
Simulation du contact dans les assemblages boulonnés fissurés

Hocine Kebir* — Jean-Marc Roelandt* — Jocelyn Gaudin**

* *Dép. GSM, Laboratoire Roberval, UMR UTC-CNRS 6066
Université de Technologie de Compiègne
B.P. 20529, F-60205 Compiègne
hocine.kebir@utc.fr*

** *EADS, Centre Commun de Recherches 12, rue Pasteur BP 76,
F-92152 Suresnes cedex*

RÉSUMÉ. La modélisation d'un assemblage fissuré nécessite d'avoir une méthode de représentation des fixations adaptée aux exigences voulues. En effet, il est parfois suffisant de respecter le taux d'effort transféré par la fixation. Dans d'autre cas, c'est la contrainte locale au bord du trou de l'une des plaques que l'on désire connaître. Dans ce dernier cas, il est nécessaire de tenir compte du contact entre le boulon et les plaques ainsi que du contact des plaques entre elles. Le problème du contact dans les assemblages boulonnés fissurés est un problème tridimensionnel complexe (contact boulon - plaque, contact latéral plaque - plaque, flexion du boulon, serrage du boulon...). On présente dans cet article une approche bidimensionnelle pour la résolution de ce genre de problème tout en répondant aux exigences voulues (respecter le taux d'effort transféré par la fixation et obtention du champ de contraintes autour du trou). Les résultats de simulation de la propagation de fissures par la méthode des équations intégrales couplée à la procédure itérative de contact sont comparés avec des résultats expérimentaux.

ABSTRACT. The modelling of a bolted cracked joints requires an adapted method of representation of the fixations. Indeed, it is sometimes sufficient to respect the rate of effort transferred by the fixation. In other case, it is the local stress at the edge of the hole that we need to know. In this last case, it is necessary to take into account the contact between the bolt and the plates as well as the contact of plates among them. The problem of the contact in the cracked assemblies is a 3D complex problem (bolt-plate contact, plate - plate side contact, bolt bending, bolt tightening...). We present in this article a 2D approach for solving this kind of problem. The rate of effort transferred by the fixation is respected and the stress field around the hole is well represented. The results of crack growth using the dual boundary element method coupled with the contact procedure are compared with the experimental results.

MOTS-CLÉS : méthode des équations intégrales, contact, facteurs d'intensité de contraintes.

KEYWORDS: boundary element method, contact, stress intensity factors.

1. Introduction

Les assemblages boulonnés ou rivetés sont sans aucun doute les systèmes de liaison les plus utilisés en mécanique. Leur grand nombre, allié au fait qu'ils sont le moyen de liaison privilégié des pièces fortement sollicitées leur confère une grande importance économique. A titre d'exemple notons qu'une structure d'AIRBUS comporte 1 million de rivets et 300000 boulons et que l'on considère que l'assemblage par fixations mécaniques dans la construction des avions représente par ses conséquences techniques et économiques le troisième poste (après les moteurs et les équipements). Ces jonctions sont, malheureusement, des sites privilégiés d'initiation de fissures de fatigue. On constate, en effet, qu'un tiers environ des fissures détectées sur des structures d'avion se propagent à partir des jonctions [SCH95].

L'analyse de ces assemblages est longue et coûteuse en particulier lorsque de nombreuses liaisons par contact sont considérées et qu'on cherche à bien représenter la réalité technologique (boulons, rivets...). Cette analyse devient beaucoup plus compliquée lorsque l'on couple le problème du contact avec celui de la propagation des fissures.

Dans cet article, on présente une démarche pour la modélisation de la propagation des multifissures dans les assemblages boulonnés en tenant compte du contact sans frottement entre les boulons et les plaques.

2. Application de la M.E.I. aux problèmes de contact

Outre la mécanique linéaire élastique de la rupture, la méthode des équations intégrales (M.E.I.) s'adapte particulièrement bien aux problèmes de contact en élasticité linéaire. En effet, elle permet d'imposer exactement les conditions de contact sur la zone de contact dont la localisation est la seule inconnue du problème [BRE 89].

Ceci permet une convergence souvent très rapide de la procédure itérative de résolution du problème de contact (5 itérations dans les problèmes les plus complexes).

2.1. Traitement numérique du contact en 2D

Considérons deux solides homogènes élastiques Ω_1 et Ω_2 de contours respectifs Γ_1 et Γ_2 (Figure 1). Les solides Ω_1 et Ω_2 sont en contact, si une partie de leur contour est commune :

$$\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \Gamma_1^c = \Gamma_2^c \neq \emptyset \quad [1]$$

Le contour du solide sera alors divisé en deux zones : une zone de contact Γ^c et une zone de non contact Γ^{nc} :

$$\Gamma_1 = \Gamma_1^c + \Gamma_1^{nc} \tag{2}$$

$$\Gamma_2 = \Gamma_2^c + \Gamma_2^{nc} \tag{3}$$

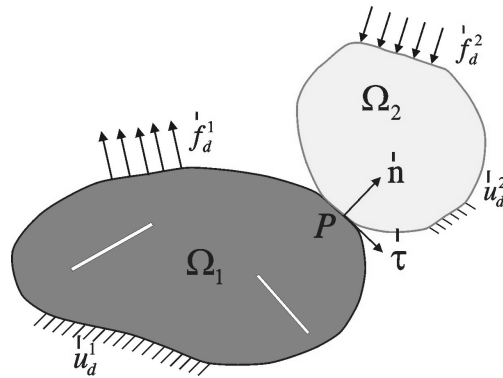


Figure 1. Problème de contact en deux dimensions

L'écriture de l'équation intégrale en déplacement pour chaque solide conduit aux relations suivantes :

$$C_{ij} \int_{\Gamma_1^{nc}} u_j ds + \int_{\Gamma_1^c} T_{ij} u_j ds = \int_{\Gamma_1^{nc}} U_{ij} t_j ds + \int_{\Gamma_1^c} U_{ij} t_j ds \tag{4}$$

$$C_{ij} \int_{\Gamma_2^{nc}} u_j ds + \int_{\Gamma_2^c} T_{ij} u_j ds = \int_{\Gamma_2^{nc}} U_{ij} t_j ds + \int_{\Gamma_2^c} U_{ij} t_j ds \tag{5}$$

où U_{ij} et T_{ij} sont les solutions fondamentales de Kelvin, C_{ij} étant un coefficient qui dépend de la discontinuité de la normale. u_j et t_j , déplacement et tension d'un point appartenant au contour du domaine, sont les inconnues du problème.

Après discrétisation des équations [4] et [5], on obtient deux systèmes d'équations [MAN 94] :

$$[A]^{\Gamma_1} \{u\}^{\Gamma_1} = [B]^{\Gamma_1} \{t\}^{\Gamma_1} \tag{6}$$

$$[A]^{\Gamma_2} \{u\}^{\Gamma_2} = [B]^{\Gamma_2} \{t\}^{\Gamma_2} \tag{7}$$

soit, sous une autre forme :

$$\begin{bmatrix} [A]^{\Gamma_1} & [0] \\ [0] & [A]^{\Gamma_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\}^{\Gamma_1} \\ \{u\}^{\Gamma_2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [B]^{\Gamma_1} & [0] \\ [0] & [B]^{\Gamma_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{t\}^{\Gamma_1} \\ \{t\}^{\Gamma_2} \end{Bmatrix} \quad [8]$$

Les équations de contact s'écrivent sous la forme :

$$\begin{bmatrix} C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{x\}^{\Gamma_1^c} \\ \{x\}^{\Gamma_2^c} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b \end{Bmatrix}^{\Gamma^c} \quad [9]$$

En introduisant les conditions aux limites, la structure du système d'équations à résoudre devient :

$$\begin{bmatrix} [K_{nc}]^{\Gamma_1} & [K_c]^{\Gamma_1} & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [K_c]^{\Gamma_2} & [K_{nc}]^{\Gamma_1} \\ [0] & [C] & [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{x\}^{\Gamma_1^{nc}} \\ \{x\}^{\Gamma_1^c} \\ \{x\}^{\Gamma_2^c} \\ \{x\}^{\Gamma_2^{nc}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{y\}^{\Gamma_1} \\ \{y\}^{\Gamma_2} \\ \{b\}^{\Gamma^c} \end{Bmatrix} \quad [10]$$

Le système d'équations [9]. Dépend de l'état des nœuds potentiels au contact (état de contact libre, collant ou glissant), qui est a priori inconnu. Une procédure itérative est mise en place pour déterminer cet état de contact et donc pour permettre d'avoir le système d'équations [9]. Cette procédure nécessite la résolution répétée du système d'équations [10]. En changeant à chaque fois les équations de contact [9]. Un algorithme spécial est mis en œuvre pour résoudre ce genre de système d'équations : la résolution du système à une itération donnée fait intervenir les résultats de l'itération précédente.

2.2. Modélisation du chargement

Le contact est un problème non linéaire. Pour le résoudre, on utilise généralement une approche incrémentale : le chargement est appliqué pas à pas. Cette procédure est très coûteuse en particulier si on couple ce problème de contact avec la propagation des fissures. Il est donc nécessaire de traiter le problème du contact en un seul pas de chargement. Pour ce faire, on a négligé l'effet du frottement. Dans ce cas, la procédure itérative porte seulement sur la détermination de la zone de contacts [OLU 93].

2.3 Etats de contact

Considérons un point P appartenant à la zone de contact Γ_1^c du solide Ω_1 . Un point Q est défini comme étant le point le plus proche de P appartenant à la zone de contact Γ_2^c du solide Ω_2 . Le couple (P, Q) forme alors un couple de contact et suit l'un des trois états suivants :

- Etat de contact collant : aucun déplacement relatif n'est permis entre les deux points.
- Etat de contact glissant : le déplacement tangentiel est permis entre les deux points.
- Etat de contact libre : le couple (P, Q) n'est pas en contact.

La figure 2 résume ces trois états de contact.

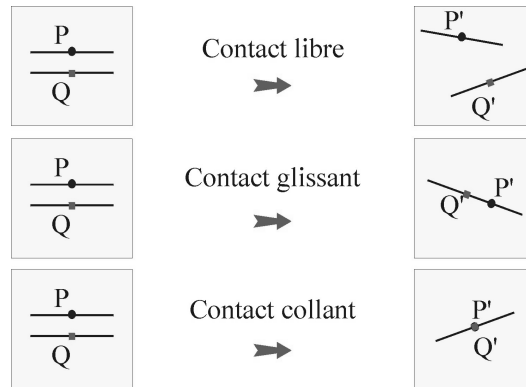


Figure 2. *Etats de contact*

2.4. Equations de contact

Après discrétisation des contours Γ_1 et Γ_2 par des éléments quadratiques non conformes, les équations de contact sont écrites aux nœuds de collocation de ces éléments.

Deux types de formulation sont possibles :

- Contact Nœud-Nœud : les point P et Q sont des nœuds de collocation appartenant respectivement à l'élément Γ_1^n et Γ_1^m ($P = P_n^k, Q = Q_m^l$). Ce type de formulation peut être adopté dans le cas où les deux maillages des contours Γ_1 et

Γ_2 coïncident. Cette formulation est adoptée dans notre étude (contact entre le boulon et le trou de même diamètre).

Contact Nœud – Segment : Le point Q n'est pas a priori un nœud de collocation. C'est le type de formulation qui permet de traiter les problèmes de contact dans un cadre plus général.

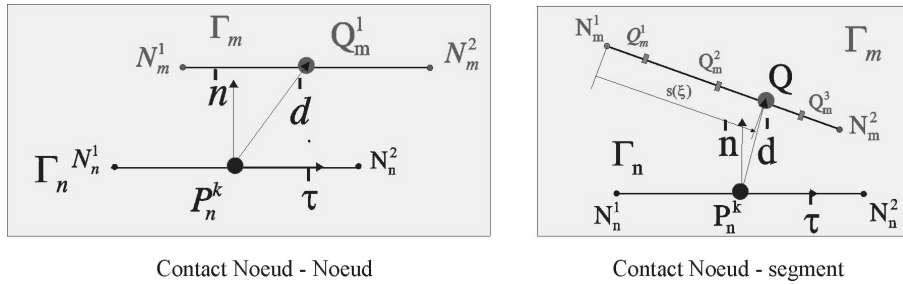


Figure 3. Types de formulation du contact

Les équations de contact sont écrites selon l'état de contact du couple (P_n^k, Q_m^l) (Voir figure 3).

– Contact collant :

$$\begin{cases} u_n(P_n^k) = u_n(Q_m^l) + \vec{d} \cdot \vec{n} \\ u_\tau(P_n^k) = u_\tau(Q_m^l) + \vec{d} \cdot \vec{\tau} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} t_n(P_n^k) = -t_n(Q_m^l) \\ t_\tau(P_n^k) = -t_\tau(Q_m^l) \end{cases} \quad [11]$$

– Contact glissant :

$$u_n(P_n^k) = u_n(Q_m^l) + \vec{d} \cdot \vec{n} \quad \text{et} \quad \begin{cases} t_n(P_n^k) = -t_n(Q_m^l) \\ t_\tau(P_n^k) = -t_\tau(Q_m^l) \\ t_\tau(P_n^k) = \pm \mu t_n(P_n^k) \end{cases} \quad [12]$$

Dans notre cas on néglige le frottement ($\mu = 0$) .

– Contact libre :

$$\begin{cases} t_n(P_n^k) = 0 \\ t_\tau(P_n^k) = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} t_n(Q_m^l) = 0 \\ t_\tau(Q_m^l) = 0 \end{cases} \quad [13]$$

3. Modélisation du contact dans les assemblages boulonnés

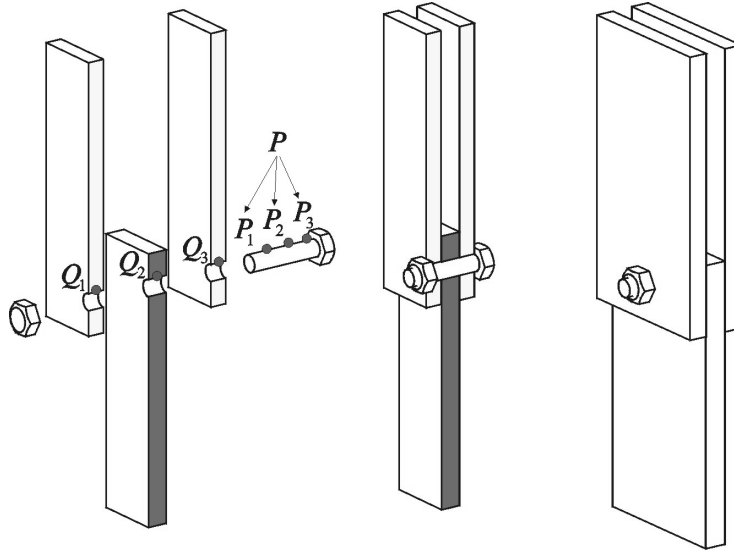


Figure 4. Assemblage de trois plaques (sans serrage)

Le problème du contact dans les assemblages boulonnés est un problème tridimensionnel complexe (contact boulon – plaque, contact latéral plaque – plaque, flexion du boulon, serrage du boulon...). (Voir figure 4). Pour pouvoir résoudre ce genre de problème avec une approche bidimensionnelle, tout en répondant aux exigences voulues (respecter le taux d'effort transféré par la fixation et obtention du champ de contraintes autour du trou), nous avons fait les hypothèses suivantes :

- les plaques sont reliées par l'intermédiaire du boulon, elles se déforment dans leur plan initial et vérifient les hypothèses de contraintes planes ;
- le frottement plaque/plaque est négligé, seul le contact sans frottement boulon/plaques est considéré ;
- la déformée Δ' d'une génératrice Δ du boulon reste droite et parallèle à celle ci (figure 5). Cela suppose que le boulon ne fléchit pas.

Ces hypothèses sont acceptables dans le cas des assemblages boulonnés en double cisaillement (figure 4), où les boulons ont une rigidité supérieure à celles des plaques.

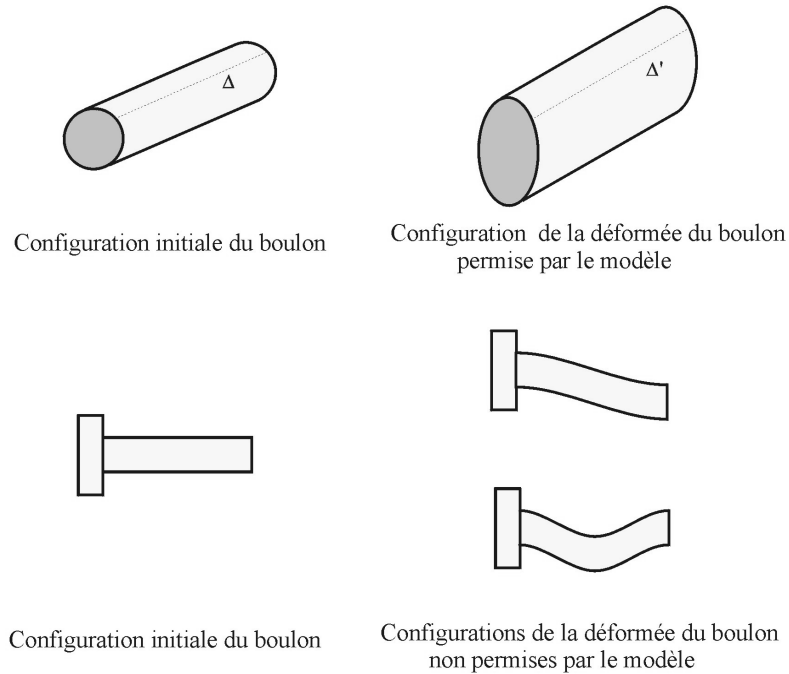


Figure 5. Configurations permises et non permises par le modèle

3.1 Equations de contact

3.1.1. Notions de nœuds maîtres et de nœuds esclaves

Pour distinguer les nœuds du boulon (« *visibles* » par toutes les plaques) et les nœuds des plaques (« *invisibles entre eux* »), il est nécessaire d'introduire la notion de « *nœuds maîtres* » et de « *nœuds esclaves* ». Un nœud maître P est un nœud du boulon qui peut être en contact avec plusieurs nœuds esclaves Q_i ($i = 1, N_{pl}$), où N_{pl} est le nombre de plaques qui constituent l'assemblage.

Considérons l'assemblage de la figure (Figure 6). Dans une vision 2D, le point P du boulon (nœud maître) est en contact avec les trois points Q_1 , Q_2 et Q_3 des plaques (nœuds esclaves). En réalité on a trois couples de points en contact (P_1, Q_1) , (P_2, Q_2) et (P_3, Q_3) .

Les hypothèses que nous avons supposées, nous permettent d'écrire :

$$\begin{cases} u_j(P_1) = u_j(P_2) = u_j(P_3) = u_j(P) \\ t_j(P) = \sum_{i=1}^3 t_j(P_i) \end{cases} \quad (j=1,2) \quad [14]$$

et, *a priori*, on a :

$$\begin{cases} u_j(Q_1) \neq u_j(Q_2) \neq u_j(Q_3) \\ t_j(Q_1) \neq t_j(Q_2) \neq t_j(Q_3) \end{cases} \quad (j=1,2) \quad [15]$$

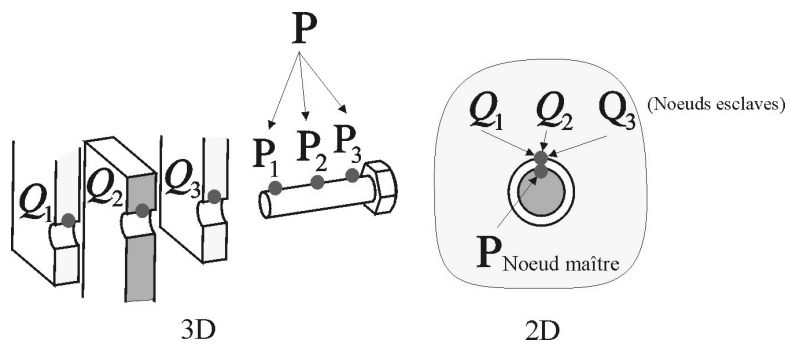


Figure 6. Nœud maître et nœuds esclaves

On définit pour le nœud maître deux états de contact :

- contact mixte : dans ce cas, il y a au moins un nœud esclave Q_i qui soit en contact collant ou glissant avec le nœud maître P ;
- contact libre : Tous les nœuds esclaves Q_i sont en contact libre avec le nœud maître P .

Le système d'équations [9]. Est obtenu en écrivant les équations de contact pour chaque nœud maître et chaque nœud esclave.

La construction et la résolution du système d'équations [10]. Sont réalisées avec la même technique utilisée pour les problèmes de contact entre deux solides.

3.1.2. Equations de contact du nœud maître P

- Contact Mixte :

Pour respecter le taux d'effort transféré par les « nœuds maîtres », ces derniers doivent vérifier le principe de l'action et de la réaction.

$$\begin{cases} t_n(P) + \sum_{i=1}^{N_{pl}} t_n(Q_i) = 0 \\ t_\tau(P) + \sum_{i=1}^{N_{pl}} t_\tau(Q_i) = 0 \end{cases} \quad [16]$$

– Contact libre :

$$\begin{cases} t_n(P) = 0 \\ t_\tau(P) = 0 \end{cases} \quad [17]$$

3.2.3. Equations de contact du nœud esclave Q_i :

– Contact collant :

$$\begin{cases} u_n(Q_i) = u_n(P) + \vec{d} \cdot \vec{n} \\ u_\tau(Q_i) = u_\tau(P) + \vec{d} \cdot \vec{\tau} \end{cases} \quad [18]$$

– Contact glissant :

$$\begin{cases} u_n(Q_i) = u_n(P) + \vec{d} \cdot \vec{n} \\ t_\tau(Q_i) = \pm \mu t_n(Q_i) \end{cases} \quad [19]$$

– Contact libre :

$$\begin{cases} t_n(Q_i) = 0 \\ t_\tau(Q_i) = 0 \end{cases} \quad [20]$$

3.2. Algorithme du contact dans les assemblages

Nous présentons ici l'algorithme de résolution du problème de contact sans frottement dans les assemblages. Un couple de contact i est défini par la connaissance de son nœud esclave Q_i . Ainsi, le nombre M de couples de contact $(Q_i, P(Q_i))$ ($i=1, M$) est égal au nombre de nœuds esclaves.

1. recherche automatique de la zone potentielle de contact, et formation des M couples de nœuds $(Q_i, P(Q_i))$ ($i=1, M$);

2. imposer un état de contact collant pour tous les couples de contact :

$$ETAT(i) = collant \quad (i = 1, M)$$
3. écriture des équations de contact pour chaque nœud esclave et chaque nœud maître et formation du système d'équations (9);
4. résolution du système d'équations (10);
5. Boucle sur les M couples de contact :

Pour chaque couple i :

 - vérification de la condition de compression :

$$\text{Si : } \vec{t}(Q_i) \cdot \vec{n}(Q_i) > 0 \text{ alors :}$$

$$ETAT(i) = libre$$
 - Si non :

$$ETAT(i) = glissant$$
 - vérification de la condition d'imperméabilité :

$$\text{Si : } u_n(P(Q_i)) - u_n(Q_i) > \vec{d} \cdot \vec{n} \text{ alors :}$$

$$ETAT(i) = glissant$$
6. **Si** : il y a un changement d'état de contact $ETAT(i)$ d'au moins un couple de contact i
Alors :
 - écriture des nouvelles équations de contact pour chaque couple i dont l'état de contact a été modifié;
 - aller à 4.**Si non** : Fin du calcul.
7. Affichage des résultats.

3.3. Exemple : assemblages à deux rangées de deux boulons

La figure 7 représente un assemblage de deux plaques à deux rangées de deux boulons sollicité en traction :

– **Maillage** : le contour des boulons et des trous de chaque plaque sont discrétisés de la même manière.

– **Itération N° 1** : tous les couples de nœuds de contact sont en état de contact collant. Après résolution du système d'équations, les couples de nœuds en traction changent d'état et deviennent en état de contact libre.

– **Itération N° 2, 3 et 4** : après résolution du système d'équations, les couples de nœuds qui ne vérifient pas la condition d'imperméabilité passent à l'état de contact glissant, et ceux qui sont en traction passent à l'état de contact libre.

– **Itération N° 5** : toutes les conditions de contact sont vérifiées par tous les couples de nœuds de contact. Fin de la procédure itérative.

La convergence de la procédure itérative est atteinte au bout de cinq itérations.

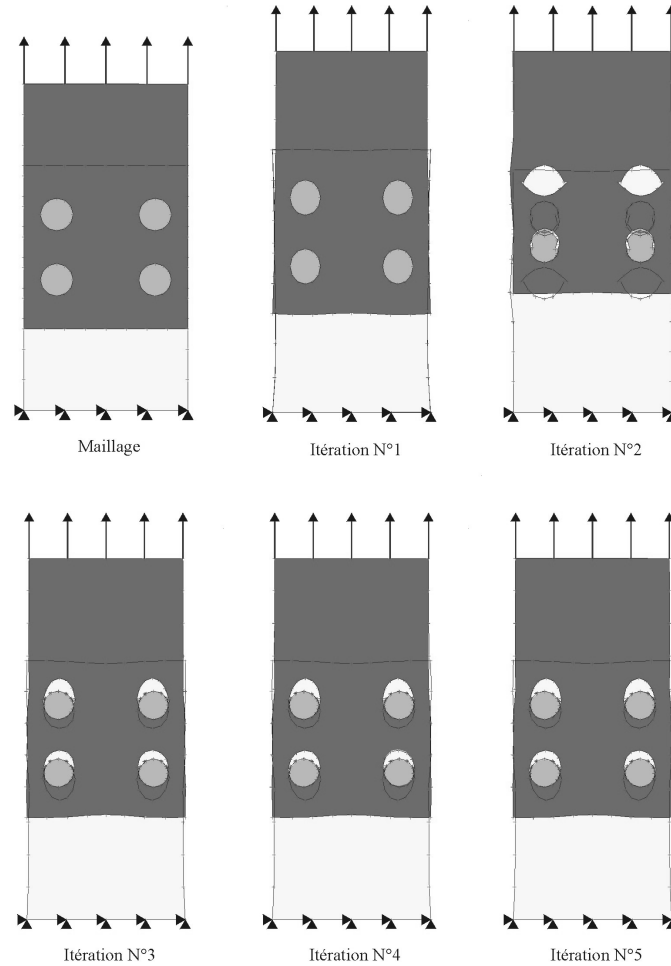


Figure 7. *Assemblage à quatre boulons sollicité en traction*

4. Les assemblages boulonnés fissurés

Le traitement numérique du contact dans les assemblages boulonnés fissurés est identique à celui des assemblages boulonnés non fissurés. Une seule modification est à noter : avant la propagation des fissures, l'état initial des couples de nœuds de contact est un état de contact collant, et à un pas donné, au cours de la propagation des fissures, on considère que leur état de contact initial est identique à celui de la dernière itération du pas précédent [POR 92] [KEB 99] [KEB 00]. Ceci permettra la convergence très rapide de la procédure itérative de contact (généralement une à deux itérations suffisent pour obtenir la convergence).

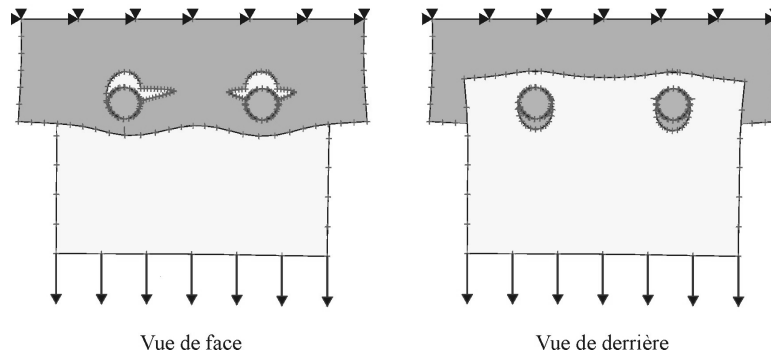


Figure 8. Assemblage multi-fissuré à deux boulons

5. Exemples d'assemblages boulonnés fissurés

Une série d'essais sur des assemblages boulonnés a été effectuée au Laboratoire d'EADS à Suresnes dans le but de contribuer à la mise au point et à la validation du code de calcul nommé *PRF2D*. Ces essais ont pour objet de déterminer le facteur d'intensité de contraintes effectif K en fonction de la longueur de la fissure, sur des éprouvettes simples représentant des assemblages boulonnés fissurés.

Les essais de fissuration sous chargement monotone et de rapport R fixé sont effectués sur des configurations d'assemblage desserrés. L'évaluation des vitesses de fissuration dans les différents cas permet l'identification de K par référence aux courbes de base ($da/dN, \Delta K$) du matériau.

5.1. Techniques expérimentales

Les essais sont réalisés à température ambiante et dans l'atmosphère du laboratoire. Ils sont conduits, à des fréquences comprises entre 10 et 25~Hz, sur des machines électrohydrauliques à servovalve d'une capacité de 10 tonnes.

- Le suivi de la fissure est assuré par un microscope (grossissement 30 fois) à déplacement micrométrique latéral, d'une résolution de 0.01mm. La mesure de la longueur de fissure sur la plaque centrale nécessite le démontage de l'éprouvette.

- Un amorçage artificiel de l'ordre de 1 mm est pratiqué sur la première ligne de trous, au niveau du trou central. Cette méthode permet d'éviter des fissures secondaires et elle conduit à réaliser des essais avec des taux de contraintes réalistes.

- Les fixations sont montées sans interférence. Le métal des éprouvettes d'assemblages est nu. Aucun produit intercalaire n'est inséré dans la fixation.

5.2. Matériau et géométrie des éprouvettes

Le matériau étudié est l'alliage d'aluminium Al 2024 T 351, de module d'Young 75000 MPa, d'épaisseur 4 mm. Les lois de base de fissuration ($da/dN, \Delta K$) sont déterminées sur éprouvettes CCT ($W=100$ mm) à rapport $R = 0.1$.

Deux types d'éprouvettes sont utilisés :

- éprouvette du type double cisaillement à un seul boulon (Figure 9).
- éprouvette du type double cisaillement à deux rangées de cinq boulons (Figure 13 et 18).

Les éprouvettes sont prélevées dans le sens T-L.

5.3. Assemblage à un boulon

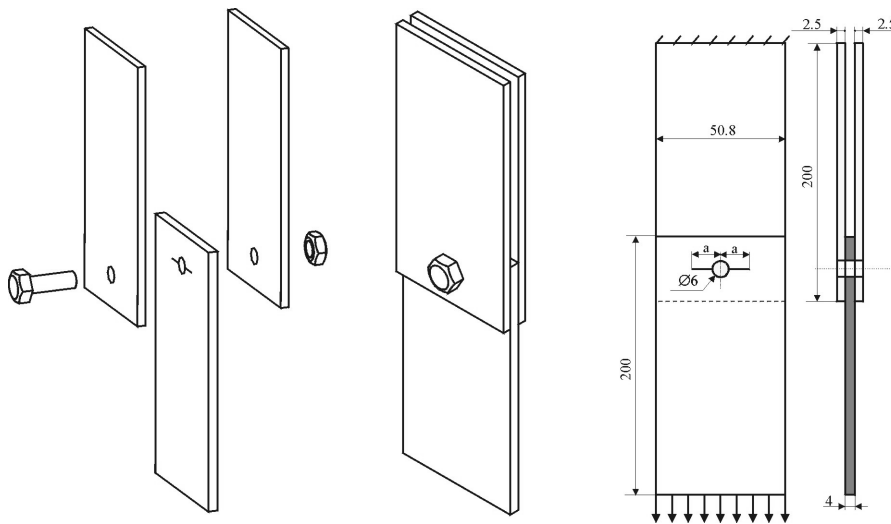


Figure 9. Assemblage à un boulon

Considérons dans cet exemple, une éprouvette du type double cisaillement, représentant un assemblage fissuré à un boulon (figure 9).

Un amorçage artificiel est pratiqué sur les deux côtés du trou de la plaque centrale. Les facteurs d'intensité de contraintes expérimentaux sont obtenus par la technique d'identification des vitesses.

5.3.1. Simulation numérique

La simulation numérique est faite en discrétisant avec 14, 10 et 10 éléments quadratiques non conformes respectivement le contour extérieur de la plaque centrale, le trou et le boulon. Les deux plaques extérieures sont représentées par une seule plaque d'épaisseur 2.5 mm. Sa discrétisation est identique à celle de la plaque centrale. La discrétisation des fissures initiales est réalisée par 3 éléments quadratiques non conformes (sauf en fond de fissures où l'on utilise des éléments singuliers) sur chacune de leur lèvres. La longueur de l'incrément de propagation de la fissure majeure est de 1 mm.

La figure 10 représente le maillage et la déformée de l'assemblage au pas de propagation N°13.

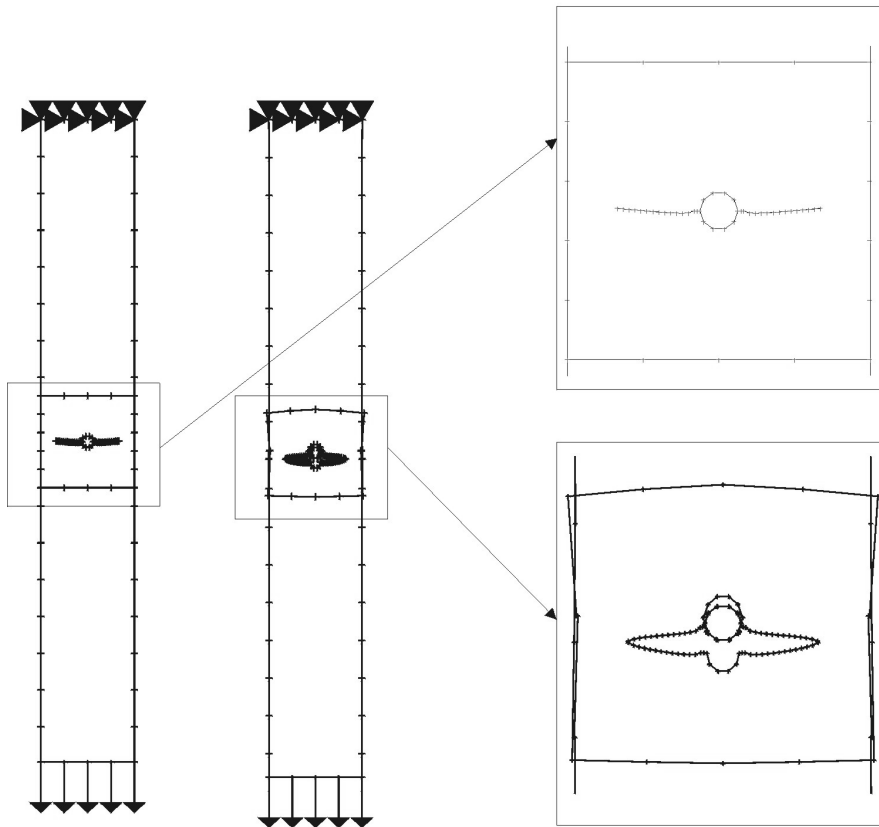


Figure 10. Maillage et déformée de l'assemblage boulonné au pas N°13

5.3.2. Modèle analytique

Un modèle analytique peut être appliqué dans le cas où il n'y a pas de serrage des plaques par le boulon. Ce modèle concerne deux fissures diamétralement opposées au bord d'un trou chargé (figure 11).

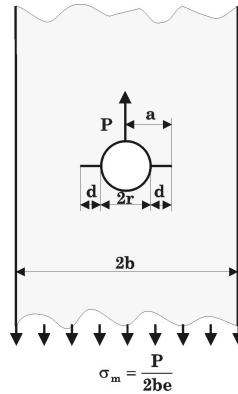


Figure 11. *Modèle analytique*

Le facteur d'intensité de contrainte est alors donné par : $K = \alpha \sigma_m \sqrt{\pi d}$ où α est un terme de correction géométrique, calculé par une méthode de fonctions poids (Modèle de Shah).

5.3.3. Résultats

Les valeurs expérimentales, analytiques et numériques du facteur d'intensité de contraintes normalisé $K_n = K / \sigma \sqrt{\pi a}$ en fonction de la longueur a de fissure (rayon du trou inclus), sont présentées dans le graphe de la Figure 12.

On observe sur ce graphe que la valeur de K_n augmente pour les petites fissures, en raison de la proximité du trou et se stabilise pour les grandes fissures, à partir de 9 mm, et elle croît de nouveau lorsque l'on s'approche du bord libre.

Le modèle analytique ne donne pas entièrement satisfaction. En effet, même si ce modèle permet d'estimer le facteur K_n avec une erreur (par excès) d'environ 20 % pour des valeurs de a entre 6 et 9 mm, l'erreur croît très rapidement pour dépasser 50% en s'approchant du bord de la plaque.

Ce modèle ne tient pas compte de l'effet du bord, il n'est valide que pour une largeur de plaque très grande devant le diamètre du trou. Par contre, la modélisation numérique donne entière satisfaction. En effet, les résultats numériques sont cohérents avec les résultats expérimentaux pour toutes les valeurs de a , l'écart est inférieur à 3 % pour la plus part des valeurs de a .

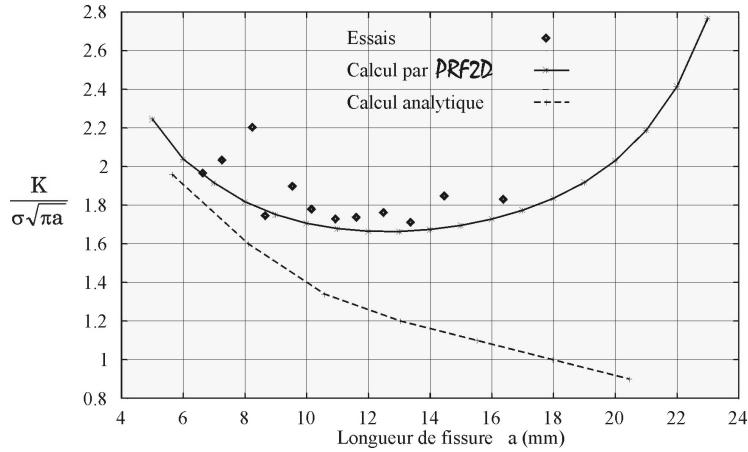


Figure 12. Variation du F.I.C. normalisé en fonction de a

D'autre part, les résultats d'essais nous montrent que les fissures ne se propagent pas dans leur direction initiale mais bifurquent légèrement. C'est bien ce que l'on observe numériquement (figure 10) : le contact entre le boulon et la plaque engendre un léger Mode II de fissuration.

5.4. Assemblage à deux rangées de cinq boulons contenant une fissure

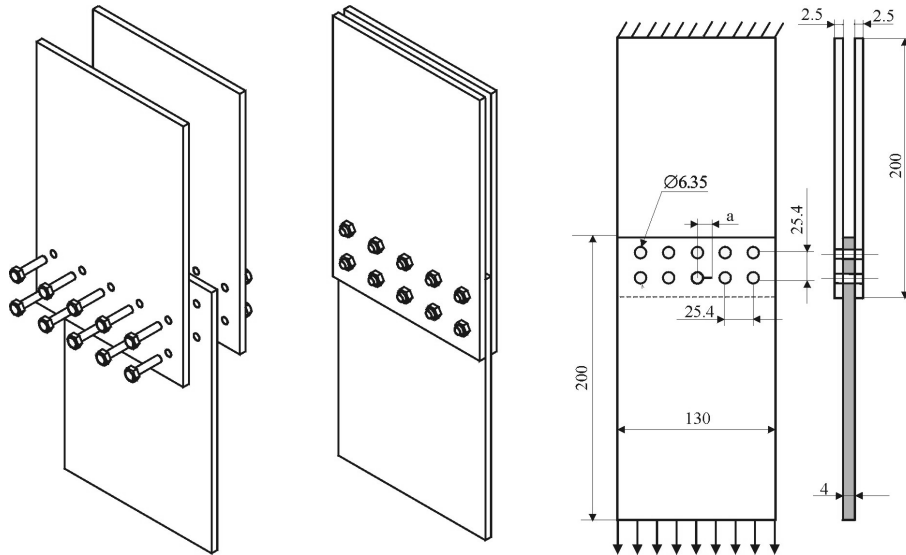


Figure 13. Assemblage à deux rangées de cinq boulons contenant une fissure

Considérons dans cet exemple, une éprouvette du type double cisaillement, représentant un assemblage fissuré à deux rangées de cinq boulons (Figure 13). Un amorçage artificiel de 1 mm est pratiqué sur un des côtés du trou central de la rangée inférieure de la plaque centrale. Les facteurs d'intensité de contraintes expérimentaux sont obtenus par la technique d'identification des vitesses.

5.4.1 Simulation numérique

La simulation numérique est faite en discrétisant le contour extérieur de la plaque centrale en 39 éléments quadratiques non conformes, le trou fissuré et les deux trous voisins en 10 éléments, les autres trous en 6 éléments chacun.

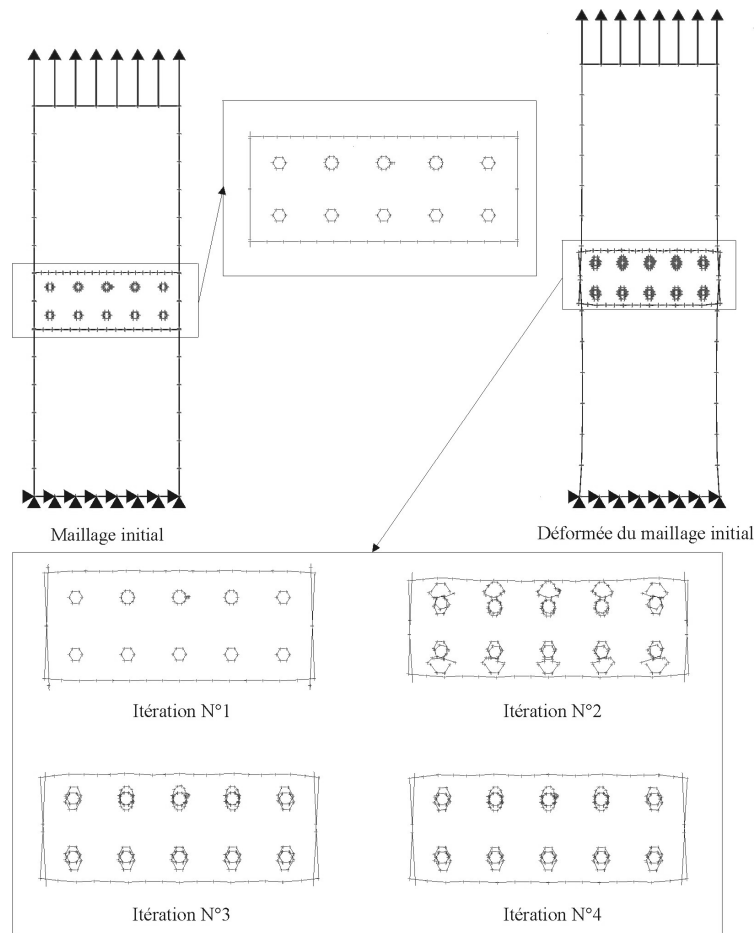


Figure 14. Maillage et déformées avant propagation de la fissure

Les deux plaques extérieures sont représentées par une seule plaque d'épaisseur 2×2.5 mm. Sa discrétisation est identique à celle de la plaque centrale. Les boulons sont discrétisés de la même façon que les trous qui les contiennent. La discrétisation de la fissure initiale est réalisée par 3 éléments sur chaque lèvres. La longueur de l'incrément de propagation de la fissure est de 1mm.

La figure 14 représente le maillage et les déformées successives des quatre itérations de la procédure itérative du contact, avant la propagation de la fissure. La figure 15 représente le maillage et la déformée de l'assemblage au pas de propagation N° 11. La figure 16 représente le maillage et la déformée de l'assemblage à l'instant de la coalescence entre la fissure et le trou voisin (pas de propagation N° 18).

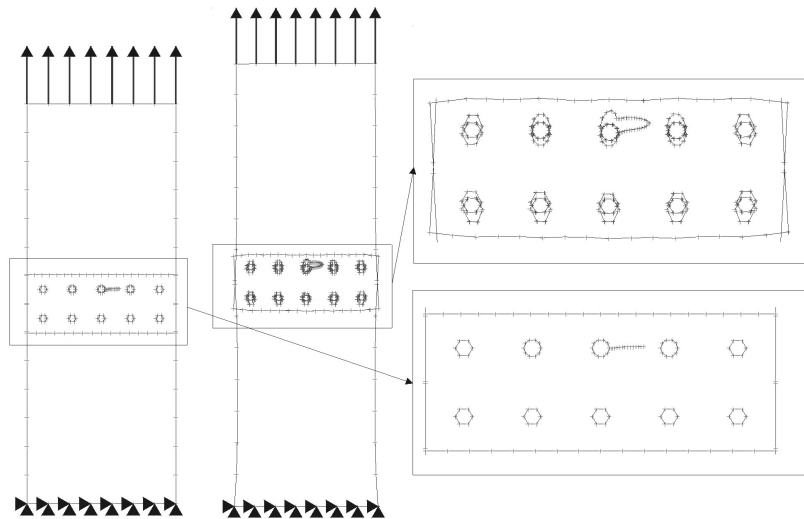


Figure 15. Maillage et déformée de l'assemblage au pas N°11

5.4.2. Résultats

On constate numériquement que la rangée la plus chargée est celle qui contient une fissure. C'est généralement sur cette rangée où l'on observe l'apparition du phénomène MSD (Multiple Site Damage).

Les valeurs expérimentales et numériques du facteur d'intensité de contraintes normalisé $K_n = K / \sigma \sqrt{\pi a}$ en fonction de la longueur a de fissure (rayon du trou inclus), sont présentées dans le graphe de la Figure 17.

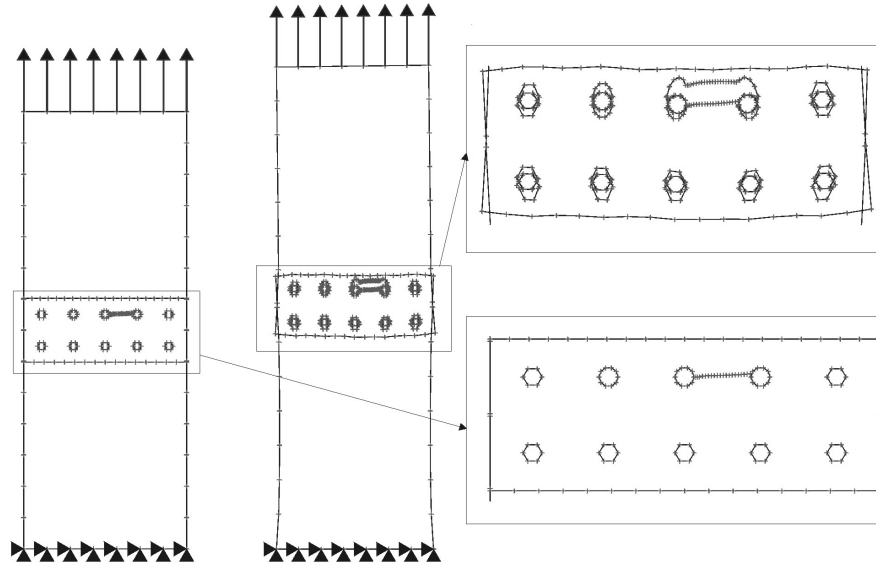


Figure 16. Maillage et déformée à l'instant de la coalescence (N°18)

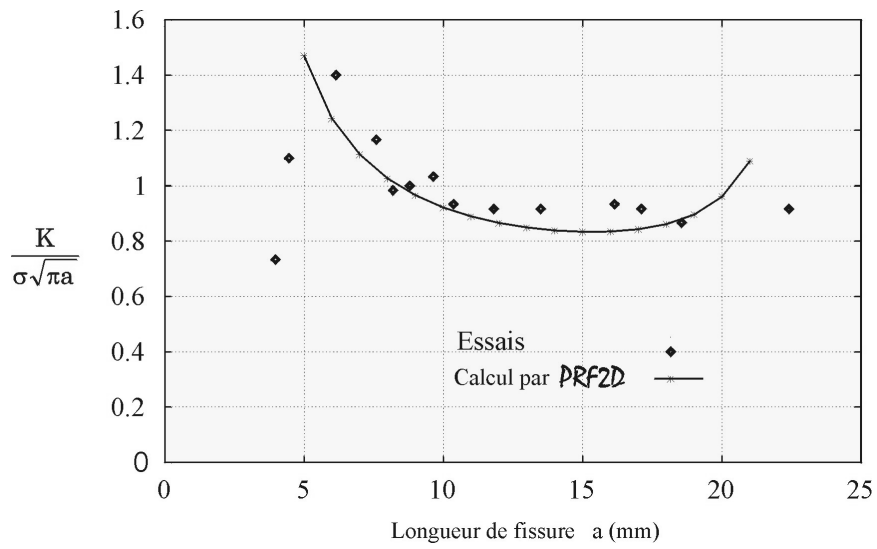


Figure 17. Variation du F.I.C. normalisé en fonction de a

La valeur de K_n est tout d'abord supérieure à 1 à cause de la proximité du trou du boulon, puis décroît au fur et à mesure que l'influence du trou diminue. La valeur croît de nouveau sous l'influence croissante du trou du boulon voisin.

On constate un très bon accord entre les résultats numériques et expérimentaux. En effet l'erreur maximale ne dépasse pas 4%.

Avant propagation de la fissure, 4 itérations sont nécessaires pour résoudre le problème du contact. Au cours de la propagation, du pas N°1 au pas N°16, une seule itération par pas de propagation est exécutée. A la fin de la propagation, aux pas N° 17 et 18, deux itérations à chaque pas sont exécutées pour résoudre le problème du contact. Cela fait en tout 24 résolutions du système d'équations.

Le temps de calcul (CPU) de tout le processus de propagation est inférieur à 30 minutes sur une machine DEC Alpha 500 (400MHz).

5.5. Assemblage à deux rangées de 5 boulons contenant deux fissures

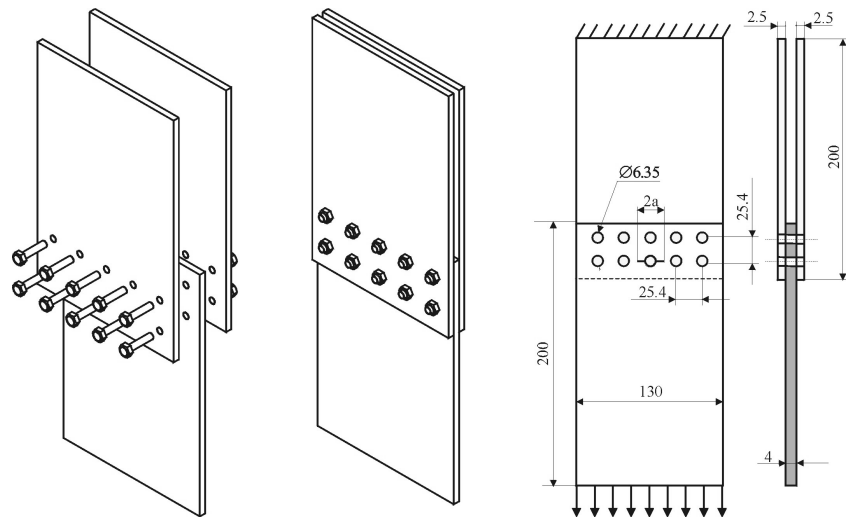


Figure 18. Assemblage à deux rangées de cinq boulons contenant deux fissures

Finalement, considérons l'exemple d'une éprouvette du type double cisaillement, représentant un assemblage fissuré à deux rangées de cinq boulons (figure 18).

Un amorçage artificiel de 1mm est pratiqué sur les deux côtés du trou central de la rangée inférieure de la plaque centrale. Les facteurs d'intensité de contraintes expérimentaux sont obtenus par la technique d'identification des vitesses.

5.5.1. Simulation numérique

La discrétisation de l'assemblage est identique à la précédente mise à part la présence de la seconde fissure. La longueur de l'incrément de propagation de la fissure est de 1mm. La figure 19 représente le maillage et la déformée de l'assemblage au pas de propagation N°10. La figure 20 représente le maillage et la déformée de l'assemblage à l'instant de la coalescence des fissures avec les trous voisins (pas de propagation N°18).

5.5.2. Résultats

Les valeurs expérimentales et numériques du facteur d'intensité de contraintes normalisé en fonction de la longueur a de fissure (rayon du trou inclus), sont présentées dans le graphe de la Figure 21. La valeur de K_n est tout d'abord sensiblement supérieure à 1 à cause de la proximité du trou du boulon, puis décroît vers 1 au fur et à mesure que l'influence du trou diminue. Ceci s'explique aussi par le fait que le déchargement du boulon dû à l'ouverture de la fissure provoque un ralentissement dans la progression de celle-ci. La valeur croît de nouveau sous l'influence croissante du trou voisin.

On constate un très bon accord entre les résultats numériques et expérimentaux. En effet l'erreur maximale ne dépasse pas 4%.

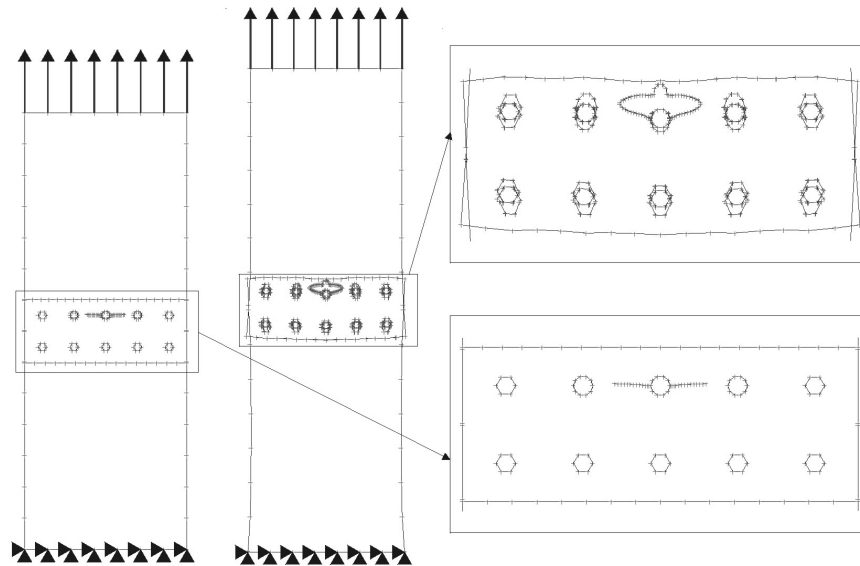


Figure 19. Maillage et déformée de l'assemblage au pas N°10

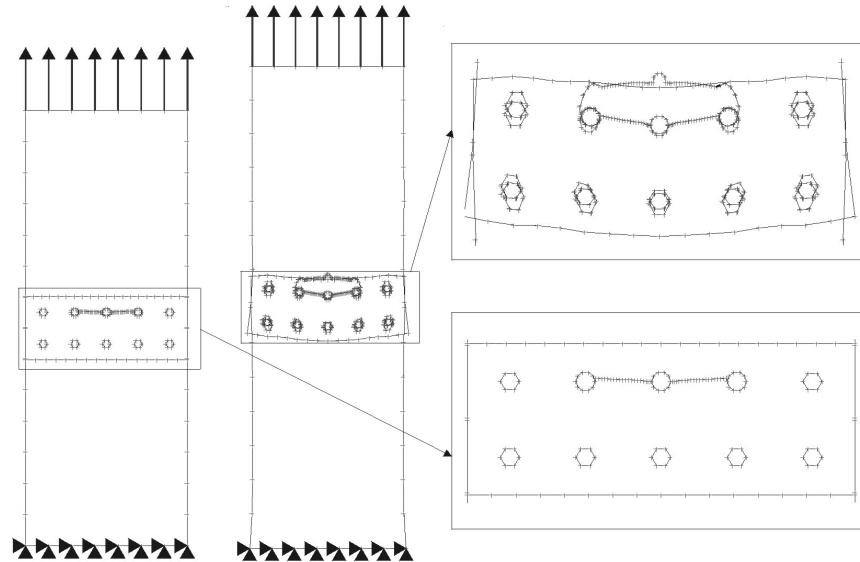


Figure 20. Maillage et déformée à l'instant de la coalescence (pas N°18)

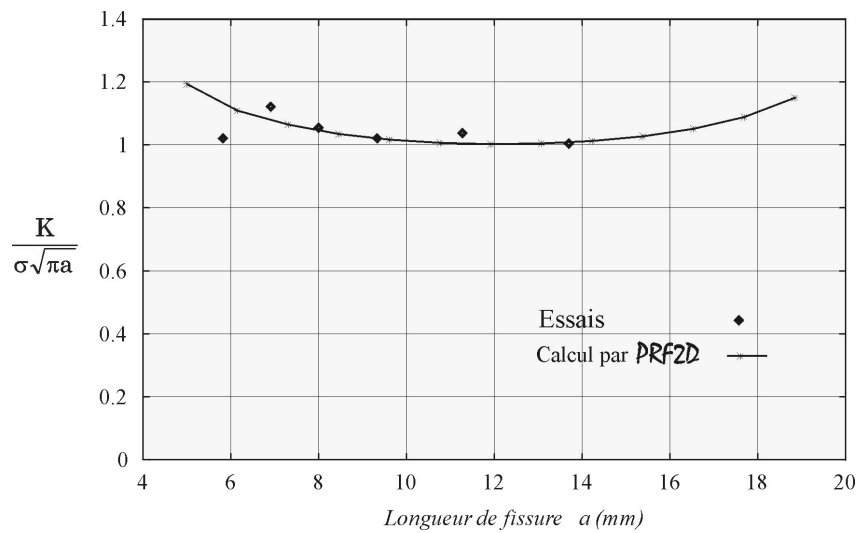


Figure 21. Variation du F.I.C. normalisé en fonction de a

6. Conclusion

La simulation de la propagation des fissures dans les assemblages boulonnés ou rivetés est longue et coûteuse en particulier lorsque de nombreuses liaisons par contact sont considérées et qu'on cherche à bien représenter la réalité technologique (boulons, rivets ...). Le problème du contact dans ces assemblages est un problème tridimensionnel complexe (contact boulon - plaque, contact latéral plaque - plaque, flexion du boulon, serrage du boulon ...). Une approche bidimensionnelle est développée afin de tenir compte du contact sans frottement entre les boulons et les plaques, tout en répondant aux exigences voulues (respecter le taux d'effort transféré par la fixation et obtention du champ de contraintes autour du trou).

Le modèle élaboré s'avère efficace. En effet, on a pu vérifier à travers plusieurs exemples que ce modèle permet de respecter le taux d'effort transféré par les fixations ainsi que la reproduction fidèle du champ de contraintes autour des trous.

D'autre part, le couplage entre la propagation des fissures et l'évolution d'état de contact nous a donné entière satisfaction; les écarts entre les valeurs numériques et expérimentales ne dépassent pas en général 4%.

7. Bibliographie

- [BRE 89] C.A. BREBBIA, J. DOMINGUEZ, « Boundary elements: an introductory course », *McGraw-Hill*, 1989.
- [DAN 92] B. W. DANDEKAR and R. J. CONAT, « Numerical analysis of elastic contact problems using the boundary integral equation method », *Int. J. Num. Meth. in Engineering*, V33, p. 1513-1522, 1992.
- [KEB 01] H. KEBIR, J. M. ROELANDT and J. GAUDIN, « Monte-Carlo Simulations of life expectancy using the dual boundary element method », *Eng. Frac. Mech.*, V68, p. 1371-1384, 2001.
- [KEB 00] H. KEBIR, J. M. ROELANDT and J. GAUDIN, « Simulation de la propagation de fissures dans les solides élastiques en modes mixtes par la méthode des équations intégrales duales », *Revue européenne des éléments finis*, V 9, N° 8, 2000, p. 893-916.
- [KEB 99] H. KEBIR, J. M. ROELANDT and J. FOULQUIER, « A new singular boundary element for crack problems: Application to bolted joints », *Eng. Frac. Mech.*, V62, p. 497-510, 1999.
- [KLA 85] KLAUS-JURGEN BATHE and NIL CHAUDHARY, « A solution method for planar and axisymmetric contact problems », *Int. J. Num. Meth. in Engineering*, V36, p. 2625-2642, 1993.
- [MAN 94] K. W. MAN, « Contact mechanics using boundary elements », *Topics in Engineering*, V22, *Computational Mechanics publications*, 1994.
- [MAN 92] K. W. MAN, M. H. ALIABADI, D. P. ROOKE, « BEM frictional contact analysis : load incremental technique », *Computers & Structures*, V21, p. 65-88, 1985.

- [OLU 93] O. A. OLUKOKO and A. A. BECKER, « A new boundary element approach for contact problems with friction », *Int. J. Num. Meth. in Engineering*, V36, p. 2625-2642, 1993.
- [POR 92] PORTELA and M. H. ALIABADI, « The dual boundary element method: effective implementation for crack problems », *Int. J. Num. Meth. in Engineering*, V33, p. 1269-1287, 1992.
- [SCH 95] J. SCHIIVE, « Multiple-site damage in aircraft fuselage structures », *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, p. 329-344, 1995.
- [YAM 94] K. YAMAZAKI, J. SAKAMOTO and S. TAKUMI, « Penalty method for three-dimensional elastic contact problems by boundary element method », *Computers & Structures*, V52, p. 895-903, 1994.