctionnement (point « A ») et le diagramme d'interaction (point « B ») ; elle s'exprime par :

$$G = (M_u^2 + (N_u \cdot h)^2) - (M_{app}^2 + (N_{app} \cdot h)^2) \quad [15]$$

où (M_u, N_u) sont les efforts ultimes, (M_{app}, N_{app}) sont les efforts moteurs dans la section étudiée (ces efforts sont calculés par éléments finis) et h est l'épaisseur de la coque.

Variable aléatoire	Loi	Moyenne	Coefficient de variation
Résistance du béton f_{cj}	Log-normale	40 MPa	11 %
Limite élastique des aciers f_y	Log-normale	420 MPa	5 %
Masse volumique du béton ρ	Normale tronquée	2500 kg/m ³	10 %
Pression du vent P_c	Normale	700 Pa	30 %
Coefficient de dilatation thermique α	Normale tronquée	0,7e-5	10 %

Tableau 5. Description des variables aléatoires pour l'ELU

Variable	Moyenne	Point de conception
f_{cj} (MPa)	40	42
f_y (MPa)	420	407,5
ρ (kg/m ³)	2500	2400
P_c (Pa)	700	720
α (10 ⁻⁵)	0,7	0,79
	β	1,57
	P_r	0,058

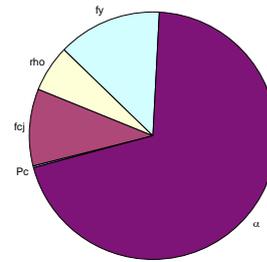


Figure 14. Importance des variables sur la fiabilité

Tableau 6. Résultats fiabilistes à l'ELU

6.2.2. Modèle probabiliste

La modélisation probabiliste des variables est donnée dans le tableau 5. Les résultats fiabilistes montrent un indice de fiabilité de 1,57, ce qui correspond à une

probabilité de défaillance conditionnelle de 5,8 %. Le tableau 6 donne la position du point de conception. L'importance des variables aléatoires est illustrée sur la figure 14, où le coefficient de dilatation thermique est désigné comme étant la variable la plus pénalisante. Il est donc indispensable d'améliorer la qualité des connaissances sur le phénomène de dilatation thermique, afin de prendre des mesures judicieuses pour maintenir la fiabilité de la structure.

7. Conclusion

La fiabilité des aéro-réfrigérants dépend des incertitudes et fluctuations qui conditionnent leur comportement tout le long de leur durée de vie. La quantification de cette fiabilité est indispensable pour l'identification de la nocivité des actions et des défauts régissant la structure. Le couplage éléments finis et fiabilité est donc essentiel pour l'analyse des structures de cette complexité. La comparaison de deux méthodes de couplage : méthode directe et méthode de surfaces de réponse, conduit à des résultats fiabilistes similaires. Néanmoins, le coût de calcul engendré par la méthode des surfaces de réponse est beaucoup plus important par rapport à la méthode directe.

Conformément aux résultats déterministes, l'analyse de la fiabilité montre que le gradient thermique est l'effort ayant le plus d'impact sur l'intégrité de la structure, bien devant la force du vent.

Par rapport à l'état limite de service, le niveau de fiabilité obtenu semble satisfaisant au point de calcul considéré. La résistance en traction du béton s'avère la variable aléatoire dont la variation affecte le plus la probabilité de défaillance du système. De même, le module d'Young du béton représente la variable dont l'augmentation pénalise le plus le niveau de fiabilité structurale.

Par rapport à l'état limite ultime, le coefficient de dilatation thermique est manifestement le paramètre le plus significatif sur la fiabilité structurale. Cette dernière pourrait être améliorée en diminuant le gradient de température, au moyen, par exemple, d'une isolation thermique efficace de la coque.

Cette étude est en cours de perfectionnement au moyen d'une modélisation plus fine du comportement non linéaire et orthotrope du béton armé, avec la prise en compte des effets du fluage sur la tenue mécanique du matériau vieillissant. Sur le plan fiabiliste, les méthodes de couplage peuvent être améliorées par l'intégration des opérateurs de gradient et par l'utilisation d'une base de données des expériences numériques. De plus, une description complète du système implique l'utilisation de processus stochastiques pour représenter l'évolution spatiale et temporelle des différentes variables.

Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier Electricité de France pour le soutien financier de ces travaux de recherche.

8. Bibliographie

- [ANS 98] ANSYS 5.4, *User's Manual*, Ansys Inc., USA, 1998.
- [CAS 00] CASTEM 2000, *Code de calcul des structures par éléments finis*, CEA, France, 1999.
- [CHM 96] CHMIELEWSKI T., GOLCZYCK M., « On structural reliability of natural draught cooling towers », *In Wittek and Krätzig Eds, Natural draught cooling towers*, 1996, p. 369-373, Balkema.
- [COD 99] CODE_ASTER, *Code de calcul des structures par éléments finis*, EDF, Département MMN, France, 1999.
- [DIT 96] DITLEVSEN O., MADSEN H.O., *Structural reliability methods*, John Wiley & Sons, N.Y., 1996.
- [FAR 89] FARAVELLI L., « Response surface approach for reliability analysis », *International Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, vol. 12, n° 115, 1989.
- [FLA 96] FLAGA A., « Standardization problems of combination of wind, thermal and dead loads on cooling towers », *In Wittek and Krätzig Eds, Natural Draught cooling towers*, 1996, p. 313-320, Balkema.
- [KRI 89] KRINGS W., « The calculation of geometrically imperfect shells of revolution by means of membrane theory », *In IASS*, 1989, p145-153, Paris.
- [LEM 00] LEMAIRE M., MOHAMED A., « Finite element and reliability : a happy marriage ? », *9th IFIP WG 7.5 - Reliability and Optimization of Structural Systems*, edited by: Nowak A. and Szerszen M., University of Michigan, Ann Arbor, 2000.
- [LIA 96] LIAO W., LU W., « Reliability of natural-draught hyperbolic cooling towers ». *In Wittek and Krätzig Eds, Natural draught cooling towers*, 1996, Rotterdam, p. 389-394, Balkema.
- [MIL 00] MILLARD A., GOSSE G., HEINFLING G., DEFAUX G., MOHAMED A., « Reliability analysis of a reinforced concrete cooling tower », *IASS-IACM2000*, June 4-7, 2000, Chania-Crete, Greece.
- [MOH 96] MOHAMED A., SUAU F., LEMAIRE M., « A new tool for reliability based design with ANSYS FEA », *In ANSYS Conference & Exhibition*, 1996, p. 3.13-3.23, Houston, USA.
- [MOH 98a] MOHAMED A., LEMAIRE M., MITTEAU J.C., MEISTER E., « Finite element and reliability : a method for compound variables. application on a cracked heating system », *Nuclear Engineering and Design*, vol. 185, 1998, p. 185-202, Elsevier, Rotterdam.

- [MOH 98b] MOHAMED A., LEMAIRE M., « Discussion on: Structural Reliability Analysis using a Standard Deterministic Finite Element Code », *Structural Safety*, vol. 20, 1998, p. 391-397, Elsevier, Rotterdam.
- [MOH 99a] MOHAMED A., « RYFES : Conception basée sur la fiabilité », *Quatrième colloque de calcul des Structures, Giens'99*, p. 895-900.
- [MOH 99b] MOHAMED A., LEMAIRE M., « Improved Response Surface Method by using Second Order Sensitivity Operators », *Proceedings of the ICASP8 conference - Applications of Statistics and Probability : Civil Engineering Reliability and Risk Analysis, edited by R.E. Melchers and M.G. Stewart*, 12-15 décembre 1999, Sidney, Australie, p. 117-124.
- [PEN 00a] PENDOLA M., MOHAMED A., LEMAIRE M., HORNET P., « Combination of finite element and reliability methods in nonlinear fracture mechanics », *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 70, n° 1, 2000, p. 15-27, Elsevier, Rotterdam.
- [PEN 00b] PENDOLA M., Fiabilité des structures en contexte d'incertitudes statistiques et d'écart de modélisation, Thèse de l'Université Blaise-Pascal, Clermont-Ferrand, 2000.
- [SCH 91] SCHUELLER G.I., BUCHER C.G., PRADLWARTER H.J., « The response surface method, an efficient tool to determine the failure probability of large structural systems », *Proceedings of the International Conference on Spacecraft Structures and Mechanical Testing, Noordwijk, The Netherlands, 24-26 April, ESA SP-321*, p. 247-251, 1991.
- [RAV 96] RAVINDER G., MURTHY T., SUBRAMANIAN S., « Review of codal provision provisions for design of cooling tower shell for thermal loads », *In Wittek and Krätzig Eds, Natural Draught cooling towers*, 1996, p. 313-320, Balkema.