
Une formulation numérique pour la caractérisation de la déformation des tissus composites par mise en forme

Jean-Louis Billoët* — A. Hakim Cherouat***

* LM2S, secteur ENSAM de Paris, URA CNRS 1776

151 Boulevard de l'Hôpital F-75013 Paris, jean-louis.billoet@paris.ensam.fr

** LASMIS, GSM Université de Technologie de Troyes

12 rue Marie Curie F-10010 Troyes, cherouat@univ-troyes.fr

RÉSUMÉ. Les pièces à hautes performances en matériaux composites à renforts tissés sont généralement obtenues par mise en forme (emboutissage, drapage ou préformage). Leur utilisation dans les industries automobile ou aéronautique nécessite la réalisation d'une gamme de fabrication sur des maquettes de simulation. Pour caractériser la déformation des composites tissés et prévoir la faisabilité des opérations de mise en forme, un nouveau modèle numérique méso-structural est proposé. Il permet de prendre en compte les différents paramètres influant sur la mécanique de transformation géométrique des constituants de la pièce composite. L'équilibre mécanique du composite est obtenu en discrétisant les mèches chaîne et trame par un réseau de barres de comportement hypoélastique non linéaire et la résine par une membrane mince 3D de comportement hypoélastique isotrope (ou viscoélastique). La formulation retenue en grandes transformations est du type Green-Naghdi. L'avantage de l'association d'éléments complémentaires réside dans sa simplicité de mise en œuvre, sa performance de formulation mécanique et son découplage d'informations fibres-résine. Un ensemble d'essais de simulation de mise en forme a permis de valider le modèle proposé en comparaison avec des résultats expérimentaux.

ABSTRACT. High performance reinforced composite structures are generally obtained by shaping process. These reinforced composites are used in aeronautical and automotive industries. The proposed study concerns the simulation of the shaping process and permits to determine if the deformation operation is possible before manufacturing of tools. The numerical approach is proposed to model the behaviour of the prepreg woven fabric during the forming deformation. The global behaviour of composite fabric is modelled by a linear truss element system representative of warp and weft fibres behaviour and a isotropic elastic (or viscoelastic) membrane representative of resin behaviour. Comparisons with experiment results and simulations prove the efficiency of the proposed model.

MOTS-CLÉS : composites, fibres et résine, emboutissage et drapage, formulation corotationnelle, grandes déformations, éléments finis de barre et de membrane.

KEY WORDS : composites, warps and weft fibres behaviour, resin behaviour, shaping processes, corotational formulation, finite strains, truss finite element and membrane finite element.

1. Introduction

La simulation numérique des procédés de mise en forme (emboutissage, forgeage, fonderie,...) de pièces métalliques a connu de larges développements depuis dix ans et la plupart des logiciels métiers (Forge 2, Forge 3, PAM-Cast,...) répondent à la majeure partie des problèmes rencontrés par les industriels. Parallèlement, le secteur des pièces composites qui a connu, lui aussi, dans la même période, un fort accroissement d'activités, n'a pas bénéficié de la même évolution dans les outils numériques associés à la mise en forme. Il est indéniable que la nature des constituants de base, le caractère hétérogène du complexe que constitue le matériau composite, le nombre de pièces par série plus limité dans les principaux domaines industriels concernés (aéronautique, aérospatiale, automobile, etc.), n'ont pas facilité ces développements.

Le cycle de fabrication de pièces en matériaux composites par mise en forme est souvent coûteux et nécessite, pour chaque forme de pièces, une parfaite connaissance d'un grand nombre de paramètres technologiques (géométrie des outils, matériau de fabrication, orientation des fibres). Généralement, la qualité du produit fini dépend du critère d'échec ou de succès du dessin des outils et des paramètres liés à la fabrication. Par exemple, le procédé de drapage est principalement manuel et consiste en la dépose de découpes de tissus, généralement préimprégnés, sur des moules ayant la forme de la pièce à réaliser [GAY 91] et [BIL 93]. La définition des couches de tissu, des contours à plat, des coups de ciseaux et les limites angulaires de rotation des mèches au delà desquelles le drapage est impossible ne sont pas totalement automatisés (figure 1).

Face à la demande accrue de qualité, de fiabilité et de sécurité des pièces composites, les entreprises sont obligées de s'affranchir de ces phases longues et coûteuses — ou du moins de les réduire fortement — afin de pouvoir innover plus facilement, trouver plus rapidement des solutions à des technologies de plus en plus complexes et offrir une grande flexibilité permettant d'augmenter la productivité et la compétitivité. Les enjeux économiques ont poussé certaines entreprises à intégrer dans leurs projets industriels de nouvelles conceptions des outils de fabrication. Durant ces dernières années, des travaux de recherche ont porté sur l'emboutissage de pièces composites ou le drapage des tissus composites sur des pièces non développables [BER 88], [VAN 91], [BOR 95], [LON 95], [BLA 96], [BOI 97] et [CHE 98]. La simulation numérique de ces procédés de mise en forme permet d'aborder par le calcul les différentes phases, de la définition à la mise au point des gammes de fabrication. L'analyse des procédés de transformation des composites à renforts tissés met en évidence la nécessité de savoir contrôler l'aptitude aux grandes déformations des renforts lors des opérations de formage et au comportement fortement non linéaire.

Notre travail porte sur la simulation numérique du comportement des tissus préimprégnés non polymérisés lors de l'opération de formage par drapage ou par emboutissage. L'intérêt de cette étude est de répondre aux attentes des industriels

afin d'optimiser les procédés de fabrication et d'introduire la possibilité de les automatiser. L'outil numérique développé doit permettre de prévoir la faisabilité des opérations ou d'évaluer l'aptitude des tissus composites à recouvrir des formes plus ou moins complexes, sans déformabilité excessive des fibres par la définition de :

- 1 - la découpe à plat la plus précise possible du préimprégné,
- 2 - l'emplacement et la taille de coups de ciseaux afin de minimiser les chutes,
- 3 - les orientations réelles des mèches sur la pièce composite,
- 4 - la prédiction de l'endommagement des fibres,
- 5 - la localisation des zones à fort amas de fibres, et
- 6 - le choix du tissage le plus approprié pour l'application désirée.

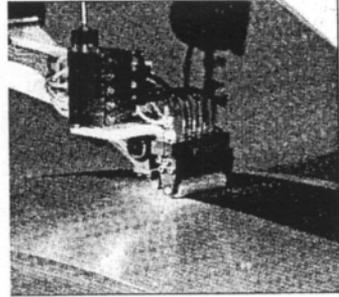


Figure 1. *Drapage manuel et automatique des tissus composites sur des surfaces 3D (Documents d'après INTERGLASS[®] et BMO Composites[®])*

2. Modélisation de la déformation des tissus

Lors de la mise en forme, les modes de déformation des matériaux à renforts tissés sont différents de ceux des matériaux métalliques du fait des spécificités des tissus composites (figure 2). Pour les matériaux continus traditionnels, le procédé de mise en forme est régi par des grandes déformations plastiques. Lors de la mise en forme des métaux, on s'intéresse au profil des épaisseurs de la tôle, au phénomène d'endommagement et de striction dans la tôle et au retour élastique après emboutissage. Pour les structures tissées, il est évident que le processus de rotation relative des fibres suivi de redressement intervient de façon prépondérante dans la mécanique de transformation géométrique, durant la phase de mise en forme et détermine l'aptitude des tissus à épouser de formes non développables [BOI 94], [CHE 94], [BOR 95], [BLA 96], [GEL 96] et [BOI 97]. Le mode d'extension intervient peu dans la phase initiale de mise en forme. Cependant, au-delà d'une certaine valeur, des endommagements dans les fibres peuvent apparaître. Un critère d'initiation d'endommagement doit donc être prévu. Ces mécanismes conduisent souvent à des modes de déformation à faible énergie et facilitent ainsi la mise en forme des tissus pour des grands déplacements des outils et des grandes rotations des

fibres. En effet, la typologie du complexe fibres-résine, les phénomènes d'interaction et de désondulation des fibres, le comportement visqueux de la résine, sont les principales sources de difficulté de la caractérisation mécanique du comportement des composites tissés. La modélisation du comportement de tissus préimprégnés non polymérisés pour la réalisation de pièces à géométrie complexe doit tenir compte de trois facteurs :

- paramètres constitutifs du matériau (comportement des fibres, loi de comportement de la résine, nature du tissage et mode d'obtention des mèches),
- modes de déformation des structures tissées (rotation relative, redressement, flambement et allongement),
- modes de fabrication de la préforme (emboutissage, drapage ou préformage).

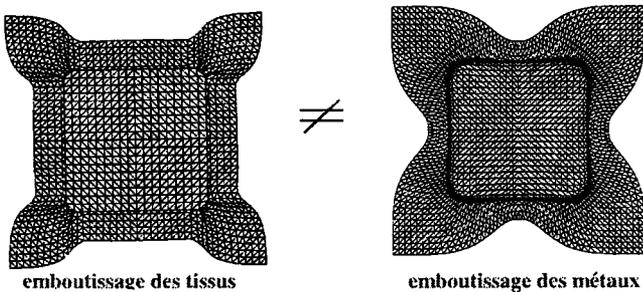


Figure 2. Modes de déformation des matériaux métalliques [SAB 94] et matériaux tissés [CHE 94] par emboutissage

Dans tous les cas de modélisation mécanique, il est nécessaire de recourir à des méthodes numériques avec des algorithmes non linéaires pour prendre en compte les non-linéarités dues au procédé de fabrication et à la nature du matériau. Le développement d'algorithmes performants pour l'analyse du comportement des structures tissées constitue toujours un axe important de recherche. La diversité des problèmes rencontrés en pratique rend cet objectif difficile à atteindre. Des travaux récents menés dans différents laboratoires de recherche, ont montré tout l'intérêt de nouvelles approches spécifiques à la mise en forme par drapage ou emboutissage de tissus préimprégnés ou non polymérisés. Différents niveaux d'approches de simulation ont été envisagés dans la littérature.

2.1. Approches géométriques (prédimensionnement)

Ces approches, basées sur des descriptions purement géométriques et cinématiques, permettent de prendre en compte les différents modes de

transformation des tissus par des mécanismes de treillis [KAW 73], [BER 88], [BAS 89], [VAN 91] et [LON 95]. Les tissus sont considérés comme des treillis formés de mailles planes inextensibles. La position des nœuds de croisement des fibres est calculée d'une façon itérative afin de conserver les longueurs des côtés des mailles initiales. Des algorithmes d'approximation et d'optimisation permettant de recouvrir par drapage des familles de surfaces plus ou moins complexes ont été proposés. L'avantage des modèles géométriques est leur bonne adaptation au prédimensionnement et à l'évaluation des surfaces pour la découpe à plat des tissus. Ils sont peu coûteux et très rapides en temps de calcul. Leur inconvénient majeur réside en leur incapacité à évaluer les paramètres physiques (déformations dans les fibres) ainsi qu'à prendre en compte les effets mécaniques de la résine et la nature du tissage.

2.2. Approches macro-mécaniques (dimensionnement global)

Les tissus composites sont de nature hétérogène et discontinue au niveau des principaux constituants du tissu composite. Un comportement équivalent peut être obtenu par homogénéisation locale éventuellement réactualisée pour prendre en compte des aspects géométriques liés au changement de forme des fibres et à la déformation mécanique du matériau. Les modèles macro-mécaniques permettent de modéliser le comportement des tissus composites par sommation du comportement de chaque constituant. Moyennant certaines hypothèses, une discrétisation par éléments finis du comportement des tissus permet de simuler la transformation géométrique des composites tissés durant la phase de mise en forme. Les approches macro-mécaniques sont bien adaptées aux outils numériques existants et peuvent évaluer l'état global de déformation du matériau. Néanmoins, ces modèles nécessitent de développer partiellement des formulations éléments finis particulières et un temps de préparation des maillages adaptatifs relativement long [SAB 93], [BOI 94], [CHE 94], [BOR 95], [SAB 95], [BLA 96], [GEL 96] et [BOI 97].

2.3. Approches micro-structurales (caractérisation)

Du fait que les matériaux composites sont par essence hétérogènes et discontinus, il est indispensable d'appliquer des modèles de comportement à un niveau représentatif de l'état mécanique des constituants de base. Au niveau micro-mécanique, ces approches permettent de prendre en compte les hétérogénéités de base des différents constituants qui contribuent à la déformabilité du complexe tissu composite. Les modèles développés sont susceptibles de représenter le comportement mécanique réel de la maille de base, d'évaluer les déformations et les efforts dans chaque constituant d'une façon très précise et d'étudier l'influence de chaque paramètre sur le comportement global de la pièce (cisaillement dans le pli, interactions, glissements des fibres, ondulations des mèches et frottements fibres-résine). Ces modèles sont très utilisés pour la caractérisation du comportement des

composites à renforts tissés mais leur maillage extrêmement complexe et le temps de calcul prohibitif les rend inaptes à des applications industrielles [ISH 83], [BLA 93], [REA 93] et [BLA 96].

2.4. Notre approche méso-structurale

Les différents modèles présentés ci-avant pour la simulation de la déformation des tissus composites lors de la mise en forme permettent d'envisager différents niveaux dans la chaîne de conception, de l'étape de prédimensionnement (approche géométrique) à l'étape de dimensionnement global (approche macro-mécanique) en passant par l'étape de caractérisation (approche micro-structurale) des différents paramètres mécaniques et matériels du complexe composite. Il est envisageable d'aborder un niveau de modélisation intermédiaire permettant d'affiner le comportement mécanique de chacun des constituants, tout en s'appuyant sur des outils industriels d'analyse afin d'assurer la pérennité du développement. Ce niveau est dénommé méso-structural car il prend compte les spécificités propres des renforts et de la matrice, tout en utilisant des lois de comportement intégrant des aspects matériels et géométriques.

Le modèle matériel de comportement spécifique aux tissus préimprégnés est « un modèle biphasé » où la fibre a un comportement hypoélastique linéaire ou non linéaire et la résine a un comportement isotrope soit hypoélastique soit viscoélastique. Seuls les comportements hypoélastiques sont présentés dans cet article. Les développements concernant les aspects viscoélastiques pour la résine sont présentés dans les références suivantes [BIL 99] et [CHE 99b]. Nous supposons que les fibres sont noyées dans la résine et se déforment dans l'élément matériel par cisaillement. L'élément fini bi-composants représentatif du comportement du complexe préimprégné est composé d'une association d'éléments finis de membrane, représentatifs du comportement de la résine à l'état non polymérisé et d'éléments finis de barre représentatifs du comportement du tissu. Ces deux familles d'éléments finis sont complémentaires (au niveau de la discrétisation numérique) et utilisent la même approche mécanique (formulation corotationnelle en grandes transformations). L'avantage du modèle numérique réside dans sa simplicité de mise en œuvre, sa performance mécanique et numérique de résolution des équations d'équilibre et sa richesse d'informations sur les constituants et plus particulièrement les tensions, l'endommagement des fibres et les distorsions angulaires entre les mèches chaîne et trame [BEL 98] et [CHE 98].

3. Modélisation du comportement spatial des tissus composites

3.1. Hypothèses

Bien que les allongements des fibres précédés d'une phase de redressement par embuvage soient faibles, le formalisme de l'équilibre mécanique de la déformation

des tissus composites est non linéaire à la fois géométrique (grandes variations angulaires des fibres dues à la géométrie des outils et au procédé de mise en forme) et matériel (comportement visqueux de la résine et ondulation des fibres). Le comportement constitutif des tissus préimprégnés est assimilé à un comportement hypoélastique non linéaire et dépend fortement de la déformation des fibres et de la résine. Pour caractériser la déformation locale de l'ensemble de points matériels du préimprégné certaines hypothèses sont retenues.

H1 - Dans toute transformation géométrique, tout réseau de fibres chaîne et trame initialement superposé par tissage avant mise en forme, reste superposé après déformation [CHE 94], [BOI 95], [SAB 95], [BLA 96], [GEL 96] et [BEL 98]. Cette hypothèse traduit le non glissement inter-réseaux de fibres dans le plan du tissu et assure la continuité du champ de déplacement lors de la mise en forme. Chaque point de connexion des fibres chaîne et trame, défini par le vecteur position \bar{X}^f , est associé à un point appartenant à la matrice \bar{X}^m . Au point de connexion, nous avons $\bar{X}^f = \bar{X}^m = \bar{X}$. Le mouvement cinématique de ces points de connexion est décrit par la fonction $\bar{x}^f = \bar{x}^f(\bar{X}^f, t)$ et $\bar{x}^m = \bar{x}^m(\bar{X}^m, t)$. La condition de non-glissement est traduite par la fonction suivante :

$$\bar{x} = \bar{x}(\bar{X}, t) / \bar{x}^f = \bar{x}^m = \bar{x} \quad [1]$$

La transformation mécanique du tissu-matrice est alors explicitée par l'application linéaire tangente \mathbf{F} , de \mathcal{C}_0 à \mathcal{C}_t , telle que :

$$\begin{cases} d\bar{x}^f = \mathbf{F}(\bar{X}^f, t) d\bar{X}^f \\ d\bar{x}^m = \mathbf{F}(\bar{X}^m, t) d\bar{X}^m \end{cases} \quad [2]$$

Pour les points de connexion nous avons $\mathbf{F} = \mathbf{F}^f = \mathbf{F}^m$; par contre pour tout autre point $\mathbf{F}^f \neq \mathbf{F}$ et $\mathbf{F}^m = \mathbf{F}$. Cette application tangente \mathbf{F}^f différente de l'application linéaire \mathbf{F} , définie par la transformation globale lors du procédé de mise en forme, autorise des glissements locaux hors points de connexion. Elle sera dénommée pseudo application linéaire tangente.

H2 - La ligne moyenne de chaque fibre de direction longitudinale définie par $\bar{N}_L^f(\theta_0)$ dans la configuration initiale \mathcal{C}_0 , demeure lors de la transformation, une ligne matérielle de direction $\bar{n}_L^f(\mathbf{F}^f, \theta_0)$ dans la configuration actuelle \mathcal{C}_t et s'exprime sous la forme :

$$\bar{n}_L^f(\mathbf{F}^f, \theta_0) = \frac{1}{\lambda_L^f} \mathbf{F}^f \bar{N}_L^f(\theta_0) \quad [3]$$

où λ_L^f définit l'élongation longitudinale de la mèche, calculée à partir de la pseudo application \mathbf{F}^f telle que :

$$\lambda_L^f = \sqrt{\tilde{N}_L^{fT}(\theta_0)(F^f)^T F^f \tilde{N}_L^f(\theta_0)} \tag{4}$$

H3 - La troisième hypothèse suppose que dans toute transformation géométrique, les fibres du préimprégné ne peuvent subir que des rotations de corps rigide, associées uniquement à des allongements (ou des compressions) dans la direction longitudinale :

$$\tilde{N}_L^f(\theta_0) \cdot \tilde{N}_T^f(\theta_0) = 0 \quad \Rightarrow \quad \tilde{n}_L^f(F^f, \theta_0) \cdot \tilde{n}_T^f(F^f, \theta_0) = 0 \tag{5}$$

Basé sur les hypothèses ci-dessus, le modèle proposé permet de caractériser le comportement du tissu composite lors de la mise en forme à partir du gradient de la transformation **F**. Une formulation en grandes transformations, permettant de prendre en compte le comportement mécanique anisotrope du tissu composite, les grandes rotations de fibres et les grandes déformations de la résine, est proposée. Elle repose sur une approche corotationnelle en vitesse. Deux référentiels matériels objectifs sont construits pour assurer l'objectivité matérielle de chaque constituant : un référentiel lié aux directions de chaque fibre ($\tilde{N}_L^f, \tilde{N}_T^f, \tilde{N}_3^f$) et un référentiel matériel lié aux directions du tenseur d'élongations principales de la résine ($\tilde{e}_{01}, \tilde{e}_{02}, \tilde{e}_{03}$). Toutes les grandeurs physiques sont calculées dans la configuration de référence définie par la rotation de corps rigide issue de la décomposition polaire du gradient de la transformation [SID 82], [CUR 83], [HOG 86 et 87], [SOW 87] et [GIL 93a, b c et d].

3.2. Formulation du comportement des fibres

Pour caractériser le comportement spécifique du tissu composite entre deux configurations voisines, qui tient compte des hypothèses ci-dessus et qui soit adapté aux différents phénomènes physiques de déformation des matériaux tissés lors de la mise en forme, un pseudogradient de transformation est construit. Il permet de définir le mouvement cinématique spatial de chaque point de connexion des fibres de chaîne et de trame par la relation :

$$F^f = \lambda_i^f n_i^f \otimes N_i^f \quad (F^f)^{-1} = \frac{1}{\lambda_i^f} N_i^f \otimes n_i^f \quad i = 1,3 \tag{6}$$

Pour modéliser le comportement mécanique de déformation des fibres, pour des grandes rotations et grands déplacements, nous formulons le mouvement incrémental de chaque point de connexion à partir du pseudogradient des vitesses, noté L^f tel que :

$$L^f = \dot{F}^f (F^f)^{-1} = \left(\frac{\dot{\lambda}_i^f}{\lambda_i^f} \right) n_i^f \otimes n_i^f + \dot{n}_i^f \otimes n_i^f \quad [7]$$

comme

$$\dot{n}_i^f = \dot{R}^f N_i^f \quad \text{et} \quad \dot{n}_i^f \otimes n_i^f = \dot{R}^f (N_i^f \otimes N_i^f) (R^f)^T \quad [8]$$

l'équation [7] se met sous la forme :

$$L^f = \left(\frac{\dot{\lambda}_i^f}{\lambda_i^f} \right) R^f (N_i^f \otimes N_i^f) (R^f)^T + \dot{R}^f (N_i^f \otimes N_i^f) (R^f)^T = D^f + W^f \quad [9]$$

Dans le référentiel lié aux directions de la fibre et associé à la dérivée de Green Naghdi, nous exprimons le tenseur taux de déformation par la relation :

$$\bar{D}^{fR} = (R^f)^T D^f R^f = \left(\frac{\dot{\lambda}_i^f}{\lambda_i^f} \right) N_i^f \otimes N_i^f \quad [10]$$

dans ce référentiel local, le tenseur objectif taux de contraintes est ramené à un scalaire $\bar{\sigma}_L^{fR}$ correspondant à la contrainte normale dans la fibre. Cette dernière est reliée à la composante longitudinale du tenseur objectif taux de déformation \bar{D}_L^{fR} par la loi de comportement de la fibre suivante :

$$\dot{\bar{\sigma}}_L^{fR} = \bar{E}_L^f (\lambda_L^f) \bar{D}_L^{fR} \quad [11]$$

Dans le cas d'une loi hypoélastique linéaire, on en déduit dans le référentiel local lié à la fibre, l'expression de la contrainte longitudinale dans celle-ci par $\bar{\sigma}_L^{fR} = E_L^f \ln(l^f/l_0^f)$ avec l^f la longueur de la fibre dans la configuration actuelle, l_0^f la longueur dans la configuration de référence et E_L^f le module tangent de la fibre ($E_L^f = 0$ pour les fibres comprimées). La contrainte objective dans la direction de la fibre s'exprime à chaque instant $t+\Delta t$ par :

$$\left(\bar{\sigma}_L^{fR} \right)_{t+\Delta t} = \left(\bar{\sigma}_L^{fR} \right)_t + \int_t^{t+\Delta t} \bar{E}_L^f (\lambda_L^f) \frac{\dot{\lambda}_L^f}{\lambda_L^f} dt \quad [12]$$

Avec l'hypothèse du comportement des milieux unidirectionnels $\bar{D}_T^{fR} = -\nu_f \bar{D}_L^{fR} \Rightarrow \lambda_T^f = (\lambda_L^f)^{-\nu_f}$ (ν_f est le coefficient de contraction des fibres), l'effort appliqué sur la surface de normale extérieure \bar{n}_s de chaque fibre est calculé dans la configuration initiale C_0 par l'expression suivante :

$$\bar{f}^f = \int_{S_0^f} (\lambda_L^f)^{-2\nu_f} \bar{\sigma}_L^{fR} \bar{N}_s dS_0^f \quad [13]$$

3.3. Formulation du comportement de la résine

Le phénomène de cisaillement plan permet aux tissus composites de couvrir des formes non développables par la transmission progressive des efforts dans les fibres lors de la transformation d'un flan initialement plan en une surface complexe. Cette mise en forme est principalement conditionnée par les rotations relatives des fibres. Néanmoins lors de la transformation géométrique des constituants, la résine joue un rôle prépondérant dans le maintien et la réorientation des réseaux de fibres chaîne et trame sur la surface à emboutir ou à draper. Le rôle est d'autant plus important que la résine a un caractère viscoélastique, notamment sa phase non polymérisée. Dans cet article, la résine sera considérée comme un matériau hypoélastique. Des développements plus spécifiques concernant ce caractère viscoélastique sont présentés dans les articles suivants [BIL 99] et [CHE 99].

Un modèle de comportement de membrane 2D en grandes transformations est utilisé pour décrire la transformation de chaque point matériel appartenant à la résine. Dans une base orthonormée, notée $(\mathbf{e}_{01}, \mathbf{e}_{02}, \mathbf{e}_{03})$ dans la configuration initiale, nous définissons la déformation de la membrane par l'intermédiaire du tenseur de Cauchy-Green droit \mathbf{C}^m à partir du tenseur des elongations principales λ_i^m , tel que :

$$\mathbf{C}^m = \mathbf{F}^T \mathbf{F} = \sum_{i=1}^3 (\lambda_i^m)^2 \mathbf{e}_{0i} \otimes \mathbf{e}_{0i} \quad i = 1, 3 \quad [14]$$

comme \mathbf{C}^m est symétrique et défini positif, les racines carrées de ces valeurs propres permettent de déterminer le tenseur de déformation pure droit \mathbf{U}^m , symétrique et défini positif par la relation suivante :

$$\mathbf{U}^m = \sqrt{\mathbf{F}^T \mathbf{F}} = \sum_{i=1}^3 \lambda_i^m \mathbf{e}_{0i} \otimes \mathbf{e}_{0i} \quad [15]$$

Les non-linéarités du problème, de nature matérielle ou géométrique, liées au procédé de mise en forme, nous imposent de recourir à des formulations incrémentales sous forme de taux [SID 82], [CUR 83], [HOG 86 et 87], [SOW 87] et [GIL 93]. Dans le référentiel corotationnel associé à la dérivée de Green-Naghdi, le tenseur taux de déformation s'écrit directement en fonction du gradient spatial des vitesses comme suit :

$$\bar{\mathbf{D}}^{mR} = \bar{\mathbf{L}}^{mR} = \dot{\mathbf{U}}^m (\mathbf{U}^m)^{-1} = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\dot{\lambda}_i^m}{\lambda_i^m} \right) \mathbf{e}_{0i} \otimes \mathbf{e}_{0i} \quad [16]$$

$\bar{\mathbf{W}}^{mR} = \mathbf{0}$ dans le référentiel de rotation de corps rigide.

Dans l'hypothèse de petites déformations élastiques et de faibles vitesses de déformation (dans une première approximation), la loi hypoélastique caractérisant le

comportement membranaire de la résine permet d'exprimer la relation constitutive entre le taux de contrainte objectif $\dot{\bar{\sigma}}^{mR}$ et le taux de déformation objectif $\bar{D}^{mR}(t)$:

$$\dot{\bar{\sigma}}^{mR} = \bar{C}^m : \bar{D}^{mR}(t) \quad [17]$$

cette loi permet de calculer à chaque instant $t+\Delta t$ le tenseur objectif de contrainte dans la résine par la relation suivante :

$$\left(\bar{\sigma}^{mR}\right)_{t+\Delta t} = \left(\bar{\sigma}^{mR}\right)_t + \int_t^{t+\Delta t} \bar{C}^m : \bar{D}^{mR} dt \quad [18]$$

où \bar{C}^m est le tenseur de comportement de la résine.

Ainsi, les efforts dans le tissu préimprégné sont déterminés comme sommation des efforts de tension dans chaque fibre et des efforts internes de cohésion exercés sur la résine dans la configuration initiale C_0 (les efforts dus à l'interaction et au frottement fibres-résine sont négligés) :

$$\bar{f}^{tissu} = \sum_{fibres} \left(\int_{S_0^f} (\lambda_L^f)^{-2\nu_f} \bar{\sigma}_L^{fR} \bar{N}_s dS_0^f \right) + \int_{S_0^m} (\det \mathbf{F}) \mathbf{F}^{-1} \bar{\sigma}^{mR} \bar{N}_s dS_0^m \quad [19]$$

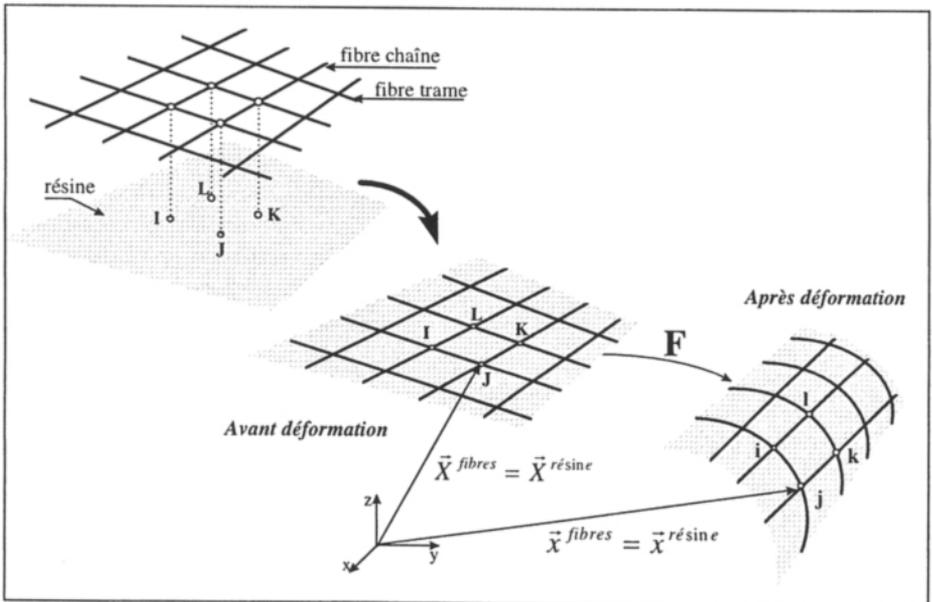


Figure 3. Cinématique de la transformation des tissus composites

4. Discrétisation par éléments finis de l'équilibre des préimprégnés

Une formulation incrémentale qui tient compte de l'histoire des déformations en grandes transformations a été proposée pour formuler l'équilibre global du préimprégné lors de la déformation par mise en forme. Le comportement global du matériau est obtenu par sommation d'un comportement uniaxial hypoélastique représentatif du comportement des fibres et d'un comportement membranaire représentatif du comportement de la résine. La dérivée en rotation propre résultant du transport de rotation, issu de la décomposition polaire du gradient de la transformation (dérivée de Green-Naghdi), a été retenue pour assurer l'objectivité des variables utilisées. Pour tout milieu matériel repéré dans un référentiel absolu, à chaque instant et pour tout mouvement virtuel cinématiquement admissible $\hat{\mathbf{u}}$, les équations d'équilibre sont déterminées à partir du principe des puissances virtuelles $\hat{\mathbf{P}}_{\text{defo}} - \hat{\mathbf{P}}_{\text{ext}} = 0$ tel que :

$$\hat{\mathbf{P}}_{\text{defo}} - \hat{\mathbf{P}}_{\text{ext}} = \int_{V^m} \bar{\boldsymbol{\sigma}}^{mR} : \hat{\mathbf{D}}^{mR} dV + \sum_{\text{fibres}} \left(\int_{S^f} S^f \bar{\boldsymbol{\sigma}}_L^{fR} \hat{\mathbf{D}}_L^{fR} dl^f \right) - \int_{S_\sigma} \bar{\mathbf{t}} \cdot \hat{\mathbf{u}} dS = 0 \quad \forall \hat{\mathbf{u}} / \hat{\mathbf{u}} = 0 \text{ sur } S_u \quad [20]$$

où $\bar{\mathbf{t}}$ est le vecteur force extérieure appliqué sur la surface S_σ (les forces de volume sont négligeables) et S^f la section actuelle de la fibre. Nous supposons que la puissance des efforts de compression dans les fibres est nulle.

La modélisation numérique de la déformation est effectuée en discrétisant le préimprégné par deux familles d'éléments finis. Ces dernières sont choisies de façon à être compatibles au niveau de la discrétisation spatiale (formulation membranaire 3D) et de la modélisation mécanique (formulation corotationnelle en corps rigide du type Green-Naghdi). Les fibres sont modélisées par des éléments finis de barre linéaires à 2 nœuds et la résine est modélisée par des éléments finis de membrane (linéaire pour le triangle à 3 nœuds ou bilinéaire pour le quadrangle à 4 nœuds). La cinématique des éléments est isoparamétrique de continuité C^0 . La position courante de chaque point de la surface moyenne du sous-domaine e du préimprégné est interpolée à partir de la position aux nœuds et des déplacements nodaux tel que

$$\mathbf{x}^e = \sum_{k=1}^{\text{nœuds}} N^k(\xi, \eta) \mathbf{X}_k^e + \sum_{k=1}^{\text{nœuds}} N^k(\xi, \eta) \mathbf{u}_k^e \quad [21]$$

où \mathbf{X}_k^e et \mathbf{u}_k^e sont respectivement le vecteur position nodale actuelle et le vecteur déplacement (ou vitesse) nodal du nœud k sur la surface moyenne et $N^k(\xi, \eta)$ sont les fonctions d'interpolation de chaque élément fini e . Pour les fibres, ces fonctions d'interpolation s'écrivent classiquement dans l'élément de référence par :

$$N^1 = \frac{1-\xi}{2} \quad N^2 = \frac{1+\xi}{2} \quad \text{avec} \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad [22]$$

et pour la résine ces fonctions sont linéaires pour le triangle à 3 nœuds T3

$$N^1 = 1-\xi-\eta \quad N^2 = \xi \quad N^3 = \eta \quad \text{avec} \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad 0 \leq \eta \leq 1+\xi \quad [23]$$

ou bilinéaires pour le quadrangle à 4 nœuds Q4 :

$$\begin{cases} N^1 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) & N^2 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) & -1 \leq \xi \leq 1 \\ N^3 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) & N^4 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta) & -1 \leq \eta \leq 1 \end{cases} \quad [24]$$

Pour l'élément fini de barre, le taux de déformation dans la direction de la barre est fonction de l'élongation λ_L^i tel que, compte tenu de [21]

$$\lambda_L^i = \frac{dl^i}{dl_0^i} = \frac{\sqrt{d\mathbf{x}^T \cdot d\mathbf{x}}}{\sqrt{d\mathbf{X}^T \cdot d\mathbf{X}}} = \frac{\sqrt{d(\mathbf{X}+\mathbf{u})^T \cdot d(\mathbf{X}+\mathbf{u})}}{\sqrt{d\mathbf{X}^T \cdot d\mathbf{X}}} \quad [25]$$

avec

$$dl^i = \sqrt{d\mathbf{x}^T \cdot d\mathbf{x}} = \sqrt{\frac{d\mathbf{X}^T}{d\xi} \frac{d\mathbf{X}}{d\xi} + 2 \frac{d\mathbf{X}^T}{d\xi} \frac{d\mathbf{u}}{d\xi} + \frac{d\mathbf{u}^T}{d\xi} \frac{d\mathbf{u}}{d\xi}} d\xi = \alpha_n d\xi \quad [26]$$

cette relation permet d'exprimer l'expression de la vitesse de déformation dans la direction de la barre en fonction de la matrice d'interpolation de déformation

$$\hat{D}_L^{iR} = \frac{\dot{\lambda}_L^i}{\lambda_L^i} = \frac{dl^i}{dl^i} = \frac{1}{\alpha_n^2} \left(\frac{d\mathbf{X}^T}{d\xi} \frac{d\hat{\mathbf{u}}}{d\xi} + \frac{d\hat{\mathbf{u}}^T}{d\xi} \frac{d\hat{\mathbf{u}}}{d\xi} \right) = \frac{1}{\alpha_n^2} \left(\frac{d\mathbf{x}^T}{d\xi} \frac{d\hat{\mathbf{u}}}{d\xi} \right) = [\bar{\mathbf{B}}^{iR}] \{ \hat{\mathbf{u}}_n \} \quad [27]$$

où $\{ \hat{\mathbf{u}}_n \}$ est le vecteur élémentaire des vitesses virtuelles nodales et $[\bar{\mathbf{B}}^{iR}]$ l'opérateur d'interpolation des déformations des fibres.

Pour la résine, les composantes de membrane du tenseur taux de déformation non tourné s'écrivent sous la forme :

$$\hat{D}^m = \frac{1}{2} (\nabla \hat{\mathbf{u}} + \nabla \hat{\mathbf{u}}^T) = [\mathbf{B}^m] \{ \hat{\mathbf{u}}_n \} \quad [28]$$

dans le repère local, associé au référentiel mobile, tourné de la rotation de corps rigide $\mathbf{R}^m(\theta^R)$, ce tenseur s'exprime en fonction de l'opérateur de déformation $[\bar{\mathbf{B}}^{mR}]$ par la relation :

$$\hat{D}^{mR} = (R^m)^T \hat{D}^m R^m = [\bar{B}^{mR}] \{ \hat{u}_n \} \quad \text{avec} \quad [R^m] = \begin{bmatrix} \cos \theta^R & -\sin \theta^R \\ \sin \theta^R & \cos \theta^R \end{bmatrix} \quad [29]$$

Compte tenu de [20], [27] et [29], la discrétisation du P.P.V. peut s'écrire sous la forme :

$$\int_{V_m} [\bar{B}^{mR}]^T \bar{\sigma}^{mR} dV + \sum_{\text{fibres}} \left(\int_{l^f} S^f [\bar{B}^{fR}]^T \bar{\sigma}_L^{fR} dl^f \right) - \int_{S_\sigma} N^T \bar{t} dS = 0 \quad [30]$$

La non-linéarité du problème traité est due au procédé de mise en forme (grands déplacements, grandes rotations relatives des mèches et contact avec frottement), au comportement des fibres qui peut être élastique linéaire ou non linéaire (non traité dans cet article) et au comportement de la résine qui peut être élastique ou viscoélastique (non abordé dans cet article.) La technique numérique utilisée pour résoudre l'équation [30] est celle de Newton. A chaque itération *i*, les solutions Δu_n^{i+1} à l'incrément *n* sont recherchées en résolvant le système :

$$\sum_e [K_{issu}^e] \Delta u_n^{i+1} = \sum_e \{ R^e \} \quad [31]$$

où la matrice de rigidité tangente du préimprégné $[K_{issu}^e]$ est obtenue par sommation de rigidité de chaque constituant (fibres + résine). Le code de calcul Abaqus [HIB 95] utilisé pour la modélisation de la déformation des composites renforcés suppose que les éléments de membrane et de barre soient incompressibles. Il résulte alors la relation de la matrice de raideur suivante (le tenseur de comportement de la résine \bar{C}^m et le module tangent longitudinale des fibres \bar{E}_L^f sont supposés constants dans une première approximation) :

$$[K_{issu}^e] = \int_{l_0^f} \bar{E}_L^f S_0^f [\bar{B}^{fR}]^T [\bar{B}^{fR}] dl_0^f + \int_{S_0^m} e_0^m [\bar{B}^{mR}]^T [\bar{C}^m] [\bar{B}^{mR}] dS_0^m \quad [32]$$

et

$$\{ R_{issu}^e \} = \int_{l_0^f} S_0^f [\bar{B}^{fR}]^T \bar{\sigma}_L^{fR} dl_0^f + \int_{S_0^m} e_0^m [\bar{B}^{mR}]^T \bar{\sigma}^{mR} dS_0^m + \int_{S_\sigma} N^T (\xi, \eta) \bar{t} dS \quad [33]$$

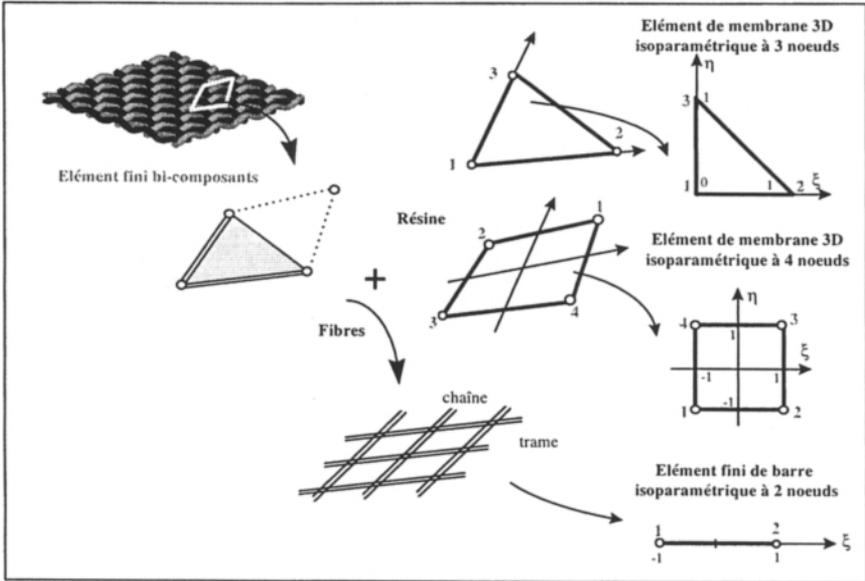


Figure 4. *Elément fini bi-composants pour la simulation de la déformation des tissus*

5. Tests de traction uniaxiale sur des éprouvettes en tissus composites

Dans le but de valider la formulation méso-structurale pour la modélisation du comportement des composites tissés à résine non polymérisée, des comparaisons avec des essais de traction unidirectionnels sur des éprouvettes en tissu en fibres de verre (sergé 4x3) ont été effectuées. Ces tissus, bien que considérés secs, sont associés à une résine d'enduction qui facilite le maintien des fibres lors de la mise en œuvre dans le moule. Ces essais sont issus des travaux de [SAB 93] et [SAB 95]. Pour imposer une cinématique homogène de traction pure, un montage adapté sur une machine de traction a été réalisé. Les développements analytiques de la solution permettant d'exprimer la relation entre effort dans les fibres au déplacement de l'éprouvette sont donnés en annexe.

La section droite des fibres S_0^f est calculée en fonction de la surface totale du tissu composite S_0^{tissu} et la longueur totale des fibres dans le tissu l_0^f tel que $S_0^f = V_f e_0^{tissu} S_0^{tissu} / l_0^f$. Pour le tissu utilisé sergé 4x3 composé de trois couches, $V_f = 90\%$ et $e_0^{tissu} = 3$ mm.

La validation numérique a été effectuée sur plusieurs essais d'élongation pure pour différentes orientations initiales de mèches et pour différentes densités de mèches dans le tissu. Pour une orientation initiale de 0° des fibres par rapport aux axes de la machine, les valeurs de la simulation numérique sont comparées avec les valeurs analytiques (Eq. a12) et les valeurs expérimentales [SAB 93] sur la figure 6a

pour $n_c=13$ mèches et sur la figure 6b pour $n_c = 64$ mèches. On note une assez bonne corrélation entre les valeurs expérimentales et analytiques. Dans un autre cas plus sévère avec une orientation de 30° figure 6c et une orientation de 45° figure 6d, les valeurs numériques des efforts dans le tissu sont aussi en bonne corrélation avec les valeurs expérimentales et analytiques.

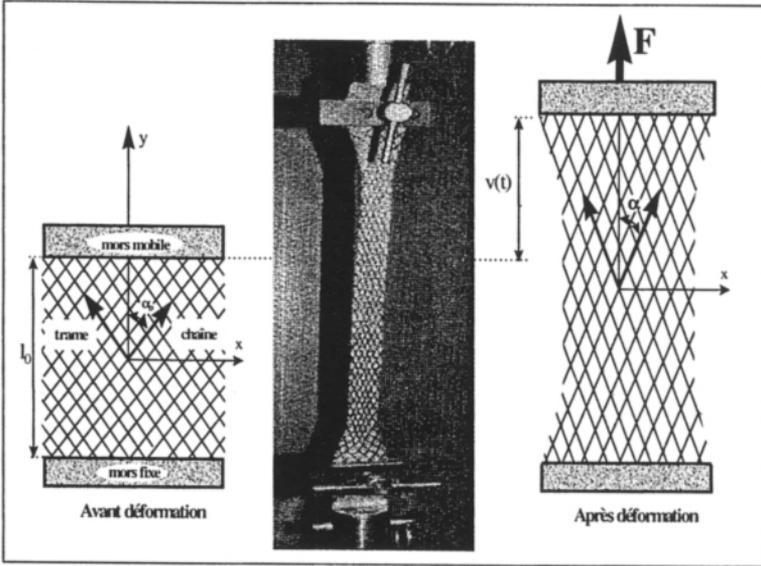
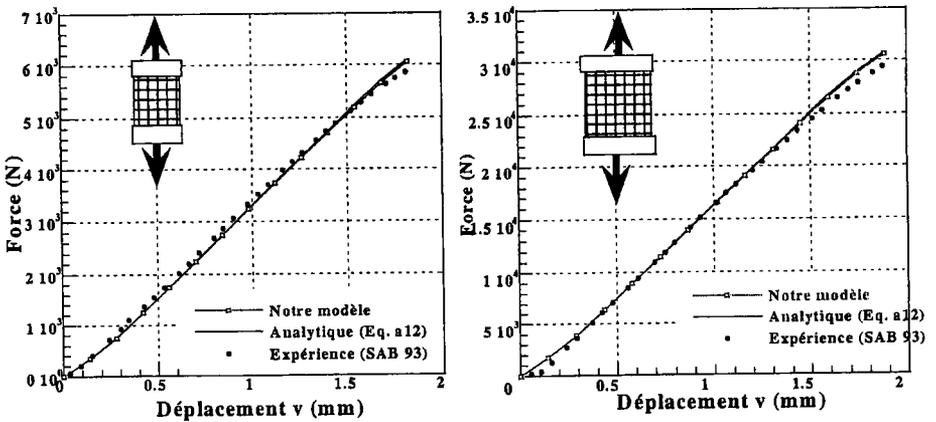
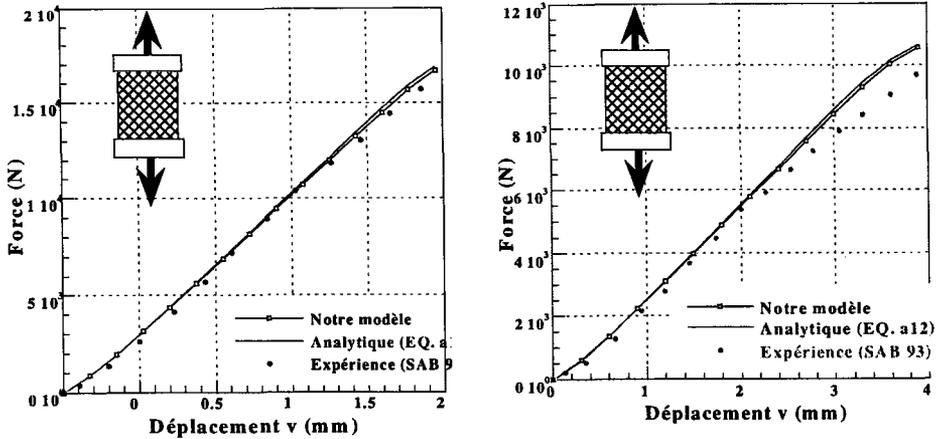


Figure 5. Traction pure sur des éprouvettes en tissu composites avant et après déformation (photo [BLA 96])



Figures 6.(a et b). Courbe effort-déplacement, comparaison expérience [SAB 93] - analytique (Eq. a12) et simulation pour $\alpha_0 = 0^\circ$ avec $n_c = 13$ (a) et avec $n_c = 64$ (b)



Figures 6 (c et d). Courbe effort-déplacement, comparaison expérience [SAB 93] - analytique (Eq. a12) et simulation pour $\alpha_0 = 30^\circ$ (c) et pour $\alpha_0 = 45^\circ$ (d)

6. Simulation numérique de la mise en forme des tissus composites

La modélisation numérique du formage des tissus préimprégnés avant polymérisation de la résine doit identifier les conditions qui conduisent à la faisabilité de la fabrication des pièces composites. Dans ce but, une nouvelle approche méso-structurale est proposée et mise en œuvre dans le code de calcul ABAQUS (explicite et implicite). Des essais de mise en forme par drapage et par emboutissage ont été effectués en laboratoires pour valider le modèle numérique. Les essais d'emboutissage de tissus de fibres de verre par poinçon et matrice hémisphériques ont été réalisés au LMARC de Besançon [CHE 94]. Les essais de drapage de préimprégnés en fibres de carbone sur des surfaces 3D ont été réalisés au LMS de l'ENSAM de Paris [BLA 95]. Les principaux résultats attendus de la modélisation numérique sont :

- la distribution du champ des rotations relatives des fibres dans les préformes,
- le contour final des préformes après mise en forme,
- la remise à plat du préimprégné après mise en forme, et
- les contraintes et les déformations des constituants du préimprégné.

6.1. Drapage des préimprégnés sur des surfaces hémisphériques 3D

Un démonstrateur semi-automatique de drapage des préimprégnés sur des surfaces 3D non développables a été construit au laboratoire LMS [BLA 95]. Le maintien du tissu lors de la déformation est effectué par huit préhenseurs de raideur très faible. Le

moule hémisphérique de diamètre 240 mm est animé d'un mouvement vertical de 300 mm. Une caméra numérique est utilisée pour mesurer les déformations des grilles initialement déposées sur le préimprégné (figure 7). Les caractéristiques mécaniques du préimprégné en fibre de carbone sont données dans [BLA 93] et [DAL 94]. Dans cet essai, le comportement de la résine est considéré comme élastique isotrope et les effets d'embuvage ne sont pas pris en compte.

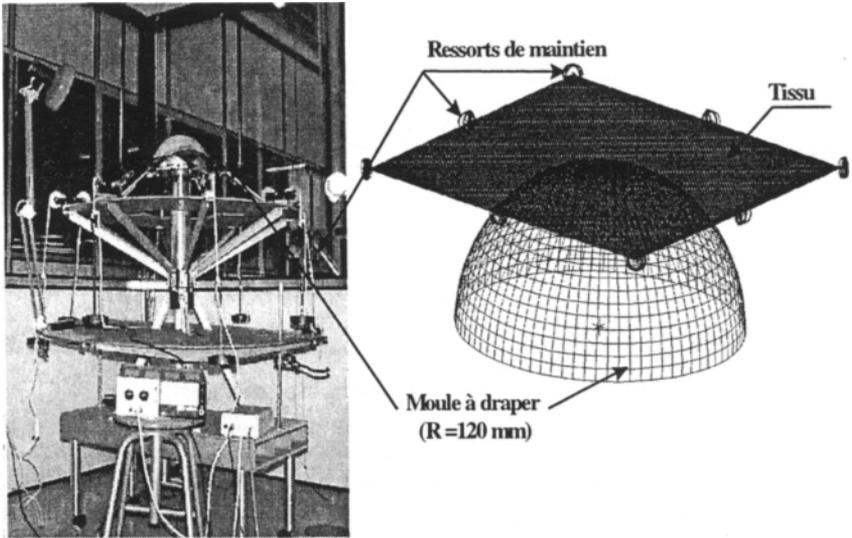
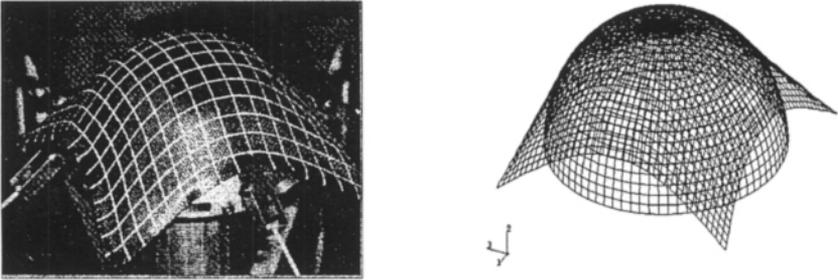


Figure 7. Démonstrateur de drapage des tissus sur des surfaces 3D

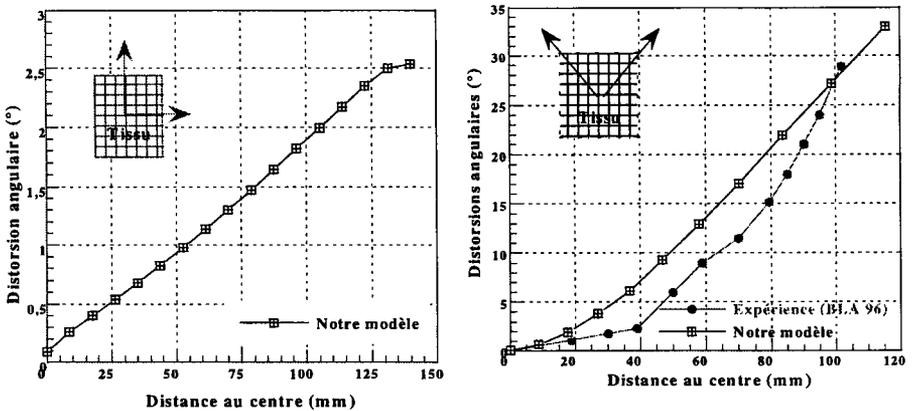
La simulation numérique de cet essai a été effectuée en modélisant le préimprégné carré (350 x 350 mm) avec 1600 éléments finis isoparamétriques de membrane à 4 nœuds du type M3D4 représentatifs du comportement de la résine et 3200 éléments finis isoparamétriques de barre linéaire du type T3D2 représentatifs du comportement des fibres chaîne et trame. Ces éléments, choisis de la bibliothèque des familles d'éléments du code de calcul Abaqus, correspondent à la formulation mécanique proposée. Ils sont compatibles au niveau de la discrétisation du champ de déplacement et utilisent tous les deux une formulation mécanique en rotation de corps rigide du type Green-Naghdi. Le moule 3D est maillé avec 1600 facettes rigides. Le système de maintien est modélisé par 24 éléments finis de ressort du type SPRINGA de faible raideur (10^{-3} N/mm).

Le résultat de la simulation numérique (figure 8a) est comparé au résultat expérimental (figure 8b). Sur ces figures, nous constatons que le profil du maillage déformé de la modélisation coïncide avec le profil des contours extérieurs du préimprégné après drapage. Ce contour dépend de l'orientation initiale des fibres par rapport aux directions de chargement. Un autre résultat important du calcul est le profil des distorsions angulaires des mèches chaîne et trame le long des lignes de

symétries et des diagonales. La figure 9a représente les distorsions angulaires le long de la ligne médiane. Celles-ci sont faibles de l'ordre de 3° . Par contre le long de la diagonale du tissu déformé nous constatons des valeurs importantes (figure 9b) qui atteignent près de 35° . On note une assez bonne corrélation avec les valeurs expérimentales. Il est à noter que la prise en compte du caractère viscoélastique de la résine et de l'embuvage des fibres améliore très nettement cette corrélation [BIL 99] et [CHE 99].



Figures 8. Préforme finale après drapage comparaison expérience (a) simulation (b)



Figures 9. Distorsions angulaires le long de la médiane (a) et de la diagonale (b)

6.2. Emboutissage des tissus composites par poinçon et matrice hémisphériques

Des essais expérimentaux de mise en forme par emboutissage par poinçon et matrice hémisphériques ont été réalisés sur des tissus secs en fibres de verre du type sergé 4x3 au LMARC [CHE 94]. La mesure de la déformation des fibres et des variations angulaires des mèches chaîne et trame a été effectuée à partir du suivi de l'évolution de chaque grille élémentaire initialement tracée sur le tissu avant déformation. La méthode des grilles permet de calculer les distorsions et les

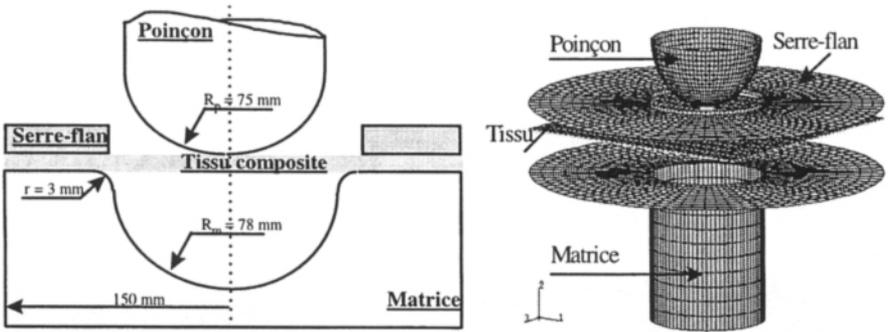
déformations de chaque cellule à partir de la connaissance de la géométrie des côtés de la grille après mise en forme. Nous étudions particulièrement l'évolution géométrique des réseaux de fibres le long des lignes de symétrie et de la diagonale de la préforme. Le poinçon rigide est animé d'un mouvement de descente verticale de 75 mm. Une pression de 0.6 MPa est appliquée sur le serre-flan pour maintenir le tissu au cours de la transformation. Le frottement entre les outils et le tissu utilisé en fibres de verre est estimé à 0.1. Les caractéristiques géométriques de l'essai sont définies dans la figure 10a. Ces tissus « secs » sont associés à une résine d'enduction qui facilite le maintien des fibres lors de la mise en forme. Les phénomènes d'embuage des fibres de viscosité de la résine sont très faibles et permettant de négliger leurs effets sur la déformation du préimprégné lors de la mise en œuvre.

En se plaçant dans les mêmes conditions d'essais expérimentaux, ce procédé de mise en forme a été simulé numériquement. Le tissu composite (fibres + résine) est discrétisé avec 800 éléments finis de membrane à trois nœuds M3D3 de comportement élastique linéaire isotrope ($E_m = 10$ MPa et $\nu_m = 0.45$) et 800 éléments finis de barre linéaire à 2 nœuds T3D2 de comportement élastique isotrope linéaire ($\bar{E}^f = 75000$ MPa et $\nu_f = 0.5$). Les outils d'emboutissage (poinçon + matrice + serre-flan) sont discrétisés avec 2200 facettes planes 3D figure 10b. Pour une orientation de $(0^\circ, 90^\circ)$ les figures 11a et 11b représentent une comparaison du contour des préformes obtenues numériquement et expérimentalement. Sur ces figures nous constatons que les profils des contours extérieurs des tissus après emboutissage sont semblables. Les figures 12a et 12b illustrent l'évolution des distorsions angulaires des fibres le long des médianes et des diagonales. On remarque que les variations angulaires sont très importantes, de l'ordre de 40° le long des diagonales du tissu après mise en forme. Par contre, les médianes du tissu restent faibles, de l'ordre de 9° . Sur ces figures, on peut dire qu'il y a une bonne corrélation des résultats numériques et expérimentaux.

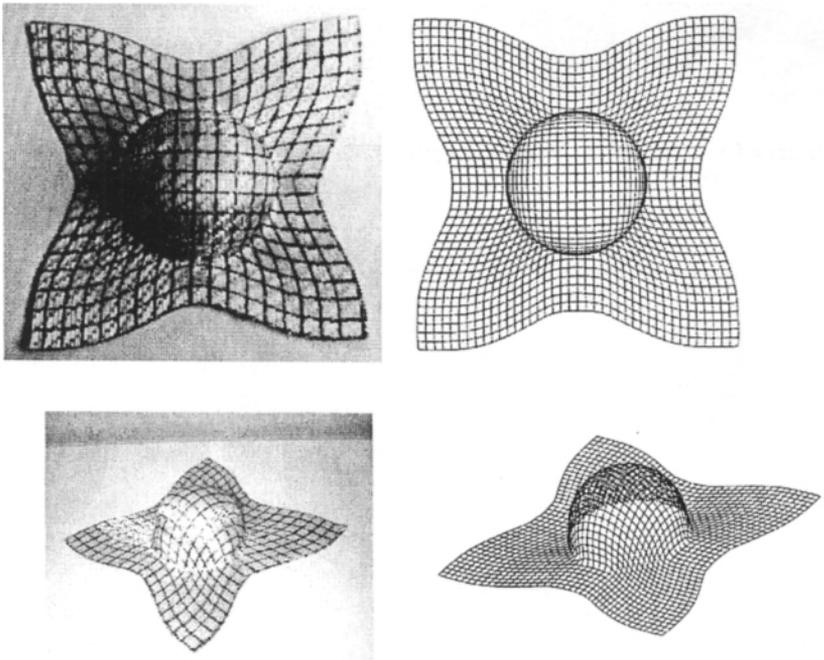
Pour illustrer l'influence de la forme initiale du flan à emboutir sur les contours extérieurs de la préforme composite, un autre essai d'emboutissage du tissu sec sergé 3x4 en fibres de verre a été réalisé [CHE 94]. La géométrie du tissu initial est circulaire, de rayon = 180 mm, la descente du poinçon est de 75 mm, la pression de maintien au cours de la déformation est constante et égale à 0.6 MPa. Sur les figures 13, les résultats de la simulation numérique (maillage déformé à 75 mm de descente du poinçon) sont comparés aux résultats expérimentaux. Sur ces figures, nous pouvons constater que les profils des contours extérieurs après emboutissage sont identiques. Ces constatations montrent, là aussi, que le modèle numérique du comportement des tissus préimprégnés est correct. Les figures 14 représentent les distorsions angulaires des fibres du tissu déformé. Celles-ci sont faibles, de l'ordre de 8° le long de la ligne médiane, et sont très importantes, supérieures à 40° , le long de la diagonale. On note une bonne corrélation avec les valeurs expérimentales.

Sur la figure 15, nous illustrons le profil des contours finaux extérieurs des préformes obtenus par emboutissage pour différentes orientations initiales des fibres et pour des géométries initialement carrées et circulaires du tissu. Les valeurs de rétreint du tissu après mise en forme, tableau 1, sont encourageantes en comparaison

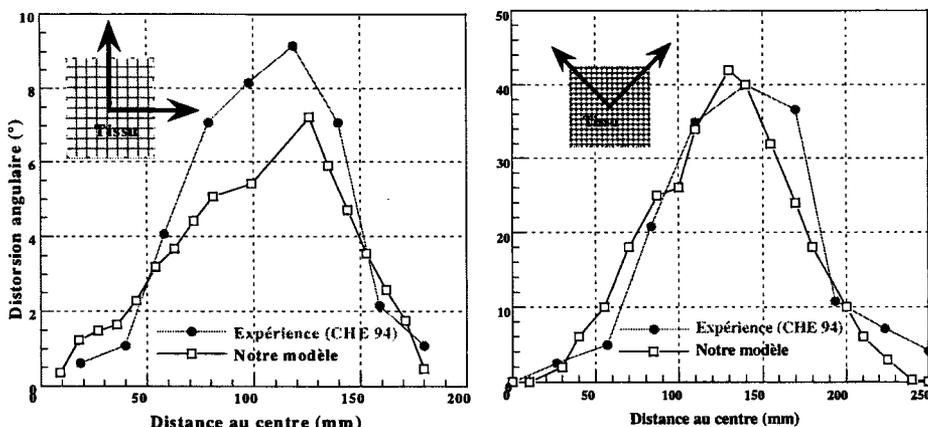
avec les résultats expérimentaux. En particulier, les zones concernées par les maximums de distorsions sont bien localisées par le modèle. Ces résultats montrent en définitive que le modèle numérique proposé tient bien compte du comportement mécanique du renfort et de ses effets fortement anisotropes. Les calculs des rétreints permettent d'estimer les surfaces exactes à couvrir par les tissus composites dans le but de minimiser les chutes importantes des fibres et d'optimiser le procédé de fabrication par déformation des tissus préimprégnés.



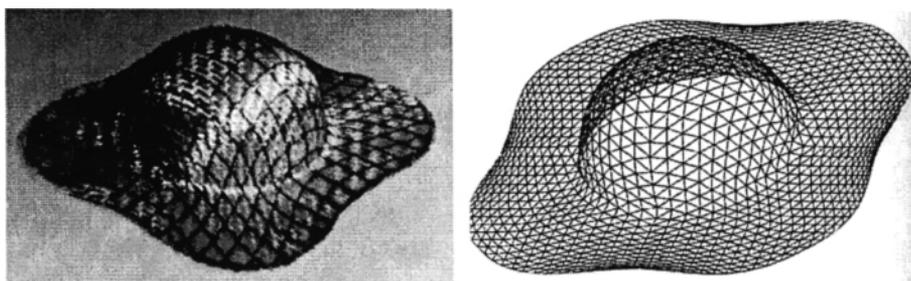
Figures 10. Géométrie et maillage des outils d'emboutissage des tissus composites



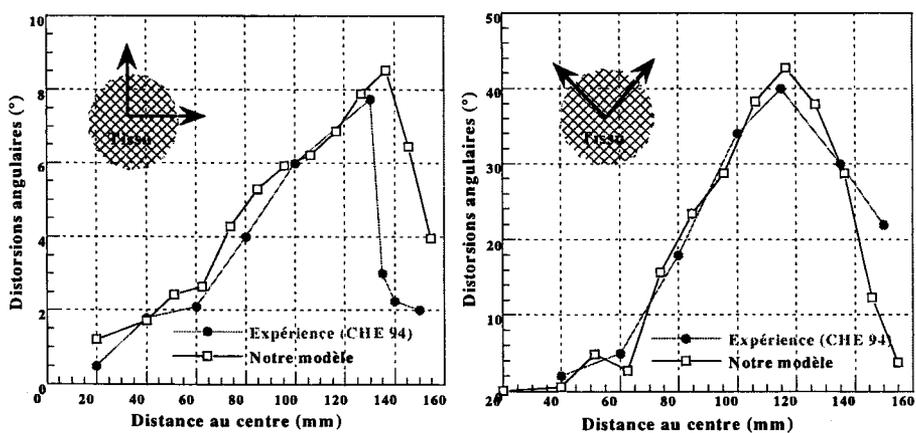
Figures 11. Préformes après emboutissage comparaison expérience (a) simulation (b)



Figures 12. Distorsions angulaires le long de la médiane (a) et de la diagonale (b)



Figures 13 : Préformes circulaires après emboutissage comparaison expérience (a) simulation (b)



Figures 14. Distorsions angulaires le long de la médiane (a) et de la diagonale (b)

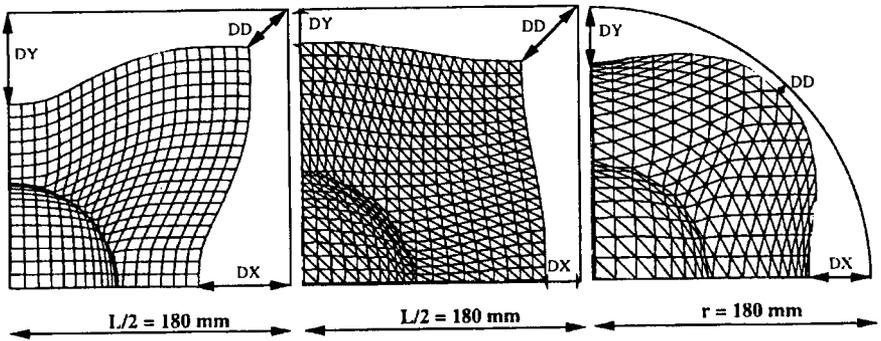


Figure 15. Profil des contours extérieurs et déplacements des coins de la préforme

Tissu	Rétreint (mm)	Expérience	Simulation
Tissu carré ($0^\circ, 90^\circ$)	DX	44	41.0
	DY	44	41.0
	DD	10	8.6
Tissu carré ($-45^\circ, +45^\circ$)	DX	10	8.3
	DY	10	8.3
	DD	42	38.3
Tissu circulaire	DX	42	39.7
	DY	42	36.7
	DD	9	7.5

Tableau 1. Rétreint du tissu composite après emboutissage, comparaison simulation-expérience

8. Conclusion

Un modèle numérique du type méso-structural a été proposé. La discrétisation par éléments finis de l'équilibre du tissu composite à résine non polymérisée est obtenue par une association d'éléments finis de barres caractérisant le comportement des fibres chaîne et trame et d'éléments finis de membrane caractérisant le comportement de la résine non polymérisée. Le comportement global obtenu est non linéaire et prend en compte les non-linéarités géométriques (grands déplacements des outils, grandes rotations relatives des fibres) et de conditions aux limites (contact avec frottement entre outils rigides et tissus déformables). La formulation retenue s'appuie sur une description corotationnelle de la transformation. Dans cet article, les lois de comportement introduites sont de type hypoélastique. Un ensemble d'essais numériques associé à des expérimentations, ont permis de valider la formulation mécanique du comportement.

Deux procédés de déformation de tissus composites par mise en forme (emboutissage et drapage) ont été simulés numériquement. Pour différentes

orientations initiales des fibres, les résultats numériques de calcul sont très satisfaisants en comparaison avec les valeurs expérimentales. Les informations obtenues par la simulation sont très intéressantes, à savoir : les directions réelles des mèches, la déformation des constituants du préimprégné, les contours finaux du préimprégné après mise en forme, la remise à plat du préimprégné permettant de minimiser les chutes et la faisabilité de l'opération de mise en forme. La prise en compte des effets dus au caractère viscoélastique de la résine et ceux dus à l'embuvage est présentée dans une autre référence [CHE 99]. L'aspect dû à l'endommagement des fibres est résolu par le développement des lois matérielles non linéaires par l'intermédiaire d'une carte utilisateur (VMAT) dans le logiciel ABAQUS. Cependant, le contrôle de cet endommagement dans le processus aussi complexe que l'emboutissage n'est pas réalisé. Des réflexions dans ce sens sont menées en laboratoire. Actuellement les principaux travaux réalisés sur ce sujet sont :

- la validation du modèle proposé sur des essais expérimentaux de drapage et d'emboutissage par des outils de formes complexes,
- l'enrichissement du modèle de comportement par la prise en compte des effets d'ondulations des fibres du tissage et des effets viscoélastiques de la résine,
- la comparaison avec des formulations de type géométrique (méthode du filet) dans un cadre de prédimensionnement de pièces composites.

Remerciements

Nous tenons à remercier le Professeur Jean-Claude Gélín du LMARC de Besançon pour la mise à disposition de certains résultats expérimentaux.

9. Bibliographie

- [BAS 89] BASER G., "A Mechanical Approach to the Determination of the geometry of a woven fabric and to analysis of subsequent changes in the geometry. Part 2: the development of a geometry of plain-woven fabric in the loom state and a theory of weaving contractions", *J. Text. Inst.*, 1989, Vol 80 N° 4, p. 521-534.
- [BEL 98] BELHOUS S., CHEROUAT A. & BILLOET J.L., "Two-component finite element model for the simulation of shaping prepreg woven fabric", *2nd International Conference on Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering*, Compiègne 1998, Vol 2 , p. 523-530.
- [BER 88] BERGSMAN O.K & HUISMAN J., "Deep drawing of fabrics reinforced thermoplastics", *Proceeding of the 2nd int. Conf. on Computer Aided Design in Composite Material Technology*, 1988. p. 323-333.
- [BIL 93] BILLOET J.L., *Introduction aux matériaux composites à hautes performances*, Teknea, 1993.

- [BIL 96] BILLOËT J.L., Contribution à la Compréhension des Problèmes en Grandes Transformations, Rapport interne LM2S ENSAM, Paris, 1996.
- [BIL 99] BILLOËT J.L. & CHEROUAT A., "Numerical behaviour of prepreg woven fabric for the simulation of shaping deformation", *Proceeding of Numesheet'99*, The 4th Int. Conf. and Workshop on Numerical Simulation of 3D sheet Forming Processes, Vol 1, p. 567-572, Besançon, 1999.
- [BLA 93] BLANLOT R., BILLOËT J.L. & GACHON G., « Modélisation du comportement mécanique non linéaire de tissus préimprégnés en phase non-polymérisée », *Actes du 11^e Congrès Français de Mécanique*, 1993, Vol 4, p. 125-128.
- [BLA 96 a] BLANLOT R. & BILLOËT J.L., "Simulation of the shaping of woven fabrics", *ICCE/3 New Orleans*, 1996. p.117-118.
- [BLA 96 b] BLANLOT R. & BILLOËT J.L., « Loi de comportement orthotrope évolutive pour la simulation de la mise en forme des tissus composites », *JNC 9*, 1996, p. 761-772
- [BOI 94] BOISSE P., CHEROUAT A., GELIN J.C. & SABHI H., « Fabrication de structures composites par le procédé RTM simulation numérique de l'opération d'emboutissage »; *JNC9 1994* Vol 1, p. 95-104.
- [BOI 97] BOISSE P., BORR M., BUET K. & CHEROUAT A., "Finite element simulation of textile composite forming including the biaxial fabric behavior", *Composite Part B Engineering Journal*, 1997, N° 28 p. 453-464.
- [BOR 95] BORR M. CHEROUAT. A., & GELIN J.C., "Modelling large biaxial deformation of glass fibres fabrics and application to shaping processes", *Euromech Symposium 334*, Lyon, 1995, p. 129-139.
- [CHE 94] CHEROUAT A., Simulation numérique du préformage des tissus de fibres de verre par la méthode des éléments finis, thèse de Doctorat de l'Université de Franche Comté, 1994.
- [CHE 95] CHEROUAT A., GELIN J.C, BOISSE P. & SABHI H., « Modélisation de l'emboutissage des tissus de fibres de verre par la méthode des éléments finis », *Revue Européenne des Eléments finis*, Vol 4, N°2, 1995, p. 159-182.
- [CHE 98] CHEROUAT A., BILLOËT J.L. & BELHOUS S., "New Finite element approach for the simulation of shaping prepreg woven fabric", *Fifth International Conference on Composites Engineering, ICCE 5*, Las Vegas USA, 1998, p. 181-182.
- [CHE 99] CHEROUAT A. & BILLOËT J.L., "Computational simulation of the shaping process of reinforced composite fabric by the finite element method", *Proceeding of Numesheet'99*, The 4th Int. Conf. and Workshop on Numerical Simulation of 3D sheet Forming Processes, Vol 1, p. 573-578, Besançon, 1999.
- [CUR 83] CURTIN M.E., SPEAR K., "On the relationship between the logarithmic strain rate and the stretching tensor", *Int J. Solids Structures*, Vol 19, N° 5, p. 437-444, 1983.
- [DAL 94] DALLEMAGNE G. & BLANLOT R., « Identification des viscosités dynamiques complexes d'un pré-polymère époxyde pour modéliser la mise en œuvre des tissus pré-imprégnés », *JNC10*, 1994, p. 45-58

- [GAY 96] GAY D. & CARRONNIER D., « Approche intégrée du RTM », *Revue des Composites et des matériaux Avancés*, Vol 6, 1996, Hermes.
- [GEL 96] GELIN J.C., CHEROUAT A, BOISSE P. & SABHI H., "Manufacture of thin composite structures by the RTM process : Numerical simulation of the shaping operation", *Composites Science and Technology* 56,1996, p. 711-718.
- [GIL 93 a] GILORMINI P., ROUDIER P. & ROUGÉE P., Utilisation des déformations cumulées tensorielles dans l'analyse du cisaillement simple de matériaux anisotropes, A.C. Académie des Sciences Paris, 316, Série II, 1993, p. 1659-1666.
- [GIL 93 b] GILORMINI P., ROUDIER P. & ROUGÉE P., Les déformations cumulées tensorielles, A.C. Académie des Sciences Paris, 316, Série II, 1993, p. 1499-1504.
- [GIL 93 c] GILORMINI P., Sur les référentiels locaux objectifs en mécanique des milieux continus, A.C. Académie des Sciences Paris, 316, Série II, 1993, p. 1153-1159.
- [GIL 93 d] GILORMINI P. & ROUDIER P., Abaqus and Finite Strain, Rapport interne LMT Cachan N° 140, Paris, 1993.
- [GRO 66] GROEDERSBERG P. & KEDIA S., "The Mechanical Properties of Woven Fabrics, Part 1: The Initial Load Extension Modulus of Woven Fabrics", *J. Text. Res.*, 1966, Vol 36, p. 76-87.
- [HIB 95] HIBBIT, KARLSSON & SORESEN, Abaqus theory, User's Manual Version 5.5, 1995.
- [HOG 86] HOGER A., "The material time derivation of logarithmic strain", *Int J. Solids Structures*, 1986, Vol 22, N° 9, p. 1019-1032.
- [HOG 87] HOGER A., "The stress conjugate to logarithmic strain", *Int J. Solids Structures*, 1987, Vol 23, N° 12, p. 1645-1656.
- [ISH 83] ISHIKAWA. T & CHOU. T, "Non linear behaviour of the woven fabric composites", *J. of Composites Materials*, 1983, p. 399-413.
- [KAW 73] KAWABATA S., NITWA M., KAWAI H., "The finite déformation theory of plain weave fabrics, Part I: the biaxial deformation theory", *J. of the Textile Institute*, 1973, Vol 64, p. 62-83.
- [LEH 91] LEHMANN T., GUO Z.& LIANG H.; "The conjugacy between Cauchy stress and logarithm of the left stretch tensor", *Eur J. Mech. A/Solids*, 10, N° 4, 1991, p. 395-404.
- [LON 95] LONG A.C., RUDD C.D., BLAGDON M., KENDALL K.N. & DEMERI M.Y., "Deformation mechanics of engineered fabrics during preform manufacture", *Proceeding of ICCM-10*, Whisler, B.C, Canada, Vol III, 1995, p. 205-212.
- [REA 93] REALFF M.C., MARCY C., BACKER S., "A Micromechanical approach to modelling tensile behaviour of woven fabrics", MD, Vol 46, *Use of Plastic and Plastic Composites : Material and Mechanics Issues ASME*, 1993, 64, 285-294.
- [SOW 87] SOWERBY R. & CHU E., "Rotation, stress rates and strain mesures in homogeneous deformation process", *Int J. Solids Structures*, 1987 Vol 20, N° 11/12, p. 1037-1048.
- [SAB 93] SABHI H, Etude expérimentale et modélisation mécanique et numérique du comportement des tissus de fibres de verre lors de leur préformage, Thèse de doctorat de l'Université de Franche-Comté, 1993.

- [SAB 93] SABHI H, Etude expérimentale et modélisation mécanique et numérique du comportement des tissus de fibres de verre lors de leur préformage, Thèse de doctorat de l'Université de Franche-Comté, 1993.
- [SAB 95] SABHI H., GELIN J.C. & RIMLINGER L., « Etude expérimentale et modélisation mécanique du comportement des tissus de mèches de verre », *Mécanique Industrie et Matériaux*, Vol 48 - N° 2, 1995, p. 59-61.
- [SAB 94] SABOURIN F., Contribution à l'étude d'éléments finis triangulaires à trois nœuds de type coque : proposition d'un élément simplifié et application à l'emboutissage, Thèse de l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1994.
- [SID 82] SIDOROFF F., Cours sur les grandes déformations, Rapport GRECO N° 51/1982.
- [VAN 91] VAN DE WEEN F., Algorithms for draping fabrics on doubly curved surfaces, *Int. J. Num. Meth. Engineering*, 1991, N° 31, p. 1415-1426.

Annexes

1. Cinématique du mouvement de l'essai de traction unidirectionnel

Dans le cadre des hypothèses des déformations homogènes, pour une traction pure (figure 5) d'un milieu supposé isotrope transverse, la cinématique est donnée dans un référentiel fixe R de base orthonormée $(\vec{e}_{01}, \vec{e}_{02}, \vec{e}_{03})$ par :

$$\begin{cases} x_1 = X_1 + a(t)X_1 & a(t) = \frac{u(t)}{L_0} \\ x_2 = X_2 + b(t)X_2 & b(t) = \frac{v(t)}{l_0} \\ x_3 = X_3 + c(t)X_1 & c(t) = \frac{w(t)}{h_0} = a(t) \end{cases} \quad [a1]$$

$u(t)$ est le déplacement longitudinal de l'éprouvette et $v(t)$ et $w(t)$ sont les déplacements transversaux de l'éprouvette et L_0 , l_0 et h_0 représentent respectivement la largeur, la longueur et la hauteur initiales de l'éprouvette. Le mouvement au voisinage de chaque point matériel \vec{X} est décrit par le gradient de la transformation **F** :

$$\mathbf{F} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} = \begin{bmatrix} 1+a(t) & 0 & 0 \\ 0 & 1+b(t) & 0 \\ 0 & 0 & 1+a(t) \end{bmatrix} \quad [a2]$$

2. Elongation pure des fibres

Pour des fibres chaîne et trame d'orientation initiale α_0 par rapport au référentiel fixe R , les elongations longitudinale λ_L^f et transversale λ_T^f des fibres chaîne sont définies à partir de [4] par les relations suivantes

$$\begin{cases} (\lambda_L^f)_{ch} = \sqrt{(1+a(t))^2 \cos^2 \alpha_0 + \sin^2 \alpha_0 (1+b(t))^2} \\ (\lambda_T^f)_{ch} = \sqrt{(1+a(t))^2 \sin^2 \alpha_0 + \cos^2 \alpha_0 (1+b(t))^2} \end{cases} \quad [a3]$$

et des fibres trame par :

$$\begin{cases} (\lambda_L^f)_{tr} = \sqrt{(1+a(t))^2 \sin^2 \alpha_0 + \cos^2 \alpha_0 (1+b(t))^2} \\ (\lambda_T^f)_{tr} = \sqrt{(1+a(t))^2 \cos^2 \alpha_0 + \sin^2 \alpha_0 (1+b(t))^2} \end{cases} \quad [a4]$$

Le mouvement de traction unidirectionnelle imposé par la machine, nous permet d'exprimer, à chaque instant, les directions actuelles des fibres, en tenant compte de [3], [a3] par :

$$\begin{cases} \tan \alpha = \frac{1+b(t)}{1+a(t)} \tan \alpha_0 & \text{chaîne} \\ \tan \alpha = -\frac{1+b(t)}{1+a(t)} \cot \alpha_0 & \text{trame} \end{cases} \quad [a5]$$

3. Pseudogradient de la transformation

Pour caractériser le mouvement spécifique des fibres, le pseudogradient de la transformation est calculé à partir de l'équation [6], en tenant compte de [a2] et [a5]

$$F^f = \begin{bmatrix} \lambda_L^f \cos(\alpha - \alpha_0) & \lambda_L^f \sin(\alpha - \alpha_0) & 0 \\ -\lambda_T^f \sin(\alpha - \alpha_0) & \lambda_T^f \cos(\alpha - \alpha_0) & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_T^f \end{bmatrix} \quad [a6]$$

avec $\det F^f = \lambda_L^f \lambda_T^f \lambda_T^f$

4. Tenseur taux de déformation des fibres

Dans le référentiel corotationnel associé à la dérivée de Green-Naghdi, défini par la rotation propre des axes de la fibre $(\vec{N}_L, \vec{N}_T, \vec{N}_3)$, nous définissons le tenseur objectif de déformation en tenant compte de [10] :

$$\bar{D}^{FR} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{\lambda}_L^f}{\lambda_L^f} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\dot{\lambda}_T^f}{\lambda_T^f} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\dot{\lambda}_T^f}{\lambda_T^f} \end{bmatrix} \quad [a7]$$

avec l'hypothèse de milieu uniaxial $\bar{D}_T^{FR} = -\nu_f \bar{D}_L^{FR}$, le déplacement horizontal $u(t)$ est calculé à partir du déplacement vertical de la machine $v(t)$, compte tenu de [a3] et [a7], par la relation :

$$(1+a(t))^2 \sin^2 \alpha_0 + \cos^2 \alpha_0 (1+b(t))^2 = \left((1+a(t))^2 \cos^2 \alpha_0 + \sin^2 \alpha_0 (1+b(t))^2 \right)^{-\nu_f} \quad [a8]$$

5. Contraintes dans les fibres

Les caractéristiques constitutives des fibres de verre sont données dans [SAB 93] et [SAB 95]. Le comportement mécanique de la fibre est exprimé par la loi hypoélastique suivante :

$$\dot{\bar{\sigma}}_L^{FR} = E_L^f \bar{D}_L^{FR} = E_L^f \frac{\dot{\lambda}_L^f(t)}{\lambda_L^f(t)} \quad [a9]$$

où E_L^f est le module tangent longitudinal de la fibre (supposé constant au cours de la transformation). Dans le référentiel objectif lié aux fibres et correspondant à la rotation de corps rigide des directions principales d'élongation, nous exprimons les contraintes dans la direction des fibres chaîne et trame en tenant compte de [a3], [a4], [a8] et [a9]

$$\begin{cases} (\bar{\sigma}_L^{FR})_{ch} = E_L^f \ln \sqrt{\left[(1+a(t))^2 \cos^2 \alpha_0 + \sin^2 \alpha_0 (1+b(t))^2 \right]} & \text{chaîne} \\ (\bar{\sigma}_L^{FR})_{tr} = E_L^f \ln \sqrt{\left[(1+a(t))^2 \cos^2 \alpha_0 + \sin^2 \alpha_0 (1+b(t))^2 \right]} & \text{trame} \end{cases} \quad [a10]$$

6. Equilibre global du tissu

Du fait que les essais expérimentaux de traction unidirectionnelle ont été effectués sur des tissus « secs », les effets de la résine d'enduction ne sont pas pris en compte dans les calculs analytiques. A partir de l'état de déformation dans les fibres [a3] et leurs orientations actuelles [a4], l'effort d'élongation dans la direction de chaque fibre s'écrit, compte tenu de [a8] et [a10] :

$$\begin{cases} f_{ch} = (\lambda_L^f)_{ch}^{-2\nu_f} (\bar{\sigma}_L^f)_{ch} \cos(\alpha - \alpha_0) S_0^f & \text{chaîne} \\ f_{tr} = (\lambda_L^f)_{tr}^{-2\nu_f} (\bar{\sigma}_L^f)_{tr} \cos(\alpha - \alpha_0) S_0^f & \text{trame} \end{cases} \quad [a11]$$

l'effort de traction appliqué dans la direction du chargement de la machine est obtenu par sommation des efforts des fibres chaîne et des efforts des fibres trame (figure 5) :

$$F = \sum_{n_s} (f_{ch} \cos \alpha_0) + \sum_{n_r} (f_{tr} \sin \alpha_0) \quad [a12]$$