
Optimisation des forces de retenue pour le contrôle de la qualité des tôles minces embouties

Hakim Naceur* — Ying-Qiao Guo** — Jean-Louis Batoz*
Catherine Knopf-Lenoir*

**Université de Technologie de Compiègne
Département génie des systèmes mécaniques
Laboratoire LG2MS, UPRES A 6066 du CNRS
BP 20529 – F-60205 Compiègne cedex
Hakim.Naceur@utc.fr*

*** Université de Reims Champagne-Ardenne
Institut universitaire de technologie, génie mécanique et productique
Rue des crayères, BP 1035 – F-51687 Reims cedex*

RÉSUMÉ. Dans l'emboutissage de tôles minces, les forces de retenue (FR) dues aux joncs permettent de modifier l'écoulement du métal, et leur contrôle est donc un des moyens les plus efficaces pour assurer la qualité des pièces embouties. L'Approche Inverse (A.I.) développée à l'UTC permet de simuler l'emboutissage plus rapidement que les méthodes incrémentales tout en tenant compte des FR. Cette AI est combinée avec un algorithme de Programmation Quadratique Séquentielle (SQP) afin d'optimiser les FR pour limiter les risques de striction et d'épaissement. Ce processus d'optimisation s'avère très efficace grâce aux hypothèses simplificatrices de l'AI et au calcul analytique des sensibilités.

ABSTRACT. In the deep drawing process, drawbead restraining forces can control the material flow and thus the part quality in the sheet forming process. The Inverse Approach (I.A.) developed at UTC can be used for sheet forming simulation more efficiently than incremental methods. This I.A. is combined with a Sequential Quadratic Programming (SQP) algorithm to optimize the restraining forces in order to avoid necking and wrinkling. This optimization procedure seems to be very efficient due to the simplified assumptions of the I.A. and the analytical sensitivity analysis.

MOTS-CLÉS : emboutissage de tôles, approche inverse, conception de joncs, analyse de sensibilités, forces de retenue.

KEY WORDS: Sheet metal forming, Inverse Approach, Drawbead design, Sensitivity analysis, Restraining forces.

1. Introduction

La simulation numérique de l'emboutissage est largement utilisée en conception et fabrication de produits industriels pour éviter les procédures expérimentales longues et coûteuses. Les actes des congrès récents [LEE 96], [ALT 96], [OWE 97], [HUE 98], [GEL 99] reflètent bien l'intérêt croissant porté à ce domaine et les progrès accomplis depuis une dizaine d'années. De nombreux codes incrémentaux sont développés pour la simulation précise de l'emboutissage [MAK 93], quelques codes simplifiés sont développés pour la conception préliminaire des pièces et des outillages d'emboutissage [BAT 89], [GER 89], [SKL 92], [LIU 95]. Une méthode d'éléments finis simplifiée appelée « Approche Inverse » (AI) a été proposée par Batoz *et al.* pour estimer les grandes déformations dans les pièces embouties [BAT 89], [BAT 97], [BAT 98]. L'idée originale de l'AI est d'exploiter au maximum la connaissance de la forme de la pièce désirée en adoptant une « démarche virtuelle inverse » pour estimer les déformations de la pièce emboutie. Les hypothèses sur l'action des outils et la loi de comportement permettent d'éviter le problème de contact et l'intégration pas à pas de la plasticité ; ces hypothèses sont discutables, mais les résultats sont satisfaisants dans les applications industrielles. L'AI présente l'avantage d'être beaucoup plus rapide que les approches incrémentales.

Les deux types d'approches (simplifiées et incrémentales) permettent d'évaluer l'influence d'un ensemble de paramètres donnés sur la qualité de la pièce emboutie, mais si on veut rechercher une bonne combinaison de ces paramètres, de nombreuses analyses doivent être effectuées. L'optimisation manuelle des paramètres de l'emboutissage reste très longue et fastidieuse. Des travaux en nombre très limité ont été présentés sur l'optimisation automatique du procédé d'emboutissage à cause des difficultés numériques : la simulation de l'emboutissage est déjà longue et complexe, de nombreux appels du code d'analyse sont nécessaires dans la boucle d'optimisation et le calcul des sensibilités est difficile à réaliser dans un code incrémental. Ohata, Nakamachi *et al.* ont utilisé une méthode dite « Sweeping Simplex » avec le code ROBUST (dynamique explicite incrémental) pour optimiser les profondeurs d'emboutissage de deux poinçons afin d'obtenir une distribution d'épaisseur « uniforme » [OHA 96]. Ghouati, Joannic et Gelin ont utilisé un algorithme d'optimisation de type « Gradient » avec deux codes d'analyse d'emboutissage (statique implicite et dynamique explicite) pour contrôler le retour élastique [GHO 98]. Notre AI a déjà été combinée avec une méthode de Programmation Quadratique Séquentielle (SQP) pour optimiser la forme du flan [BAR 96]. Il est particulièrement intéressant d'utiliser l'AI dans la boucle d'optimisation en raison de sa rapidité et de sa nature « totale » qui permet un calcul analytique des sensibilités, plus rapide et plus précis que les estimations par différences finies.

Les jongs jouent un rôle très important dans un procédé d'emboutissage. Leur forme et leur position déterminent la distribution des forces de retenue (FR), qui sont déterminantes quant à la qualité de la pièce obtenue : des forces trop fortes empêchent l'avalement de la tôle et peuvent causer la striction. En revanche, des forces insuffisantes peuvent aboutir à des plissements (figure 1). Notre objectif est d'optimiser ces FR pour minimiser la variation de l'épaisseur et diminuer ainsi le risque de striction et de plissement dans la pièce emboutie.

Dans cet article, nous rappelons d'abord les hypothèses principales et la formulation de l'AI, puis le modèle de jonc considéré, et nous présentons ensuite la procédure d'optimisation : le choix des variables de conception, la définition de la fonction objectif (FO) et des limitations, le calcul analytique des sensibilités. Les premiers résultats concernant l'optimisation des FR dans l'emboutissage de la boîte carrée (Benchmark de Numisheet'93) montrent l'efficacité et la performance de notre approche.

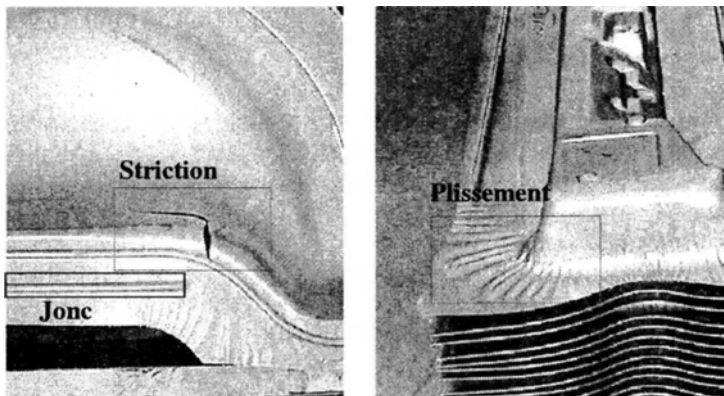


Figure 1. Principaux défauts en emboutissage : striction et plissement

2. Description de l'approche inverse

L'AI a été présentée par les auteurs en détail dans [BAT 97, 98]. Cette approche est basée sur la connaissance de la forme finale de l'embouti. A partir d'un maillage de la pièce finale, on cherche les positions des points matériels dans le flan plan initial (figure 2). La première estimation peut être la simple projection verticale des nœuds dans le plan horizontal, et puis ces positions sont ajustées par un algorithme implicite de Newton-Raphson pour satisfaire l'équilibre dans la pièce finale. Deux hypothèses principales sont retenues dans l'AI : l'hypothèse du chargement radial ou proportionnel, qui permet d'utiliser la loi intégrée de Hencky (*Deformation Theory of Plasticity*) ; l'hypothèse simplificatrice des actions des outils, qui permet de remplacer ces actions par des forces de pression/frottement pour éviter le problème

de contact. Ainsi, nous obtenons une méthode directe et indépendante de l'histoire des déformations. L'AI s'avère très rapide et robuste pour l'estimation des grandes déformations dans les pièces embouties.

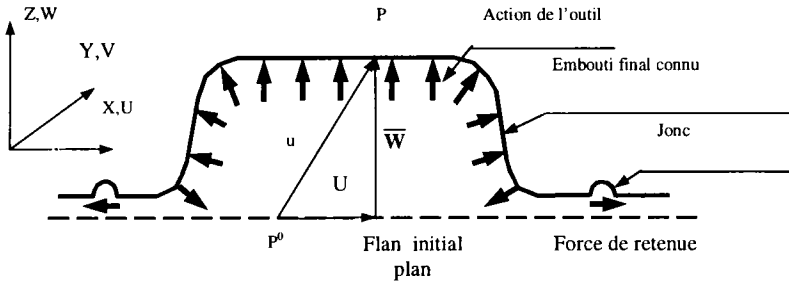


Figure 2. Principe de l'approche inverse

2.1. Relations cinématiques

Dans l'AI, seuls le flan plan initial C^0 et la forme 3D de la pièce finale sont considérés. En utilisant l'hypothèse de Kirchhoff, les vecteurs position initial et final d'un point matériel q peuvent être exprimés par rapport au point p situé sur la surface moyenne de C (figure 3) :

$$x_q^0 = x_p^0 + z^0 n^0 = x_p - u_p + z^0 n^0 \tag{1}$$

$$x_q = x_p + z n \tag{2}$$

où u_p est le vecteur de déplacement du point p , n^0 et n sont les normales de la surface moyenne en p^0 et p , z^0 et z sont les coordonnées à travers des épaisseurs initiale et finale.

Soit $x = \langle x \ y \ z \rangle$ le repère local orthogonal. Le tenseur gradient de déformation aux points q^0 et q par rapport à p est donné par :

$$d_{x_q^0} = [F_0]^{-1} dx \quad [F_0]^{-1} = [x_{p,x} - u_{p,x} ; x_{p,y} - u_{p,y} ; n^0 / \lambda_3] \tag{3}$$

$$d_{x_q} = [F_z] dx \quad [F_z] = [x_{p,x} + z n_{,x} ; x_{p,y} + z n_{,y} ; n] \tag{4}$$

où $\lambda_3 = z/z^0 = h/h^0$ est l'élongation d'épaisseur (supposée constante à travers de l'épaisseur).

L'inverse du tenseur gradient de déformation en q est obtenu avec [3], [4] :

$$d_{x_q^0} = [F]^{-1} dx_q \quad [F]^{-1} = [F_0]^{-1} [F_z]^{-1} \tag{5}$$

Les tenseurs $[F_0]^{-1}$, $[F_z]^{-1}$ s'expriment dans le repère local défini par :

$$t_1 = x_{p,x} ; t_2 = x_{p,y} ; n = t_1 \times t_2 / \|t_1 \times t_2\| \quad [6]$$

Ainsi, le tenseur de Cauchy-Green gauche entre q et q^0 peut être défini par :

$$[B]^{-1} = [F]^{-T} [F]^{-1} \quad [7]$$

L'hypothèse de l'élongation d'épaisseur constante permet d'obtenir le tenseur $[B]^{-1}$ avec le découplage des elongations dans le plan et suivant l'épaisseur de la tôle. Le calcul des valeurs propres de $[B]^{-1}$ donne deux elongations principales dans le plan λ_1, λ_2 et leur matrice de transformation $[M]$. L'élongation d'épaisseur est ensuite calculée avec l'hypothèse d'incompressibilité. Finalement, les déformations logarithmiques sont obtenues comme suit :

$$[\varepsilon] = [M][\ln \bar{\epsilon}][M]^T \quad [8]$$

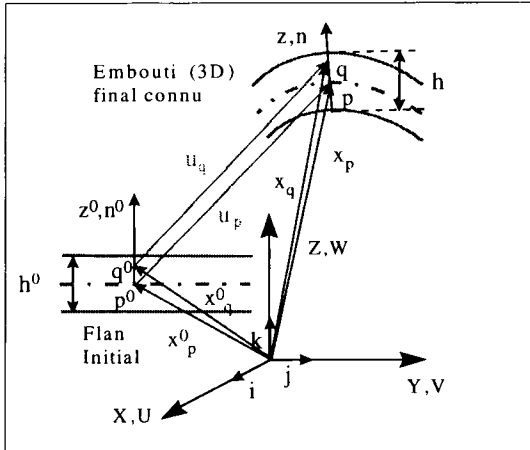


Figure 3. Cinématique d'une coque mince en emboutissage

2.2. Vecteur des forces internes de l'élément CST

L'élément de coque DKT12 (*Discrete Kirchhoff Triangle*) représenté sur la figure 4, a été implanté dans l'AI [BAT 98]. Dans l'AI, le maillage en éléments finis est créé sur la pièce 3D finale connue. Le Principe des Travaux virtuels (PTV) est écrit sur cette configuration :

$$W = \sum_{elt} W^e = \sum_{elt} (W_{int}^e - W_{ext}^e) = 0 \tag{9}$$

où W_{int} est le travail virtuel interne, W_{ext} est le travail virtuel externe associé aux actions des outils (paragraphe 2.4). En négligeant les effets de cisaillement transversal dans la tôle, le travail virtuel interne est donné par l'expression suivante :

$$W_{int}^e = \int_{v^e} \langle \epsilon^* \rangle \{ \sigma \} dv = \int_{v^e} \langle \epsilon_x^* \quad \epsilon_y^* \quad \gamma_{xy}^* \rangle \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} dv \tag{10}$$

avec

$$\langle \epsilon^* \rangle = \langle e^* \rangle + z \langle \chi^* \rangle \quad ; \quad \left(-\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} \right) \tag{11}$$

où $\langle \epsilon^* \rangle$ est composé des déformations virtuelles de membrane et de flexion, $\{ \sigma \}$ est le vecteur de contraintes planes de Cauchy, l'épaisseur h est supposée constante par élément.

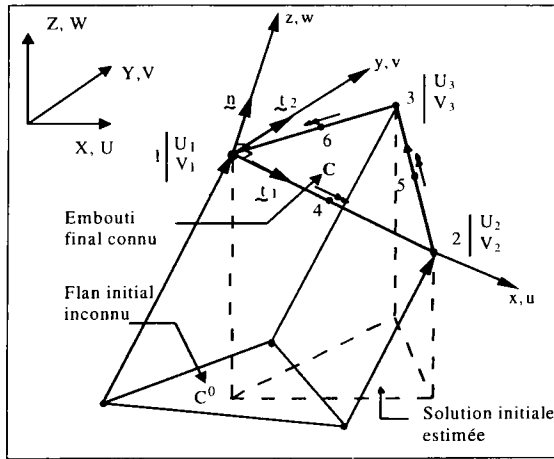


Figure 4. Elément de coque DKT12 (6 ddf globaux dans l'AI)

Pour l'étude d'optimisation seuls les efforts de membrane sont pris en compte. Des approximations linéaires sont utilisées pour u^* et v^* pour obtenir l'opérateur de déformation $[B_m]$ [BAT 97, 98] :

$$\langle e^* \rangle = \langle u_{,x}^* \quad v_{,y}^* \quad u_{,y}^* + v_{,x}^* \rangle = [B_m] \{ u_n^* \} \tag{12}$$

avec : $\langle u_n^* \rangle = \langle u_i^* \quad v_i^* \quad ; \quad i = 1, 2, 3 \rangle$

$$[B_m] = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} y_{23} & 0 & 0 & y_{31} & 0 & 0 & y_{12} & 0 & 0 \\ 0 & x_{32} & 0 & 0 & x_{13} & 0 & 0 & x_{21} & 0 \\ x_{32} & y_{23} & 0 & x_{13} & y_{31} & 0 & x_{21} & y_{12} & 0 \end{bmatrix} \quad [13]$$

y_{23} désigne $(y_2 - y_3)$, A est l'aire de l'élément, (x_i, y_i) sont les coordonnées locales des trois nœuds. La matrice $[B_m]$ est constante par élément.

Nous intégrons ensuite l'équation [10] pour définir les composantes du vecteur des forces interne exprimé dans le repère global tel que :

$$W_{int}^e = \langle U_n^* \rangle \{ F_{int}^e \} \quad [14]$$

avec $\langle U_n^* \rangle = \langle U_i^* \quad v_i^* \quad \bar{w}_i^* = 0 \quad i = 1, 2, 3 \rangle$

$$\{ F_{int}^e \} = [T]^T [B_m]^T \{ N \} A \quad [15]$$

où $\{ N \}$ représente les forces de membrane. Dans l'équation ci-dessus, il n'y a que $\{ N \}$ qui varie au cours des itérations. Les déplacements virtuels verticaux sont nuls car les déplacements verticaux réels sont connus. La prise en compte de l'action des outils donne le vecteur des forces externes (paragraphe 2.4) ; nous obtenons ainsi le système des équations d'équilibre non linéaire :

$$\{ R \} = \sum_e (\{ F_{ext}^e \} - \{ F_{int}^e \}) = \{ 0 \} \quad [16]$$

2.3. Equations constitutives avec anisotropie plane

Dans la présente approche, la déformation élasto-plastique est supposée indépendante du trajet de chargement. Comme dans les travaux précédents [BAT 97, 98], nous adoptons la théorie de la plasticité dite théorie de déformation de Hencky-Ilyushin. Si on considère une tôle plane anisotrope, la plasticité peut être décrite par le critère de Hill avec la condition de contraintes planes :

$$\phi = \langle \sigma \rangle [P] \{ \sigma \} - \bar{\sigma}^2 = 0, \quad \langle \sigma \rangle = \langle \sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_{xy} \rangle \quad [17]$$

où $\bar{\sigma}$ est la contrainte plastique équivalente, et la matrice $[P]$ est fonction du coefficient moyen d'anisotropie plane \bar{r} défini par les trois coefficients de

Lankford. L'hypothèse de chargement proportionnel (radial) permet d'obtenir les relations suivantes entre les déformations plastiques totales et les contraintes totales :

$$\{\varepsilon_p\} = \frac{\bar{\varepsilon}_p}{\bar{\sigma}} [P] \{\sigma\} \quad [18]$$

où $\bar{\varepsilon}_p = (\langle \varepsilon_p \rangle [P]^{-1} \{\varepsilon_p\})^{1/2}$ est la déformation plastique équivalente.

Si on suppose que l'anisotropie et l'incompressibilité ci-dessus sont aussi valables pour les petites déformations élastiques, alors le coefficient de Poisson est relié au coefficient d'anisotropie moyen de la manière suivante :

$$\nu = \frac{\bar{r}}{1 + \bar{r}} \quad [19]$$

L'équation constitutive totale prend la forme simple suivante :

$$\{\sigma\} = E_s [P]^{-1} \{\varepsilon\}, \quad E_s = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\varepsilon}} \quad [20]$$

où E_s est le module sécant de la courbe contrainte/déformation uni-axiale, et $\bar{\varepsilon}$ est la déformation équivalente. On peut alors calculer $\bar{\varepsilon}$ et E_s en utilisant une estimation des déformations totales $\{\varepsilon\}$, puis estimer les contraintes. Cette opération est effectuée à chaque point d'intégration numérique à travers l'épaisseur.

2.4. Vecteur des forces nodales externes

Comme l'AI ne peut pas traiter le problème de contact dépendant de l'histoire du chargement, on suppose que les actions des outils (poinçon et matrice) peuvent être remplacées par des forces externes appliquées sur la configuration finale. Plusieurs hypothèses sont donc faites en ce qui concerne l'action du poinçon, de la matrice et des joncs ; elles sont exposées en détails dans des articles précédents [BAT 97, 98].

2.4.1. Action du serre-flan

On définit un vecteur de charges équivalentes dues au frottement par :

$$f = -2\mu q_n t \quad [21]$$

où f est la densité de force tangentielle, q_n est la pression normale du serre-flan, qui agit sur les deux faces de la tôle. Le vecteur des forces nodales externes peut ainsi être défini pour chaque élément comme :

$$\{f_n\} = \int_{A^e} [N]^T \{f\} dA \quad [22]$$

où $[N]$ est constituée à partir des fonctions de forme linéaires des éléments triangulaires.

2.4.2. Action du poinçon et de la matrice

Elles sont remplacées par une force de pression normale et une force de frottement tangentielle. La force résultante se situe sur la surface du cône de frottement d'angle 2α ($\tan(\alpha) = \mu$), où μ est le coefficient de frottement. La direction de cette force est définie par l'expression suivante :

$$P = P n^f \quad \text{avec} \quad n^f = \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}}(n - \mu t) \quad [23]$$

où t le vecteur unitaire de la direction de glissement de la tôle par rapport au poinçon ou à la matrice.

L'intensité P de la force résultante est inconnue. En fait, il y a trois équations d'équilibre et trois inconnues à chaque nœud : deux déplacements horizontaux U, V (la composante verticale W est connue), et l'intensité de la force P . Une technique de condensation est utilisée pour éliminer P des équations, et un système à seulement deux degrés de liberté est obtenu :

$$\{F_{\text{ext}}^k(P^k)\} - \{F_{\text{int}}^k(U, V)\} = \begin{Bmatrix} P^k n_X^f \\ P^k n_Y^f \\ P^k n_Z^f \end{Bmatrix}_{\text{ext}} - \begin{Bmatrix} F_X^k(U, V) \\ F_Y^k(U, V) \\ F_Z^k(U, V) \end{Bmatrix}_{\text{int}} = \{0\} \quad (\text{au nœud } k) \quad [24]$$

donc

$$P^k = \left\langle n_X^f \quad n_Y^f \quad n_Z^f \right\rangle \begin{Bmatrix} F_X^k \\ F_Y^k \\ F_Z^k \end{Bmatrix}_{\text{int}}$$

et

$$\{F_{\text{ext}}^k\} - \{F_{\text{ext}}^k\} = \begin{Bmatrix} P^k n_X^f \\ P^k n_Y^f \end{Bmatrix}_{\text{ext}} - \begin{Bmatrix} F_X^k(U, V) \\ F_Y^k(U, V) \end{Bmatrix}_{\text{int}} = \{0\} \quad [25]$$

L'intensité de la force P peut être calculée à la fin des itérations.

2.4.3. Action du jonc

L'estimation des forces de retenue (FR) du jonc peut être faite de trois façons : par des expériences [NIN 78], par des formules analytiques [WAN 82], [LEV 83], [STO 88], ou par une simulation éléments finis 2D [CAR 96], [YOU 98]. Le modèle de jonc de Stoughton [STO 88], comparé à d'autres, a prouvé son efficacité [ALT 94]. Ce modèle est basé sur le principe des travaux virtuels : il suppose que le travail nécessaire pour tirer (ou pour retenir) la tôle à travers un jonc est égal au travail nécessaire pour surmonter le frottement tôle/outil et pour plier ou déplier la tôle.

Le travail virtuel plastique dû au cambrage/décambrage donne la valeur de la force de retenue à chaque changement de courbure i (figure 5) :

$$F_i = b \int_{-\frac{t_i}{2}}^{+\frac{t_i}{2}} \left(\int_{\epsilon_i^-}^{\epsilon_i^+} \sigma \, d\epsilon \right) dz \tag{26}$$

où b et t_i sont respectivement la largeur et l'épaisseur, ϵ_i^- et ϵ_i^+ sont les déformations avant et après le $i^{\text{ème}}$ changement de courbure.

La force de retenue totale incluant le frottement peut s'exprimer finalement de la façon suivante (figure 5) :

$$F = \left((F_1 e^{\mu\theta} + \mu H_e + F_2 + F_3) e^{2\mu\theta} + \mu H_e + F_4 + F_5 \right) e^{\mu\theta} + F_6 \tag{27}$$

où θ est l'angle de contact, H_e la force de serrage (obtenue par la théorie des poutres) nécessaire pour fermer le jonc.

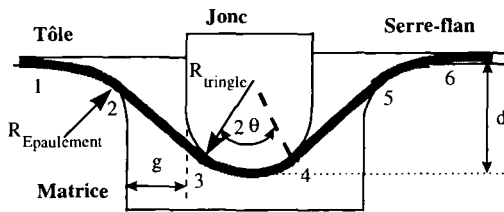


Figure 5. Géométrie du jonc avec cambrage-décambrage en 1,2...6

Nous avons généralisé les formules de Stoughton pour tenir compte de joncs de géométrie plus complexe (diverses formes, différents rayons...) et pour déterminer le rayon effectif et l'angle de contact en présence de discontinuités. Le « benchmark test » de Numisheet'96 intitulé « Limiting Dome Height » comporte un jonc de géométrie complexe, que nous avons utilisé pour valider notre modèle. La force de retenue du jonc DBRF et la force de serrage BHF ont été calculées à la fois par les

formules de Stoughton modifiées et par une simulation 2D d'OPTRIS™ [MON 99] (voir tableau 1). Nous pouvons remarquer la bonne concordance des valeurs de la force de retenue, mais par contre une différence significative entre les forces de serrage.

Matériau du flan	E (Gpa)	? (kg/mm ³)	σ_y Mpa	$\sigma = K \epsilon^n$		BHF (kN/mm)		DBRF (kN/mm)	
				K	n	Optris	Stoughton	Optris	Stoughton
Acier IF	206	7.8E-6	158	526	0.233	0.24	0.222	0.26	0.250
Acier HS	206	7.8E-6	370	734	0.156	0.31	0.291	0.32	0.314
Alu	69	2.7E-6	155	488	0.232	0.125	0.149	0.12	0.168

Tableau 1. Comparaison de la force de retenue et de la force de serrage

La force de retenue F du jonc est une force répartie le long de la ligne de jonc (N/mm) et doit rester autant que possible indépendante du maillage (figure 6). Pour déterminer la force nodale équivalente, de manière à effectuer l'assemblage du système, la force de retenue située dans un élément a été partagée entre ses trois nœuds sommet par interpolation linéaire.

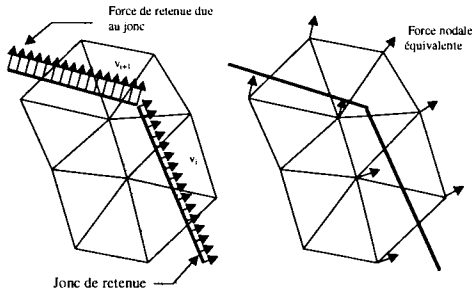


Figure 6. FR distribuées et forces nodales équivalentes

Après la discrétisation par éléments finis, un système d'équations non linéaires en déplacements U est obtenu :

$$\{R(U)\} = \sum_e (\{F_{ext}^e\} - \{F_{int}^e\}) = \{0\} \quad [28]$$

où $\{R\}$ est le vecteur résidu, $\{F_{int}\}$ et $\{F_{ext}\}$ les vecteurs des forces internes et externes.

La résolution de ce système constitue le problème direct, au sens de l'optimisation ; nous allons présenter maintenant le problème inverse, qui va consister à optimiser les FR pour améliorer la qualité de la pièce emboutie.

3. Optimisation des forces de retenue

Il existe peu de travaux relatifs à l'optimisation des joncs de retenue : une méthode d'essai-correction numérique a été utilisée pour chercher les FR optimales dans l'emboutissage d'une baignoire [CHE 96]. Cette méthode est fastidieuse et difficile à utiliser systématiquement dans les applications industrielles. Plus récemment, [LUE 98] présente l'optimisation automatique d'une pièce de la Renault KANGOO à l'aide des codes Simex, Quality Analyser et Hyperopt. Les résultats démontrent bien les gains apportés par l'optimisation du procédé, mais les temps de calcul restent importants. Dans le présent travail, bénéficiant de l'efficacité (rapidité) de l'AI et du calcul analytique de sensibilités, nous souhaitons atteindre un temps de calcul total de l'ordre de trois à quatre heures au maximum pour une pièce complexe, afin de rendre la méthode utilisable en phase de conception préliminaire des outils, pour trouver rapidement les formes et les positions des joncs de retenue assurant la bonne qualité de l'embouti.

Les variables de conception pourraient être directement les positions et les formes de joncs, mais cela aboutirait à un nombre de variables important et à un espace de conception en grande partie non admissible (formes ou emplacement des joncs impossible à mettre en œuvre). Dans la pratique, les lignes de joncs sont souvent parallèles au contour de la matrice à une certaine distance. Dans ce travail, on propose une démarche en deux étapes :

- optimisation des intensités des FR tout en fixant la position de la ligne de joncs,
- identification de la géométrie des joncs produisant ces forces optimales.

3.1. Optimisation des intensités des forces de retenue

3.1.1. Fonction objectif

Dans l'AI, la striction et le plissement ne peuvent pas être détectés directement, la variation de l'épaisseur semble être un bon indicateur de la qualité des pièces embouties : la striction est souvent associée à un amincissement fort et le plissement est souvent associé à un épaissement important. C'est à partir de cette considération que la FO du processus d'optimisation a été définie [NAC 99], [GUO 99] :

$$J_f = J = \sum_e J^e = \sum_e \left| \frac{h^e - h^0}{h^0} \right|^p = \sum_e (\lambda_3^e - 1)^p \quad [29]$$

où h^0 , h^e sont les épaisseurs initiale et finale de la tôle, λ_3^e est l'élongation d'épaisseur ; l'exposant p est introduit pour accentuer l'influence de la variation d'épaisseur maximale et donc favoriser la convergence vers une répartition d'épaisseur « uniforme ».

3.1.2. Variables d'optimisation

Dans cette étape, on fixe l'emplacement des lignes de joncs, et on optimise l'intensité des FR en les supposant perpendiculaires aux lignes de joncs et constantes par morceaux (une seule variable pour une portion de la ligne de jonc). C'est un problème d'optimisation continue qui est formulé, et sa solution représente une ligne de jonc continue « portant » des forces d'intensités variables, alors que par nature, ce problème est discret : on souhaite identifier quelques joncs de géométrie simple. On effectue donc une deuxième optimisation dans laquelle seules les portions de la ligne de jonc correspondant aux forces optimales d'intensité maximale sont prises en compte.

Si cette procédure n'est pas totalement satisfaisante d'un point de vue théorique (projection d'une solution continue dans le domaine discret), elle s'est avérée très efficace en pratique. On envisagera par la suite un processus d'optimisation avec variables discrètes, pour chercher un optimum global tout en assurant que les solutions obtenues correspondent bien aux règles de conception appliquées dans le métier de l'emboutissage, mais ceci dépasse le cadre de cette étude.

Des bornes sont imposées sur les valeurs des FR. On peut également imposer des limitations sur les valeurs maximales d'amincissement et/ou d'épaississement autorisées. Selon le cas, l'algorithme d'optimisation employé est BFGS ou bien la méthode de SQP qui est très efficace et robuste pour les problèmes d'optimisation avec des limitations fortement non linéaires.

3.2. Identification de la géométrie des joncs

Connaissant la géométrie d'un jonc et les propriétés de la tôle, on peut calculer la valeur de la force de retenue par le modèle analytique de Stoughton [27]. Il s'agit maintenant de résoudre le problème inverse : identifier la géométrie des joncs capables de produire les FR trouvées dans la première étape. Les variables sont cette fois des caractéristiques géométriques des joncs (rayons $R_{\text{épaulement}}$, R_{triangle} , g , d , L ... voir figure 5). Notre objectif est d'obtenir en fin du processus d'optimisation une force de retenue égale à la force imposée qui a été obtenue par le processus ($F_{\text{retenue}} = F_{\text{optimale}}$) ; de plus, nous souhaitons que la force de retenue soit répartie à l'intérieur du jonc de façon la plus uniforme possible. Le problème d'optimisation s'écrit ainsi :

$$\begin{aligned} \text{Minimiser :} & \quad J = \sum_{i=1}^6 (F_i - F_{i,1})^2 \\ \text{avec :} & \quad F_{\text{retenue}} = F_{\text{optimale}} \\ \text{et :} & \quad R_{\min} \leq R \leq R_{\max} \end{aligned} \quad [30]$$

Ce calcul est très rapide puisqu'il repose sur le modèle analytique de jonc. Il doit être effectué pour chacune des forces trouvées dans la première étape (chaque segment du jonc).

4. Calcul de sensibilités

Ce paragraphe concerne seulement le calcul de sensibilité effectué dans la première étape d'optimisation, où les fonctions à dériver sont le résultat d'analyses par éléments finis non linéaires. Le calcul de sensibilités est particulièrement important dans un processus d'optimisation. La méthode de différences finies (DF) est simple à mettre en œuvre, mais elle nécessite de nombreux appels de l'AI et l'imprécision des sensibilités aboutit souvent à une convergence très lente, voire à la divergence. La nature « directe » de l'AI facilite énormément le calcul analytique des sensibilités. La dérivation totale de la FO $J(v, U)$ s'écrit :

$$\frac{dJ}{dv_i} = \frac{\partial J}{\partial v_i} + \left\langle \frac{\partial J}{\partial U} \right\rangle \left\langle \frac{\partial U}{\partial v_i} \right\rangle \quad [31]$$

où v est le vecteur des variables de conception. Une méthode d'état adjoint a été développée pour simplifier le calcul. La dérivation du système d'équilibre de l'AI [28] donne :

$$[K_T] \left\langle \frac{\partial U}{\partial v_i} \right\rangle = - \left\langle \frac{\partial R}{\partial v_i} \right\rangle \quad [32]$$

ainsi :

$$\frac{dJ}{dv_i} = \frac{\partial J}{\partial v_i} + \langle P \rangle \left\langle \frac{\partial R}{\partial v_i} \right\rangle \quad [33]$$

avec $\{P\}$ solution de :

$$[K_T]^T \{P\} = - \left\langle \frac{\partial J}{\partial U} \right\rangle \quad [34]$$

où une seule résolution linéaire de l'équation [34] à chaque itération d'optimisation est nécessaire pour obtenir le vecteur $\{P\}$. La dérivation totale d'une limitation $g_i(v, U)$ peut être effectuée de manière analogue, en remplaçant $\{\partial J / \partial U\}$ par $\{\partial g_i / \partial U\}$. Dans l'optimisation des FR (notées v), la FO ne dépend pas directement des FR : $\partial J / \partial v_i = 0$ le vecteur $\{\partial R / \partial v_i\} = \{\partial F_{ext} / \partial v_i\}$ est composé de « $n_x, n_y, (1 - n_z^2)^{1/2}$ » (n étant la direction d'une force de retenue) ou de « 0 » (composantes non concernées). Le terme $\{\partial J / \partial U\}$ peut être calculé au niveau élémentaire et dans le repère local en utilisant la relation [35] :

$$\left\{ \frac{\partial J^e}{\partial U} \right\} = \frac{\partial J^e}{\partial \lambda_3^e} \left\{ \frac{\partial \lambda_3^e}{\partial U} \right\} = p(\lambda_3^e - 1)^{p-1} \left\{ \frac{\partial \lambda_3^e}{\partial U} \right\} \quad [35]$$

avec $\left\{ \frac{\partial \lambda_3^e}{\partial U} \right\}$ défini par $\delta \lambda_3^e = \left\langle \frac{\partial \lambda_3^e}{\partial U} \right\rangle \{\delta U\}$ comme suit :

$$\delta \lambda_3^e = \delta \left(\frac{1}{\lambda_1^e \lambda_2^e} \right) = \frac{1}{2} \lambda_3^e \langle 1 \quad 1 \rangle \left\{ \begin{array}{l} (\lambda_1^e)^2 < f_1 \langle \mathbf{B}^{-1} \rangle \\ (\lambda_2^e)^2 < f_2 \langle \mathbf{B}^{-1} \rangle \end{array} \right\} [\mathbf{A}_{xy}] \{\delta \mathbf{u}_n\} \quad [36]$$

où : λ_1^e et λ_2^e sont les deux élongations principales dans le plan de la tôle soumise à l'hypothèse d'incompressibilité ($\lambda_1^e \lambda_2^e \lambda_3^e = 1$), $[\mathbf{B}]$ est le tenseur de Cauchy-Green gauche, $\langle f_1 \rangle$, $\langle f_2 \rangle$ sont les vecteurs en termes des composantes de $[\mathbf{B}]^{-1}$, $\{\delta \mathbf{u}_n\}$ est le vecteur de déplacements élémentaire, $[\mathbf{A}_{xy}]$ est une matrice définie par les coordonnées locales.

Le processus d'optimisation démarre avec les FR initiales. Un calcul par l'AI est effectué pour obtenir les distributions de l'épaisseur, des déformations et des contraintes. La FO, les limitations et les sensibilités sont évaluées à partir de ces résultats. Ensuite, l'algorithme d'optimisation SQP cherche les nouvelles valeurs de v_i permettant de diminuer la FOJ. Le processus s'arrête lorsque les conditions de Kuhn-Tucker sont satisfaites.

5. Résultats numériques

Notre application numérique concerne l'emboutissage du quart d'une boîte carrée à 15 mm de profondeur (Benchmark de Numisheet'93 [MAK 93]). Dans cette étude, nous considérons l'optimisation des intensités des FR dues aux joncs (figure 7). Les propriétés géométriques et matérielles sont les suivantes : un flan plan de $150 \times 150 \text{ mm}^2$, $E = 206\,000 \text{ Mpa}$, $h^0 = 0.78 \text{ mm}$, coefficient de Lankford $\bar{r} = 1.77$, coefficient de frottement $\mu = 0.144$, force de serrage totale = $19\,600 \text{ N}$, courbe uni-axiale : $\sigma = 567.29 \times (\epsilon^p - 0.007\,127)^{0.263\,7} \text{ Mpa}$. Le maillage du quart de boîte comprend 468 nœuds et 856 éléments T3.

5.1. Analyse de sensibilités

Une étude de sensibilités préliminaire a été faite dans le but d'étudier l'influence des positions des joncs de retenue sur la FO choisie. La force de retenue en chaque nœud sous le serre-flan est supposée orientée dans le sens radial en partant du centre de la boîte ($X = 0$, $Y = 0$, $Z = 0$, voir figure 7). Les gradients dJ/dv_i en chaque nœud i sont calculés à la configuration initiale (c'est-à-dire $F_{ret} = 0$). Dans la figure 8, les

valeurs négatives des gradients normalisés (-0.2 ~ -0.25 dans la zone D) signifient qu'il faudrait plus de FR pour empêcher l'épaississement dans la zone E, tandis que les valeurs positives des gradients (0.21 ~ 0.26) indiquent qu'il faudrait faciliter l'avalement pour éviter l'amincissement au coin F. Cet exemple nous permet d'avoir une vision globale de l'influence des positions des joncs sur la distribution de l'épaisseur : La variation des sensibilités est moins importante dans la direction radiale que dans les deux côtés frontaux (parallèles aux axes OX et OY). Dans la pratique, les lignes de joncs sont toujours situés à (15 ~ 30 cm) parallèlement au rayon d'entrée matrice. Ainsi, il est raisonnable de considérer seulement les intensités des FR comme variables d'optimisation.

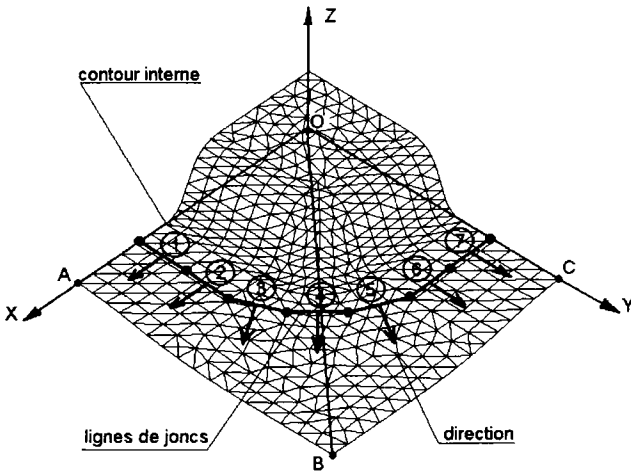


Figure 7. Lignes de jonc sur 1/4 de la boîte carrée de Numisheet'93

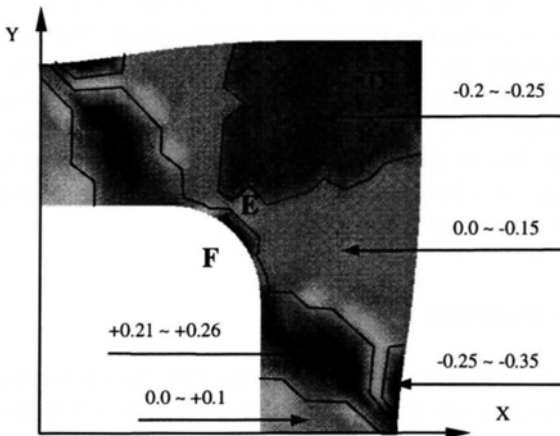


Figure 8. Sensibilités de la FO par rapport aux FR nodales

5.2. Emboutissage sans prise en compte du frottement

La procédure d'optimisation décrite dans la section 3 est appliquée pour la détermination des FR optimales qui permettent de minimiser les variations d'épaisseur. Sept segments situés à environ 15 mm du contour de la matrice sont pris comme des lignes de joncs (voir figure 7). Une analyse non linéaire utilisant l'AI sans force de retenue a donnée des variations d'épaisseur maxima de + 6.74 % et -5.22 %. La distribution d'épaisseur (en %) le long des lignes OA et OB est montrée sur la figure 9.

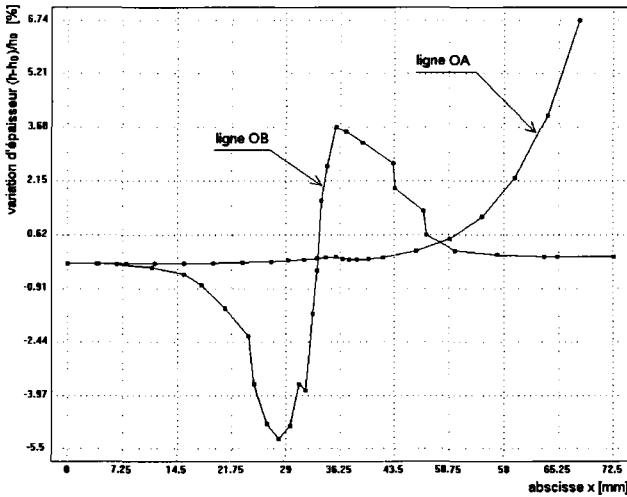


Figure 9. Distribution d'épaisseur (%) obtenue sans FR et sans frottement

En pratique les FR sont toujours positives (*i.e.* des forces de tension), mais dans un premier temps nous supposons qu'elles peuvent être négatives, et ce dans le but d'étudier les zones où l'écoulement de matière doit être retenu et celles où il doit être facilité. Dans notre processus d'optimisation, nous avons choisi les paramètres suivants : le coefficient $p = 4$ dans [29], les forces initiales de retenue sont de 100 N/mm, leurs bornes supérieures et inférieures ± 200 N/mm, la tolérance relative du résidu 10^{-6} et la précision de convergence d'optimisation est de 10^{-10} . Une réduction de 95 % de la FO est atteinte au bout de 20 itérations utilisant 186 secondes de temps CPU sur un PC Pentium II à 400 Mhz. Les variations maximales d'épaisseur (après optimisation) sont de + 4.99 % et - 4.07 %. La distribution d'épaisseur (en %) le long des lignes OA et OB est montrée sur la figure 10. Les intensités des FR des sept joncs sont listées dans le tableau 2. Ces valeurs montrent qu'il faudrait, d'une part faciliter l'écoulement de la matière au niveau des joncs 1, 2, 6 et 7 afin de réduire la zone d'amincissement au « nez » du

poignon, et d'autre part, freiner l'écoulement de la matière au niveau des joncs 3, 4 et 5 afin de réduire la zone d'épaississement.

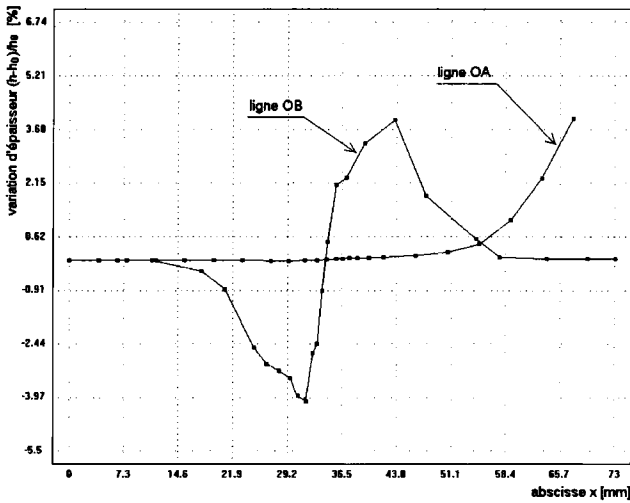


Figure 10. Distribution d'épaisseur (%) pour les forces optimales (± 200 N/mm) et sans frottement

Dans une deuxième simulation, nous avons considéré uniquement les valeurs positives des FR (0 ~ 200 N/mm). Le processus d'optimisation converge après 10 itérations donnant ainsi une réduction de près de 92 % de la FO. Contrairement au cas précédent, les variations maximales d'épaisseur (+ 6.42 % et - 5.52 %) sont moins bonnes que celles relatives à l'optimisation avec les bornes ± 200 N/mm. La distribution d'épaisseur (en %) le long des lignes OA et OB est montrée sur la figure 11.

Les intensités des FR aux sept joncs sont listées dans le tableau 2. Ces forces sont nulles partout sauf une au jonc 4. L'utilisation des joncs permet de réduire les zones d'épaississement, mais en même temps elle détériore les zones amincissement. D'autres moyens tels que la lubrification et le découpage des parties additionnelles superflues (notamment les coins du flan), permet de remédier au problème de fort amincissement.

	Bornes	1	2	3	4	5	6	7
Sans frottement	± 200	-56.8	-168.24	73.22	139.11	73.22	-168.24	-56.8
	0~200	0	0	0	74.15	0	0	0
Avec frottement	± 200	-83.40	-165.70	19.02	83.41	19.02	-165.70	-83.40
	0~200	0	0	0	0	0	0	0

Tableau 2. Comparaison des FR optimales (N/mm)

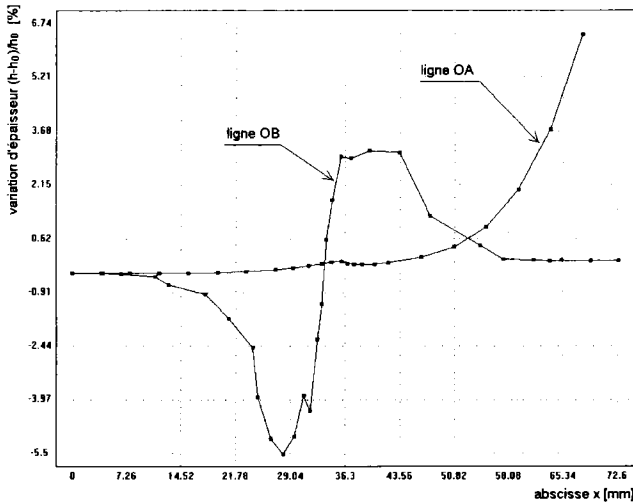


Figure 11. Distribution d'épaisseur (%) pour les forces optimales (0 ~ 200 N/mm) et sans frottement

5.3. Emboutissage avec prise en compte du frottement

Dans ce paragraphe, nous étudierons l'influence du frottement sur les résultats d'optimisation. D'abord une analyse non linéaire en utilisant l'AI incluant le frottement entre la tôle et les outils mais sans FR est faite. Les résultats donnent des variations maximales d'épaisseur de + 5.91 % et - 6.56 %.

Comme dans le cas précédent, nous fixons l'intervalle de variations des FR entre ± 200 N/mm. Le processus d'optimisation converge en 8 itérations, permettant ainsi une réduction de 97 % de la fonction objectif. Les variations maximales d'épaisseur relevées sont de + 4.62 % et - 3.51 %. Les intensités des FR aux sept joncs sont listées dans le tableau 2. Nous observons que la répartition des FR est similaire à celle notée pour le cas sans frottement.

Dans ce dernier cas, nous prenons les bornes 0 ~ 200 N/mm sur les FR et, à partir des mêmes conditions initiales que précédemment, nous procédons à l'optimisation. Le processus d'optimisation converge en 5 itérations avec une réduction de 94 % de la FO. Les variations maximales d'épaisseur sont de + 5.91 % et - 6.56 %. Les intensités des FR aux sept joncs sont listées dans le tableau 2. Ces valeurs nulles des FR indiquent que dans ce cas-ci nous n'avons pas besoin de force de retenue car les forces de frottement sous serre-flan sont suffisantes pour limiter l'épaississement et des forces supplémentaires conduiraient à une augmentation d'amincissement aux coins de la boîte. Les expériences ont montré qu'il n'est pas nécessaire de mettre des joncs de retenue pour obtenir une bonne distribution d'épaisseur pour cette boîte carrée. Les variations maximales des six cas précédents sont résumées dans le tableau 3.

Bornes	Sans frottement			Avec frottement		
	$F_{ret}=0$	± 200	0~200	$F_{ret}=0$	± 200	0~200
$((h-h^0)/h^0)_{min}$	-5.22 %	-4.07 %	-5.52 %	-6.56 %	-3.51 %	-6.56 %
$((h-h^0)/h^0)_{max}$	6.74 %	4.99 %	6.42 %	5.91 %	4.62 %	5.91 %

Tableau 3. Variations maximales d'épaisseur en % dans les six cas précédents

5.4. Conception de joncs

Dans cette seconde étape de notre procédure globale d'optimisation, nous nous intéressons à la détermination des caractéristiques géométriques (les rayons) du jonc en utilisant la procédure de conception de joncs exposée dans la section 3.2. Nous supposons que le jonc est cylindrique et ses trois rayons sont identiques ainsi $R_{\text{épaulement}} = R_{\text{triangle}}$ (voir figure 5). Comme indiqué dans la section 3.2, notre but est de déterminer le meilleur rayon du jonc, qui permet d'avoir une force de retenue distribuée le plus uniformément possible et en même temps d'assurer que la force de retenue totale est égale à la force optimale obtenue par le précédent processus d'optimisation ($F_{\text{retenue}} = F_{\text{optimale}}$).

Comme exemple, nous nous proposons d'étudier le cas du jonc numéro 4, dont la force optimale trouvée avec prise en compte du frottement est de 83.41 N/mm. Le processus d'optimisation a été lancé en utilisant les paramètres suivants : exposant $p = 2$, un rayon initial de 2 mm, une borne inférieure de 2 mm, une borne maximale de 10 mm et une précision de convergence d'optimisation de 10^{-10} . Le processus converge après 11 itérations et donne un rayon optimal de 5.4093 mm en atteignant une réduction de 86 % de la FO (figure 12). La courbe d'évolution de la force de retenue durant le processus d'optimisation est donnée dans la figure 13.

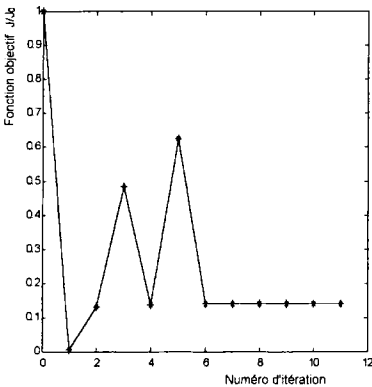


Figure 12. Evolution de la FO

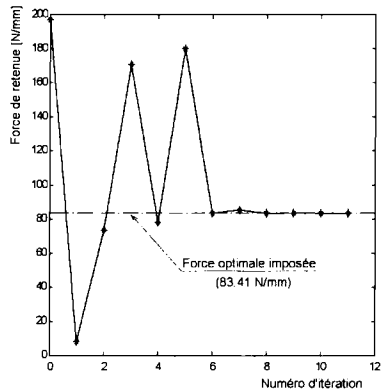


Figure 13. Evolution de la FR

6. Conclusion

Un processus très efficace d'optimisation des FR est obtenu par la combinaison de l'AI et de la méthode SQP. Avec l'emplacement des joncs choisi, seules les intensités des forces des joncs sont prises comme variables de conception. Les formes des joncs peuvent ensuite être déterminées à partir de ces forces optimisées. Les premiers résultats sont encourageants et des développements seront poursuivis pour traiter des exemples industriels plus réalistes.

7. Références

- [ALT 94] ALTAN T., « Sheet metal forming technology », *Journal of Materials Processing Technology*, 1994, (46), 3-4, Elsevier.
- [ALT 96] ALTAN T., « *Advanced Technology of Plasticity* », 5th ICTP, 1996, Ohio, Etats-Unis.
- [BAR 96] BARLET O., BATOZ J.L., GUO Y.Q., MERCIER F., NACEUR H., KNOPF-LENOIR C., « The inverse approach and mathematical programming techniques for optimum design of sheet forming parts », *ASME*, 1996, (75), 3, p. 227-232, 1996.
- [BAT 89] BATOZ J.L., DUROUX P., GUO Y.Q., DETRAUX J.M., « An efficient algorithm to estimate the large strains in deep drawing », *NUMIFORM 89*, p. 383-388, 1989.
- [BAT 97] BATOZ J.L., GUO Y.Q., « Analysis and design of sheet forming parts using a simplified inverse approach », *COMPLAS V*, 1997, p. 178-185, Barcelona, Spain.
- [BAT 98] BATOZ J.L., GUO Y.Q., MERCIER F., « The inverse approach with simple triangular shell elements for large strain predictions of sheet metal forming parts », *Engineering Computations*, 1998, (15), 6-7, p. 864-892.
- [CAR 96] CARLEER B., « Equivalent drawbead model in finite element simulations », *NUMISHEET'96*, 1996, p. 25-31, Dearborn, Etats-Unis.
- [CHE 96] CHEN F.K., CHIANG B.H., « Formability and analysis for the stamping of a bathtub », *NUMISHEET'96*, Editors LEE *et al.*, p. 262-269, Dearborn, Etats-Unis, 1996.
- [GEL 99] GELIN J.C., PICART P., « 4th Int. Conf. Numerical Simulation of 3D Sheet Metal Forming processes », *NUMISHEET'99*, 1999, Besançon, France.
- [GER 89] GERDEEN J.C., CHEN P., « Geometric mapping method of computer modeling of sheet metal forming », *NUMIFORM 89*, p. 437-444, 1989.
- [GHO 98] GHOUATI O., JOANNIC D., GELIN J.C., « Optimisation of process parameters for the control of springback in deep drawing », *NUMIFORM'98*, Balkema, 1998.
- [GUO 99] GUO Y.Q., NACEUR H., BATOZ J.L., KNOPF-LENOIR C., « Optimization of Drawbead restraining forces to control the thickness distribution », *ICTP'99*, 1999, p. 77-88, Nuremberg, Germany.

- [HUE 98] HUETINK J., BAAIJENS F.P.T., « Simulation of material processing: theory, methods and applications », *NUMIFORM'98*, 1998, Balkema, Rotterdam.
- [LEE 96] LEE J.K., KINZEL G.L., WAGONER R., « 3rd Int. Conf. on Numerical Simulation of 3D Sheet Metal Forming Processes, Verification of simulations with experiments », *NUMISHEET'96*, 1996, Dearborn, Etats-Unis.
- [LEV 83] LEVY B.S., « Development of a predictive model for draw bead restraining force utilizing work of Nine and Wang », *Journal of Applied metal Working*, 1983, (3): 1, p. 38-44.
- [LIU 95] LIU S.D., ASSEMPOOR A., « Development of FAST 3D. A design-oriented one step FEM in sheet metal forming », *COMPLAS IV*, Part II, p. 1515-1526, 1995.
- [LUE 98] LUET D., DUVAL J.L., DI PASQUALE E., RIGAUD V., LE ROCH Y., « Quality function approach to design and optimization of stamping process : application to an industrial case », *International Congress & Exposition (SAE)*, 1998, Detroit, MI, Etats-Unis.
- [MAK 93] MAKINOUCHE A., NAKAMACHI E., ONATE E., WAGONER R.H., « 2nd Int. Conf. on Numerical Simulation of 3D Sheet Forming processes - Verification of Simulation with Experiment », *NUMISHEET'93*, 1993, Isehara, Japan.
- [MON 99] MONTMAYEUR N., STAUB C., « Springback prediction with OPTRIS ». *NUMISHEET'99*, 1999, (1): p. 41-46, Besançon, France.
- [NAC 99] NACEUR H., GUO Y.Q., BATOZ J.L., BOUABDALLAH S., KNOPF-LENOIR C., « Design of process parameters in deep drawing of thin sheets using the simplified Inverse Approach », *NUMISHEET'99*, 1999, (1): p. 517-522, Besançon, France.
- [NIN 78] NINE H.D., *Drawbead forces in sheet metal forming*, *Mechanics of Sheet Metal Forming*, Plenum Press 1978, Koisinen D.P. and Wang N.M. (Eds), p. 179-211, New York.
- [OHA 96] OHATA T., NAKAMURA Y., KATAYAMA T., NAKAMACHI E., NAKANO K., « Development of optimum process design system by numerical simulation », *Journal of Material Processing Technology*, 1996.
- [OWE 97] OWEN D.R.J., ONATE E., HINTON E., « Computational plasticity - Fundamentals and Applications », *COMPLAS V*, 1997, Barcelona, Spain.
- [SKL 92] SKLAD M.P., YUNGBLUD B.A., « Analysis of multi-operation sheet forming processes », *NUMIFORM 92*, p. 543-547, 1992.
- [STO 88] STOUGHTON T.B., « Model of drawbead forces in sheet metal forming », *Proceeding of the 15th Biennial IDDRG Cong.*, 1988, p. 205-215, Dearborn, Etats-Unis.
- [WAN 82] WANG N.M., « A mathematical model of drawbead forces in sheet metal forming », *Journal of Applied Metal Working*, 1982, (2): p. 193-199.
- [YOU 98] YOU YE., HONG P.Y., YU R.X., « Calculation of drawbead restraining forces associated with kinematics hardening rule », *NUMIFORM'98*, 1998, p. 905-910, Balkema, The Netherlands.