

---

# Méthodes de remaillage automatique appliquées à la modification de modèle

Vincent François\* — Jean-Christophe Cuillière\*  
Michel Gueury\*\*

\* Université du Québec à Trois-Rivières, Laboratoire de Productique,  
Trois-Rivières, CP 500, Québec, G9A 5H7, Québec, Canada.

\*\* Université Henri Poincaré, Nancy I, Equipes de Recherche en Interface  
Numériques, ESSTIN, Parc Robert Bentz, F-54500 Vandœuvre.

---

**RÉSUMÉ.** Le processus classique de conception engendre des remises en question fréquentes d'une solution de conception initiale. Les outils de conception disponibles aujourd'hui ne permettent pas toujours d'analyser rapidement et facilement ces modifications. En particulier, dans le domaine de la simulation numérique, pour tenir compte d'une modification du modèle initial, une nouvelle étude doit être entreprise. Nous présentons ici des procédures originales de remaillage automatique de pièces tridimensionnelles qui permettent de réaliser une meilleure intégration ascendante de la méthode des éléments finis dans le processus de CAO/FAO. Afin d'optimiser nos résultats, nous proposons également une méthode de pré-optimisation de maillage fondée sur l'erreur de facettisation, afin d'obtenir un maillage initial qui soit une bonne approximation du modèle initial.

**ABSTRACT.** The design process usually implies modifications of an initial design solution. At this point, design tools do not allow to perform these modifications efficiently enough. Particularly, when using FE methods, a new FE model has to be rebuilt in order to take into account any modification of the geometric model. We present in this paper an original approach allowing the automatic remeshing of 3D parts, which allows a better integration of FE methods in the whole CAD/CAM process. The optimization of the automatic remeshing is achieved through a mesh pre-optimization based on the discretization error. This introduces, in the FE analysis process, a mesh that represents a better approximation of the initial model.

**MOTS-CLÉS :** CAO/FAO, remaillage, maillage automatique, densité, maillage adaptif.

**KEYWORDS :** CAD/CAM, mesh generation, remesh, density, adaptive mesh.

---

## 1. Introduction

Les améliorations en performance et en capacité des systèmes informatiques permettent de développer ou de perfectionner de plus en plus d'outils d'aide à la décision. Parmi ceux-ci, la Méthode des Éléments Finis (MEF) connaît aujourd'hui un certain essor. Présente uniquement sur des systèmes informatiques de grande taille il y a une dizaine d'années, elle se retrouve aussi aujourd'hui sur les ordinateurs personnels. Parallèlement à cette évolution, les systèmes d'éléments finis qui étaient auparavant assez isolés des autres phases de conception, sont maintenant de plus en plus intégrés au processus global de CAO/FAO. La discrétisation du domaine, nécessaire à la formulation par éléments finis, en un maillage, est encore un des principaux obstacles à la réalisation d'une intégration complète entre les systèmes de CAO/FAO et les systèmes de calcul par éléments finis.

L'objectif du présent travail est de compléter cette intégration, en introduisant des outils permettant de concrétiser l'implantation de l'ingénierie simultanée au sein des systèmes de CAO/FAO. En particulier, nous nous intéressons à l'interaction entre les modifications successives d'une solution de conception et le calcul par éléments finis. Actuellement, toute modification du modèle géométrique entraîne une reconstruction complète du modèle de calcul. Nous présentons ici le résultat de recherches visant la mise au point de procédures de remaillage automatique appliquées à la modification de modèle.

Une condition essentielle au bon fonctionnement de ces procédures est de disposer d'un maillage initial qui soit une approximation aussi fidèle que possible de la géométrie de l'objet étudié. L'extension du concept de pré-optimisation de maillage développé par Cuillière [CUI 93] au niveau de l'erreur de facettisation permet de résoudre ce problème.

Les algorithmes et les solutions mis en œuvre dans ce travail proviennent de la généralisation des concepts bidimensionnels présentés antérieurement [FRA 97] [FRA 98-1].

## 2. Un générateur de mailles intégré

Les systèmes de calcul par éléments finis apparus récemment sur le marché sont intégrés au processus de CAO/FAO de manière incomplète. Bien que cette intégration soit de plus en plus effective, des obstacles importants demeurent et empêchent d'obtenir un véritable environnement MEF/CAO/FAO. Nous proposons ci-après un schéma d'intégration (figure 1) qui fait apparaître les principales lacunes des systèmes actuels (parties grisées sur la figure).

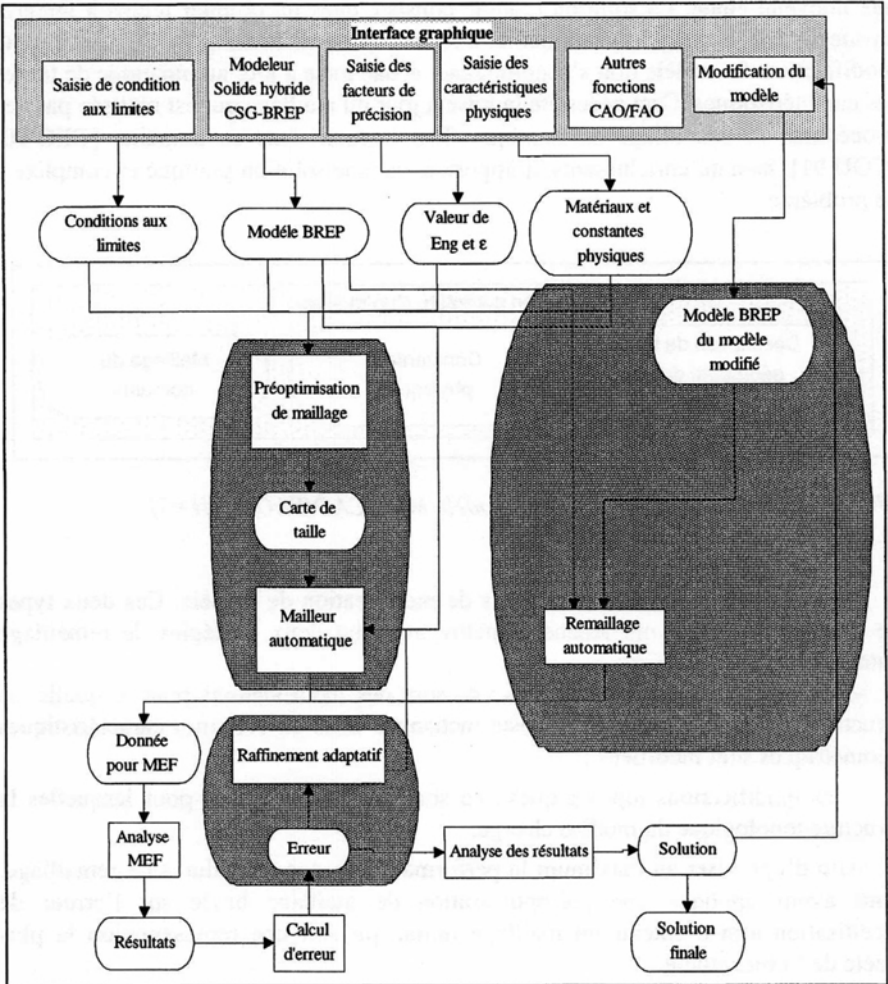


Figure 1. Un système intégré MEF/CAO/AO

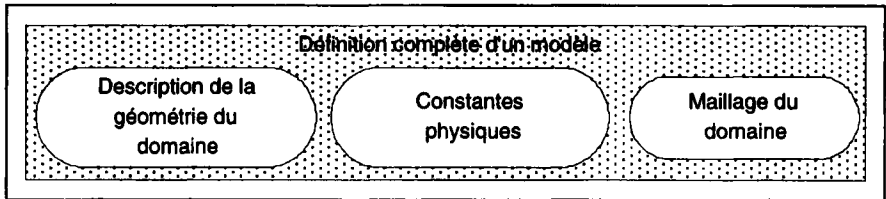
– le concept de pré-optimisation de maillage [CUI 93] qui consiste à raffiner le maillage où il y a des caractéristiques de forme engendrant un gradient de contraintes important peut être étendu.

– la modification du modèle initial après le calcul ne peut être réalisée qu'en recommençant une nouvelle étude.

– la phase de raffinement adaptatif n'est pas entièrement automatique.

Le but du présent travail est d'établir une boucle de retour vers la CAO/FAO afin d'ajouter la possibilité d'effectuer des modifications de modèle sans recommencer

une nouvelle étude. La solution retenue consiste dans un premier temps à intégrer étroitement le maillage d'un domaine à sa définition même (figure 2). Ainsi, toute modification du modèle doit s'accompagner d'une mise à jour automatique de toutes ses caractéristiques. Ceci nécessite la mise à jour du maillage qui est réalisée par des procédures de remaillage automatique. Les travaux dans ce domaine [GEO 90] [COU 91], bien qu'enrichissants, n'apportent aucune solution pratique et complète à ce problème.



**Figure 2.** Définition complète d'un modèle MEF/CAO/FAO [CUI 93]

On distingue ci-dessous deux types de modification de modèle. Ces deux types de modification nous ont amené à mettre au point deux stratégies de remaillage automatique :

- les modifications géométriques : ce sont des modifications pour lesquelles la structure topologique du modèle reste inchangée mais où certaines caractéristiques géométriques sont modifiées ;
- les modifications topologiques : ce sont des modifications pour lesquelles la structure topologique du modèle change.

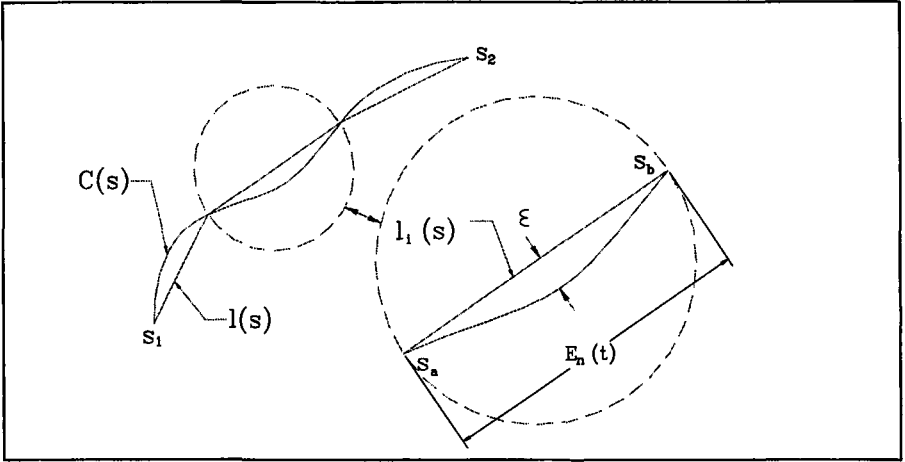
Afin d'optimiser au maximum la performance de nos procédures de remaillage, nous avons appliqué une pré-optimisation de maillage basée sur l'erreur de facettisation afin d'obtenir un maillage initial qui soit une représentation la plus fidèle de l'objet étudié.

### 3. Pré-optimisation de maillage fondée sur l'erreur de facettisation

La pré-optimisation de la densité nodale a pour objet de transformer automatiquement des données extraites de la description du domaine étudié en terme de contrainte de densité nodale. Un maillage respectant ces contraintes permet d'obtenir par la suite des résultats de calcul précis sans avoir à utiliser de très grands nombres de mailles. Cuillière [CUI 93] a introduit ce concept et l'utilise pour effectuer un maillage qui est automatiquement raffiné aux endroits où l'on pressent que les caractéristiques de forme locales favorisent les gradients de contraintes élevés. Nous étendons ici le concept afin d'obtenir un maillage qui respecte deux valeurs de consigne  $\epsilon$  et  $Eng$  représentant respectivement l'erreur maximale de

facettisation et l'écart nodal maximal (distance entre deux nœuds connectés) [FRA 98-2].

### 3.1. Maillage des arêtes à erreur de facettisation contrôlée.



**Figure 3.** Discretisation associée à une courbe

Soit  $\bar{C}(s)$  une courbe tridimensionnelle (figure 3) de type  $C^2$  définie à l'aide de ces coordonnées curvilignes sur  $s \in [s_1, s_2]$  et  $\bar{I}(s)$  sa discrétisation.

On considère un segment de discrétisation  $\bar{I}_1(s)$  défini sur  $s \in [s_a, s_b] \subset [s_1, s_2]$  avec  $\bar{I}_1(s_a) = \bar{C}(s_a)$  et  $\bar{I}_1(s_b) = \bar{C}(s_b)$ .

On démontre [PRE 81] [FIL 86] [SHE 92] que

$$E_n(s) = \sqrt{\frac{8\epsilon}{\|\bar{C}''(s)\|}} \quad [1]$$

Cependant, en CAO les courbes ne sont pas définies en coordonnées curvilignes, mais elles sont plutôt décrites à l'aide d'une paramétrisation  $\bar{C}(t)$  :

$$\bar{C}(t) = \langle x(t), y(t), z(t) \rangle$$

La formule [1] pour une paramétrisation quelconque devient :

$$E_n(t) = \sqrt{\frac{8\varepsilon}{M}} \tag{2}$$

où

$$M = \left\| \frac{1}{x'^2(t) + y'^2(t) + z'^2(t)} \frac{d^2 \vec{C}}{dt^2} - \frac{x'(t)x''(t) + y'(t)y''(t) + z'(t)z''(t)}{[x'^2(t) + y'^2(t) + z'^2(t)]^2} \frac{d\vec{C}}{dt} \right\|$$

Le découpage des arêtes en respectant de manière optimale cette carte de taille ainsi définie est obtenu en appliquant des méthodes maintenant classiques [CUI 97] [GEO 97].

### 3.2. Introduction de la densité globale dans le découpage des arêtes

Un raffinement du découpage des arêtes s'avère nécessaire pour discrétiser convenablement les entités à faible courbure. Ce raffinement permet de respecter à la fois les consignes  $\varepsilon$  et  $E_{ng}$ . Il s'agit simplement d'associer à chaque arête du découpage précédent une fonction écart nodal de nature polynômiale de degré inférieur ou égal à deux [FRA 97] [FRA 98-1] [FRA 98-2]. Cette fonction permet d'adoucir la transition entre les zones à forte et à faible densité.

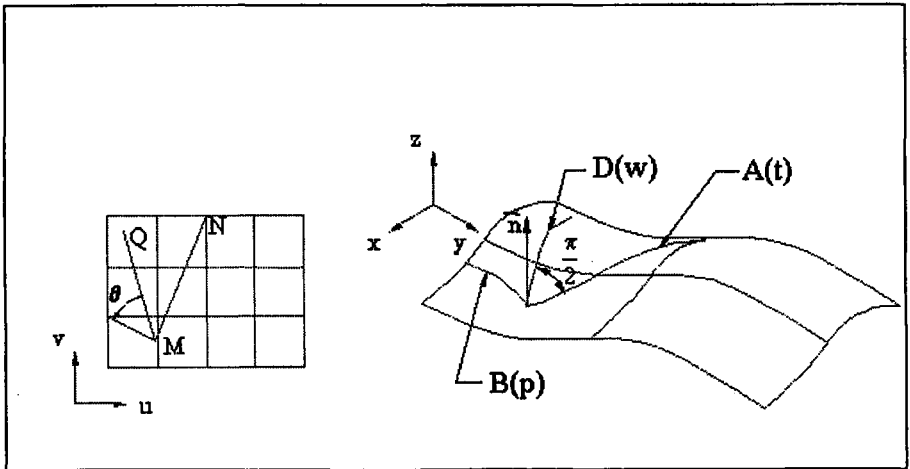


Figure 4. Correspondance des métriques entre l'espace paramétrique et l'espace réel

### 3.3. Outils mathématiques utilisés pour la triangulation des faces

Toutes les surfaces du modèle géométrique sont représentées par une paramétrisation  $\vec{X}(u, v)$ . Des considérations basées sur la première forme

quadratique fondamentale des surfaces riemanniennes [GEO 97] [CUI 98] [LEE 98] [TRI 98] [DOC 76] [MOR 85] ont été utilisées afin d'établir une relation entre les métriques de l'espace réel et de l'espace paramétrique en terme de longueur et de direction (figure 4).

Les calculs de longueur sont effectués à partir de :

$$s(t) = \int_0^1 \sqrt{E(u')^2 + 2Fu'v' + G(v')^2} dt \quad [5]$$

E, F et G sont les coefficients de la première forme quadratique fondamentale :

$$\text{avec} \begin{cases} E(u, v) = \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)^2 \\ F(u, v) = \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial v}\right) + \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial v}\right) + \left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial v}\right) \\ G(u, v) = \left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial v}\right)^2 \end{cases} \quad [6]$$

D'autre part, un angle de déviation  $\theta$  est calculé par rapport à la normale à une direction [MN] dans l'espace paramétrique afin de trouver la direction normale dans l'espace réel  $D(w)$  à l'image  $A(t)$  de [MN] par la paramétrisation  $\bar{x}(u, v)$  [CUI 93] [CUI 98].

$$\text{tg}\theta = \frac{(u_n - u_m)(v_n - v_m)(E - G) - F[(u_n - u_m)^2 - (v_n - v_m)^2]}{(u_n - u_m)^2 E + (v_n - v_m)^2 G + 2(u_n - u_m)(v_n - v_m)F} \quad [7]$$

### 3.4. Prise en compte des consignes $\epsilon$ et $\text{Eng}$ sur les surfaces

On définit une fonction écart nodal sur chaque surface :

$$E_n(u, v) = \min[E_\epsilon(u, v), E_{\text{Eng}}(u, v)] \quad [8]$$

Les deux facteurs intervenant dans l'expression ci-dessus traduisent le respect de  $\epsilon$  pour le premier et le respect de Eng pour le second. Tout comme ce fut le cas pour les arêtes, le calcul de  $E_\epsilon$  [FRA 98-2] est réalisé en complétant des travaux antérieurs [PRE 81] [FIL 86] [SHE 92] :

$$E_{\epsilon}(u, v) = \sqrt{\frac{9\epsilon}{2(M_1 + 2M_2 + M_3)}}$$

$$M_1 = \left\| \frac{1}{E} \frac{\partial^2 \bar{x}}{\partial u^2} - \frac{1}{2E^2} \frac{\partial E}{\partial u} \frac{\partial \bar{x}}{\partial u} \right\|$$

$$M_2 = \left\| \frac{1}{\sqrt{EG}} \frac{\partial^2 \bar{x}}{\partial u \partial v} \right\|$$

$$M_3 = \left\| \frac{1}{G} \frac{\partial^2 \bar{x}}{\partial v^2} - \frac{1}{2G^2} \frac{\partial G}{\partial v} \frac{\partial \bar{x}}{\partial v} \right\|$$

[9]

$E_{Eng}(u, v)$  est calculé à l'aide d'une interpolation incomplète de la valeur de l'écart nodal sur les contours de la surface. On considère les 4 segments de contour les plus proches du point considéré :

$$E_{Eng}[P(u, v)] = \frac{d_{\min} \cdot Eng + \sum_{i=1}^k [(4Eng - 4E_n(\text{segment } i) - d(P, \text{segment } i)) \cdot E_n(\text{segment } i)]}{d_{\min} + \sum_{i=1}^k [(4Eng - 4E_n(\text{segment } i) - d(P, \text{segment } i))]} \quad [10]$$

$k$  ( $k < 5$ ) est le nombre de segments utilisés pour l'interpolation.

–  $d_{\min} = \min_{1 \leq i \leq k} [d_i(P, \text{segment } i)]$

–  $d(P, \text{segment } i)$  est la distance du point  $P$  au segment  $i$

–  $E_n(\text{segment } i)$  est l'écart nodal associé au segment  $i$ . (moyenne des écarts nodaux des nœuds définissant le segment)

Le maillage des surfaces en respectant la contrainte de taille établie ci-dessus s'effectue à l'aide d'une méthode frontale [LOH 88] [PER 88] [CHA 89] [CUI 93] [MOL 95] [RAS 95] utilisant les propriétés des surfaces riemanniennes. Le détail complet peut être trouvé dans [CUI 93] [FRA 97] [FRA98-1] [FRA98-2].

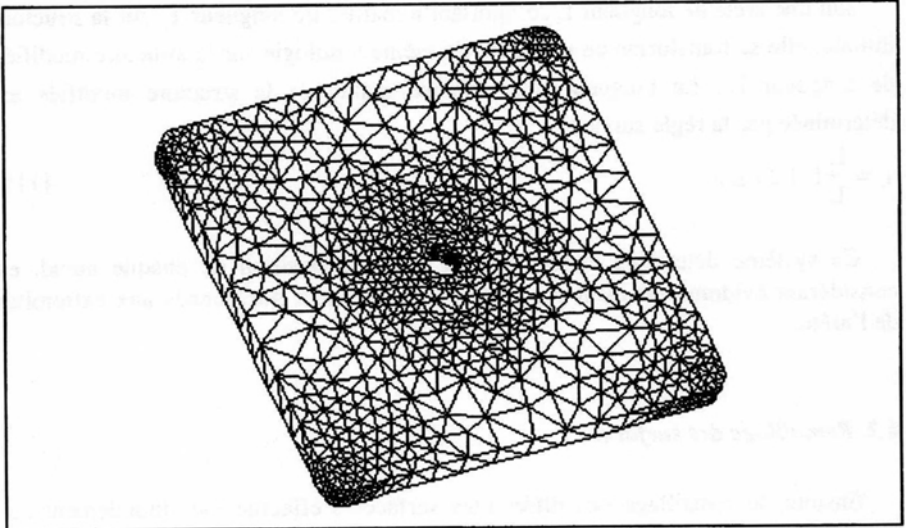
### 3.5. Maillage volumique du modèle

La carte de taille utilisée pour le volume est une extension tridimensionnelle de celle qui permet de déterminer  $E_{Eng} \cdot \epsilon$  n'a plus d'influence ici puisque le maillage tétraédrique n'est pas directement contraint par le contrôle de l'erreur de facettisation. L'écart nodal est donc uniquement calculé à l'aide d'une interpolation incomplète de valeur de l'écart nodal sur les frontières tel qu'expliqué ci-dessus pour les surfaces. La formulation utilisée est en effet une extension de la formule [10].



Le maillage tridimensionnel est réalisé à l'aide d'une méthode frontale empruntée à Rassineux [RAS 97].

L'ensemble du processus conduit à l'obtention du maillage pré-optimisé du modèle géométrique (figure 5) .



**Figure 5.** *Maillage d'une plaque trouée*

#### **4. Remaillage : stratégie 1**

Cette première stratégie de remaillage concerne les cas de modification géométrique du modèle. La topologie de la structure solide reste inchangée et seules les caractéristiques géométriques des entités sont susceptibles de varier.

Dans ce cas, il est possible d'essayer d'adapter le maillage initial à la nouvelle structure en gardant la même topologie de maillage : même nombre de nœuds, même nombre de mailles et même connectivité des mailles. Les seules opérations impliquées pour obtenir le remaillage automatique de la structure sont des mouvements de nœuds.

La méthode proposée pour les pièces 2D [FRA 97] [FRA 98-1] a montré ses limites lorsque appliquée à des pièces tridimensionnelles (le processus ne garantit pas la validité du maillage modifié [FRA 98-2]) si bien que nous proposons ci-dessous une nouvelle approche.

#### 4.1. Remaillage des arêtes

La méthode consiste dans un premier temps à opérer individuellement sur chaque arête de la manière suivante :

soit une arête de longueur  $L$  comportant  $n$  mailles de longueur  $l_i$  sur la structure initiale, elle se transforme en une arête de même topologie sur la structure modifiée de longueur  $L'$ . La longueur  $l'_i$  de chaque maille de la structure modifiée est déterminée par la règle suivante :

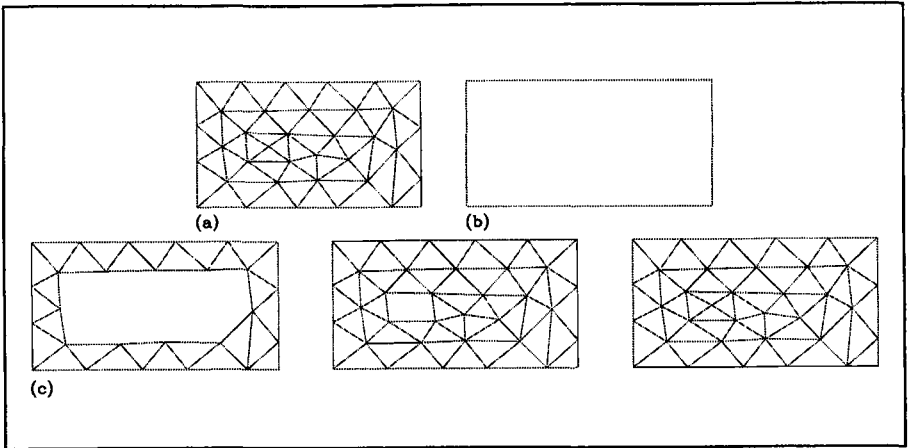
$$l'_i = \frac{L'}{L} l_i, \quad 1 \leq i \leq n \quad [11]$$

Ce système détermine entièrement la nouvelle position de chaque nœud, en considérant évidemment qu'il y a 2 nœuds directement positionnés aux extrémités de l'arête.

#### 4.2. Remaillage des surfaces

Ensuite, le remaillage des différentes surfaces s'effectue individuellement par une méthode de chaînage nodal (figure 6) :

1. Au départ du procédé, seuls les nœuds de frontières sont correctement placés sur la structure modifiée.
2. Les nœuds internes à repositionner et qui possèdent au moins deux nœuds connectés (appelés nœuds voisins) déjà replacés forment une chaîne. Cette chaîne est initialisée sur tous les nœuds directement connectés à deux nœuds de frontières.
3. La chaîne est classée selon l'ordre décroissant du nombre de voisins des nœuds.
4. La nouvelle position du premier nœud de la chaîne est calculée.
5. La validité de l'ensemble des mailles connectées au nœud en mouvement est vérifiée.
6. Le calcul du déplacement d'un nœud ne tient pas compte de la géométrie locale de la surface. Ce nœud doit donc être ensuite projeté sur la surface.
7. Le classement de la chaîne est mis à jour.
8. Si la chaîne n'est pas vide, on recommence à l'étape 4.
9. Une nouvelle chaîne est constituée selon les mêmes règles que la première.
10. Si cette nouvelle chaîne n'est pas vide on recommence à l'étape 3.



**Figure 6.** Le maillage de la structure (a) est adapté sur la structure (b) qui a subi un allongement de sa base par le processus de chaînage nodal (c).

L'étape 4 consiste à calculer la position de chaque nœud interne par rapport aux déplacements subis par ses nœuds voisins déjà traités. L'algorithme est donc fondé uniquement sur le calcul du vecteur de déplacement de chaque nœud voisin. Le processus est initialisé avec le déplacement connu des nœuds de frontière.

L'étape 5 nous assure que le maillage construit reste valide tout au long du processus. Elle est basée sur une méthode itérative de bougé de point semblable à celle utilisée pour l'optimisation de maillage [GEO 93]. Cependant, le critère de qualité qui conduit le processus d'optimisation est remplacé par un critère algébrique de superficie des mailles.

### 4.3. Remaillage du volume

Enfin la position des nœuds internes du volume est recalculée à l'aide d'un processus de chaînage nodal assez similaire à celui utilisé dans le cas des surfaces. Seuls deux changements interviennent :

- à l'étape 2 le nombre de nœuds de frontière nécessaires est porté à 3 au lieu de 2.
- l'étape 6 est supprimée pour des raisons évidentes.

## 5. Remaillage : stratégie 2

Cette deuxième stratégie de remaillage même si elle a été mise au point pour le cas de modification topologique du modèle, s'applique en fait à tous les types de

modification (topologique et/ou géométrique). Ici également, l'extension de travaux précédents sur des pièces 2D [FRA 98-1], à des cas de pièces 3D nous a amenés à mettre au point une nouvelle approche.

Cette approche est basée sur la création et la gestion d'un format additionnel qui permet d'effectuer facilement des comparaisons de modèle de manière locale. Ce format additionnel est constitué d'une octree où chacune des feuilles contient une description des frontières du modèle.

La méthode 2D consistait à repérer les zones de modification du modèle afin de détruire les mailles initiales à l'intérieur de celles-ci puis de compléter le maillage à l'aide des mêmes procédures de discrétisation que celles employées lors du maillage du solide initial. Cette méthode ne peut être transcrite directement en 3D car la détermination explicite des zones de modification ne peut se faire de manière simple et directe.

Ainsi, l'algorithme 3D suit les phases suivantes. L'exemple des figures 7 et 8 illustre phase par phase le déroulement de cet algorithme. L'exemple choisi est une barre de section carrée dont la longueur est diminuée. Les étapes suivies sont les suivantes :

1. Les formats additionnels des modèles initial et modifié sont construits. La topologie de l'octree du format additionnel du solide modifié est la même que celle du solide initial.

2. Les deux formats additionnels sont comparés feuille à feuille et les modifications d'entités sont repérées et classées en deux catégories. D'une part, il y a les entités qui ont disparu à l'intérieur d'une feuille et d'autre part il y a celles qui ont apparu.

3. Le maillage initial est superposé au modèle modifié (figure 7a).

4. Les mailles aux alentours (2 couches) des entités disparues sont détruites (figure 7b).

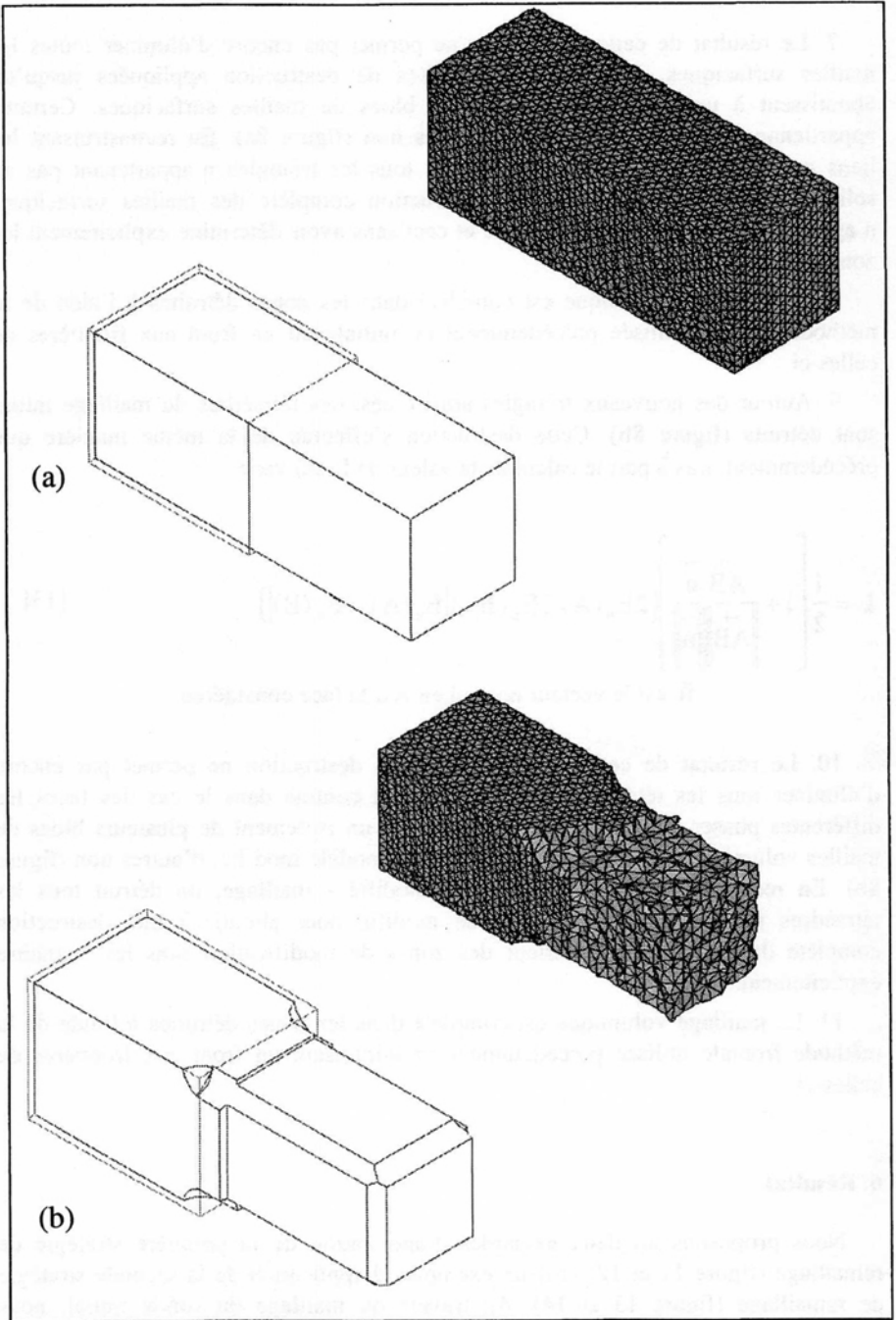
5. A ce stade les zones de modification concernant uniquement les arêtes sont parfaitement connues et les arêtes sont partiellement maillées. A l'aide des mêmes procédures de maillage que celles utilisées lors du maillage initial, la discrétisation des portions d'arêtes non segmentées complète le maillage linéique.

6. Les tétraèdres du maillage initial situés à une distance inférieure à L des nouveaux segments ainsi créés, sont détruits (figure 8a). L est calculé en utilisant :

$$L = \max(2E_n(A), 2E_n(B), 4|E_n(A) - E_n(B)|) \quad [11]$$

A est le nœud appartenant à une entité du solide et autour duquel une destruction est souhaitée.

B est un nœud quelconque aux alentours de A.



**Figure 7.** (a) *Superposition du maillage initial et du modèle modifié.* (b) *destruction des tétraèdres autour des entités disparues*

7. Le résultat de cette destruction ne permet pas encore d'éliminer toutes les mailles surfaciques. Cependant, les phases de destruction appliquées jusqu'ici aboutissent à un isolement de plusieurs blocs de mailles surfaciques. Certains appartiennent au modèle modifié, d'autres non (figure 8a). En reconstruisant les liens modèle modifié-maillage, on détruit tous les triangles n'appartenant pas au solide modifié pour aboutir à une destruction complète des mailles surfaciques n'appartenant pas au modèle modifié et ceci sans avoir déterminé explicitement les zones de modification.

8. Le maillage surfacique est complété dans les zones détruites à l'aide de la méthode frontale utilisée précédemment en initialisant un front aux frontières de celles-ci.

9. Autour des nouveaux triangles ainsi créés, des tétraèdres du maillage initial sont détruits (figure 8b). Cette destruction s'effectue de la même manière que précédemment, mis à part le calcul de la valeur de L qui varie :

$$L = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\vec{AB} \cdot \vec{n}}{\|\vec{AB}\| \|\vec{n}\|} \right] (2E_n(A), 2E_n(B), 4|E_n(A) - E_n(B)|) \quad [13]$$

$\vec{n}$  est le vecteur normal en A à la face considérée.

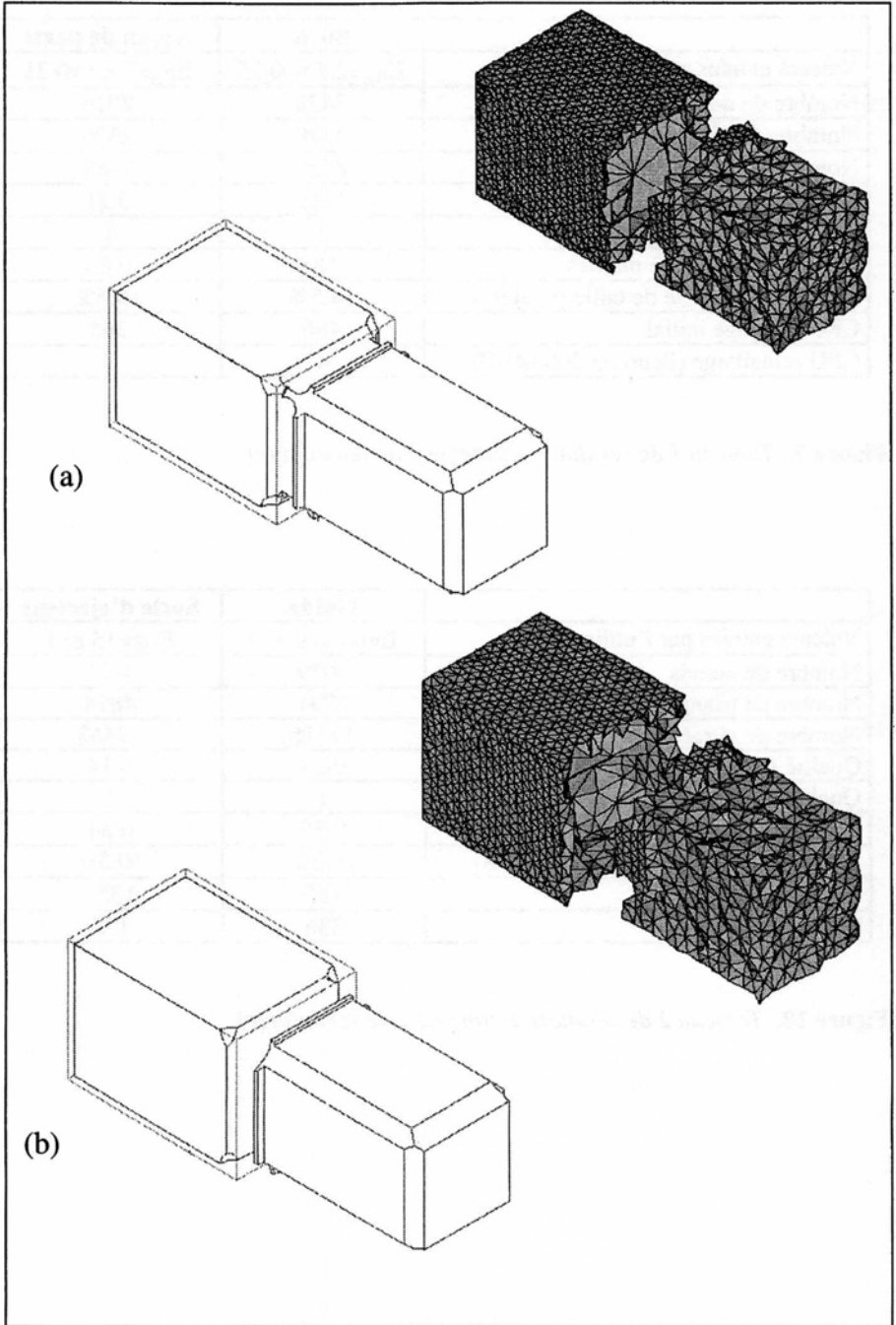
10. Le résultat de cette dernière phase de destruction ne permet pas encore d'éliminer tous les tétraèdres. Cependant, tout comme dans le cas des faces les différentes phases de destruction aboutissent à un isolement de plusieurs blocs de mailles volumiques. Certains appartiennent au modèle modifié, d'autres non (figure 8b). En reconstruisant les liens modèle modifié - maillage, on détruit tous les tétraèdres n'appartenant pas au solide modifié pour aboutir à une destruction complète du maillage à l'intérieur des zones de modification sans les connaître explicitement.

11. Le maillage volumique est complété dans les zones détruites à l'aide de la méthode frontale utilisée précédemment en initialisant un front aux frontières de celles-ci.

## 6. Résultat

Nous proposons ici deux exemples d'application de la première stratégie de remaillage (figure 11 et 12) et deux exemples d'application de la seconde stratégie de remaillage (figure 13 et 14). Au travers du maillage du solide initial, nous présentons également les effets de la procédure de pré-optimisation de maillage.

D'autres résultats peuvent être trouvés dans [FRA 98-2]



**Figure 8.** (a) Destruction de tétraèdres autour des nouvelles arêtes. Apparition de blocs de mailles surfaciques. (b) Destruction de tétraèdres autour des nouvelles faces. Apparition de blocs de mailles volumiques

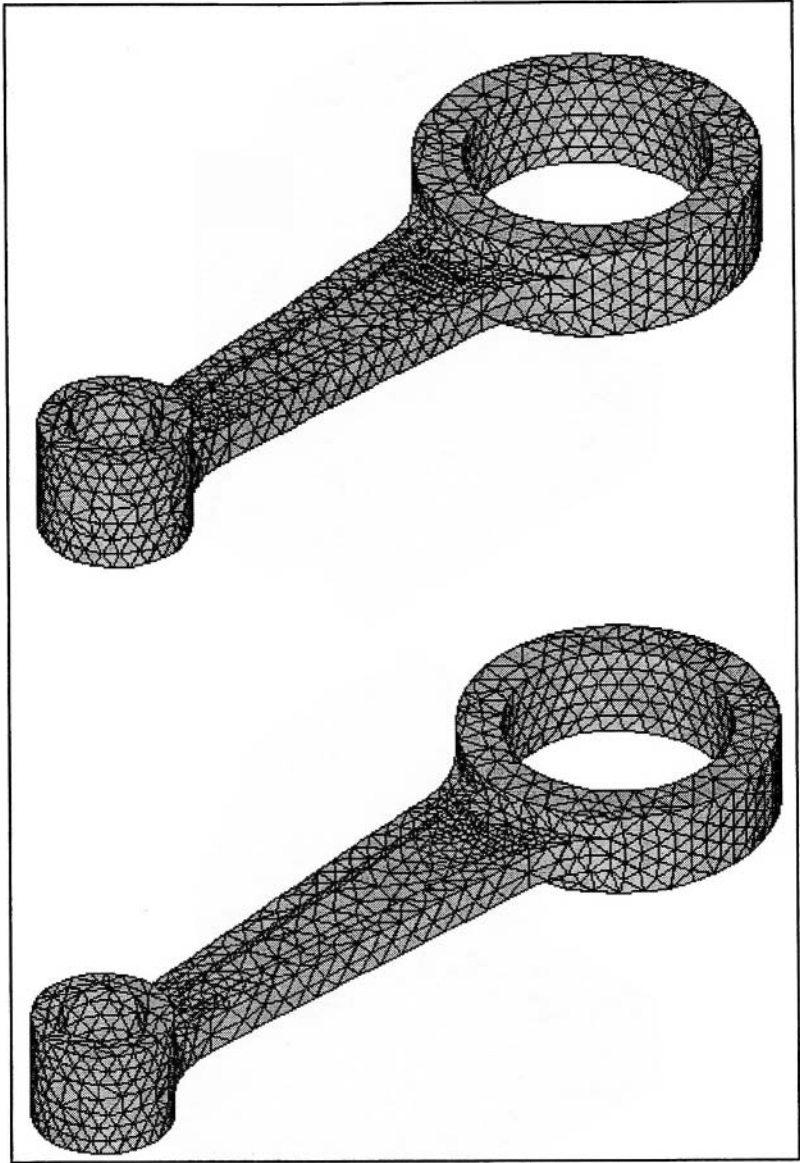
	<b>Bielle</b>	<b>Appui de porte</b>
Valeurs entrées par l'utilisateur	Eng=2.5 $\epsilon=0.25$	Eng=7.6 $\epsilon=0.25$
Nombre de nœuds	2428	2016
Nombre de triangles	3370	2570
Nombre de tétraèdres	8529	7489
Qualité minimum de mailles	0.21	0.21
Qualité maximum de mailles	1	1
Qualité moyenne de mailles	0.82	0.83
Respect de la carte de taille [CUI 98]	14.5%	10.6%
CPU maillage initial	486	365
CPU remaillage (Pentium 200 MHZ)	4	3

**Figure 9.** *Tableau 1 de résultats. (stratégie 1 de remaillage)*

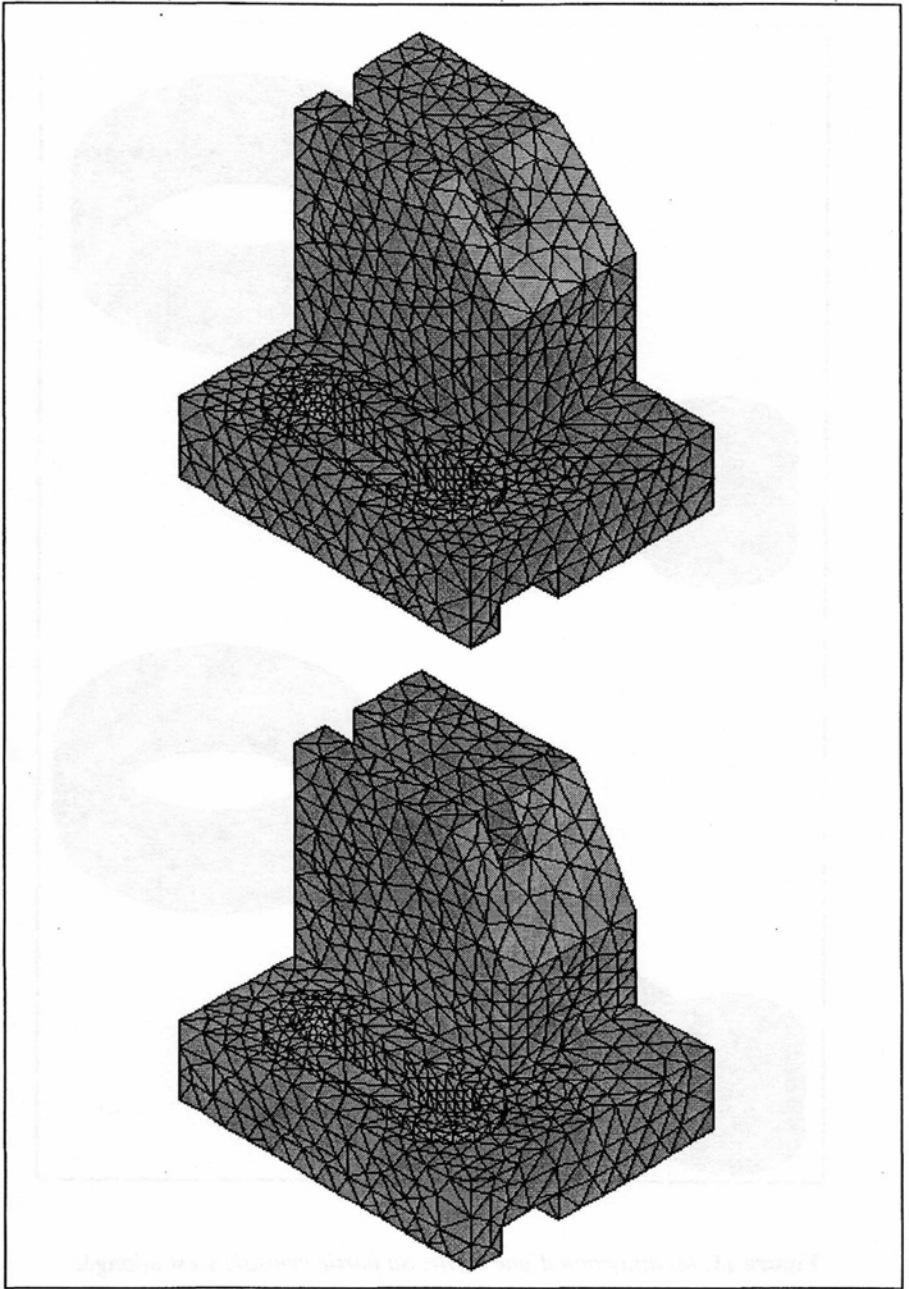
	<b>Guide</b>	<b>Socle d'éjecteur</b>
Valeurs entrées par l'utilisateur	Eng=10 $\epsilon=0.9$	Eng=15 $\epsilon=1$
Nombre de nœuds	3079	4002
Nombre de triangles	3794	4874
Nombre de tétraèdres	11716	15453
Qualité minimum de mailles	0.24	0.14
Qualité maximum de mailles	1	1
Qualité moyenne de mailles	0.85	0.84
Respect de la carte de taille [CUI 98]	16.2%	10.5%
CPU maillage initial	785	1356
CPU remaillage	336	137

**Figure 10.** *Tableau 2 de résultats. (stratégie 2 de remaillage)*

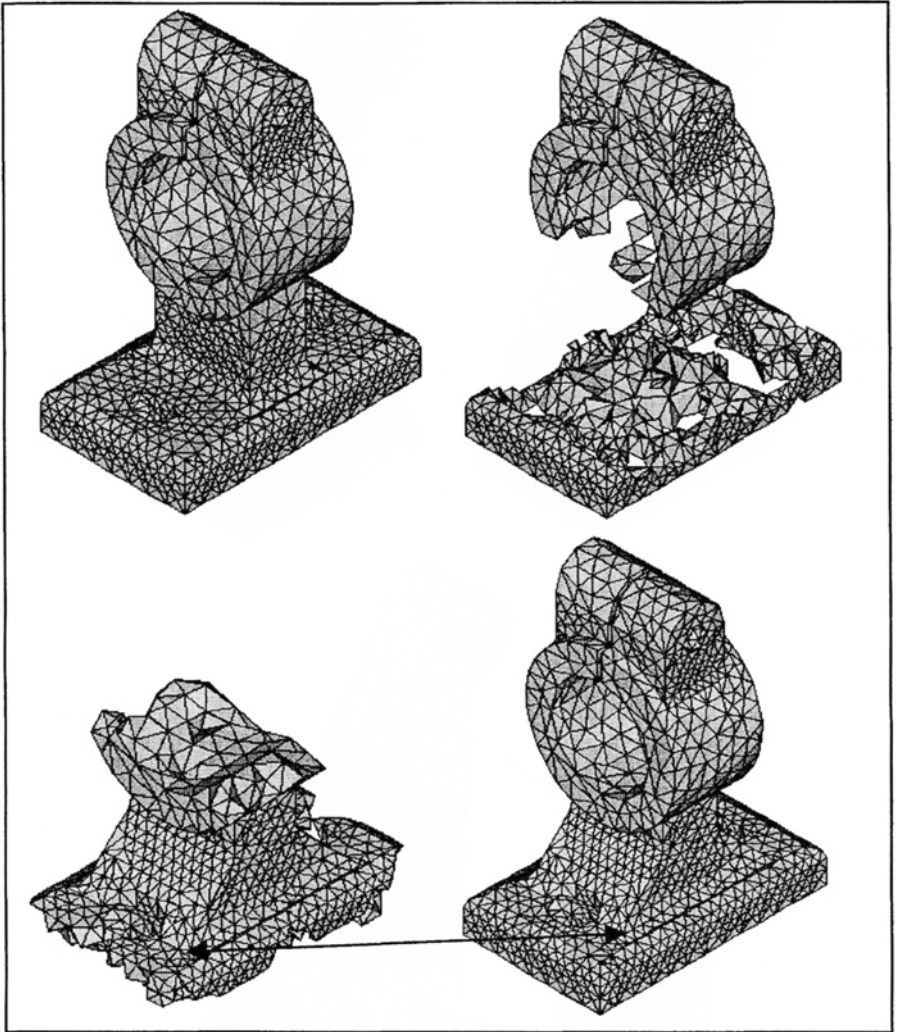




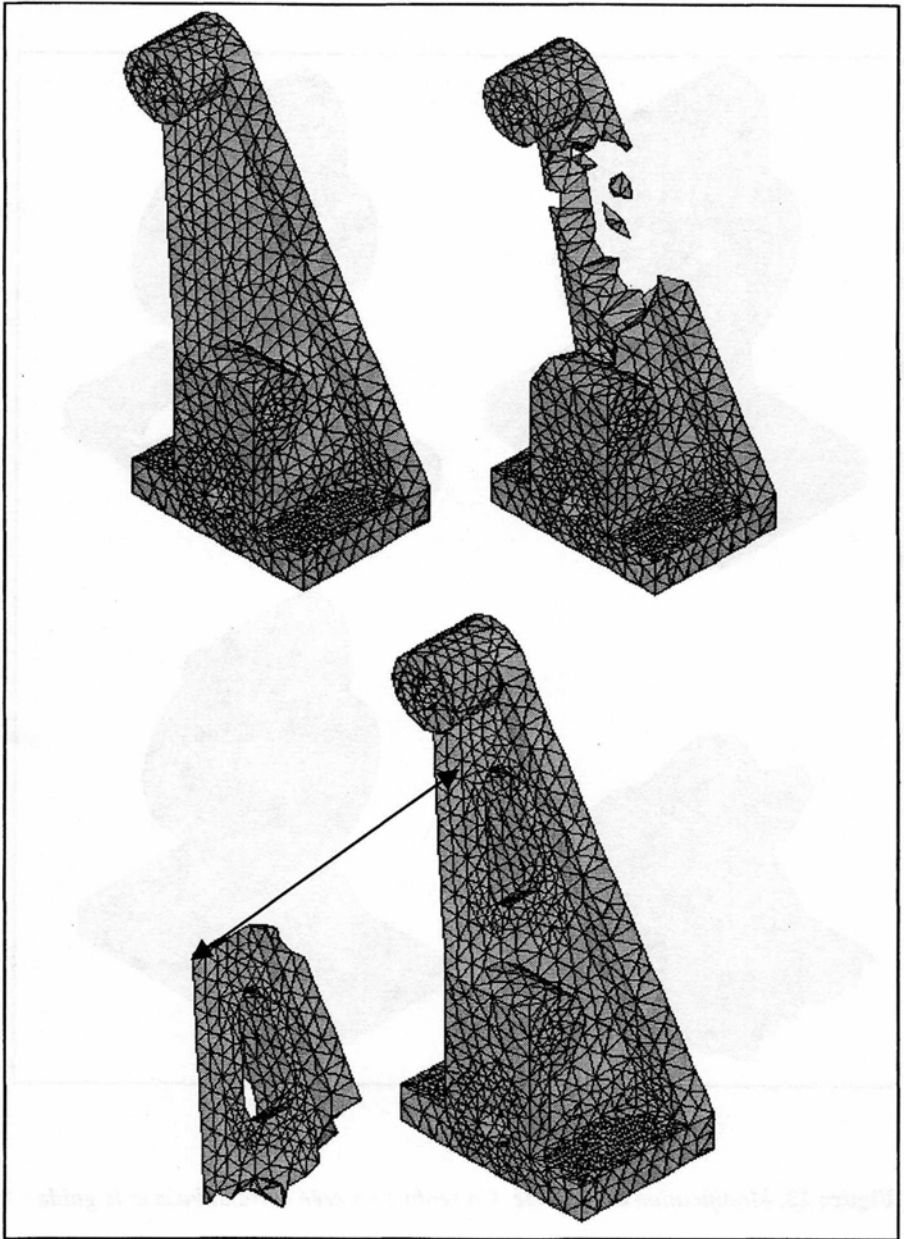
**Figure 11.** *Modification d'une bielle. Sa partie centrale s'est allongée*



**Figure 12.** *Modification d'un appui de porte. Variation de l'angle d'inclinaison du plan incliné*



**Figure 13.** *Modification d'un guide. Un renfort est créé entre la base et le guide*



**Figure 14.** *Modification d'un socle d'éjecteur. Une poche est créée à l'intérieur du renfort du socle.*

## 7. Conclusion

Les résultats présentés montrent l'efficacité et le potentiel des méthodes proposées. D'une part, le principe de pré-optimisation de maillage fondé sur l'erreur de facettisation du modèle solide fonctionne correctement et permet d'approcher au mieux la géométrie du modèle. D'autre part, deux procédures de remaillage originales appliquées à la modification de modèles sont fonctionnelles et robustes. La première, applicable uniquement dans les cas de modification de nature géométrique du modèle, permet d'effectuer un remaillage complet de pièces tridimensionnelles comportant plusieurs dizaines de milliers de mailles en quelques secondes sur plate-forme de type PC. La seconde, plus générale, permet de résoudre tous les problèmes de remaillage avec une efficacité dépendante du nombre et de l'importance des modifications, ce qui est était *a priori* tout à fait prévisible compte tenu de l'approche utilisée. Dans un cas comme dans l'autre, les gains de temps peuvent être considérables, en particulier dans le cas de maillages présentant un fort degré de raffinement.

L'implémentation de ces procédures au sein d'une plate-forme intégrée CAO/FAO industrielle, ouvre des perspectives très intéressantes pour l'ingénieur dans le domaine de la conception. Elle est en effet susceptible de permettre la remise en cause et l'analyse de solutions de conception d'une manière beaucoup plus rapide et efficace.

## 8. Bibliographie

- [CHA 89] CHAE S. W., BATHE K. J., « On automatic mesh construction and mesh refinement in finite element analysis », *Computers & Structures*, Vol 32, p. 911-936, 1989.
- [COU 91] COUPEZ T., « Grandes transformations et remaillage automatique », Thèse ENSMP, Paris, 1991.
- [CUI 93] CUILLIÈRE J. C. « Pré-optimisation de maillages automatiques tridimensionnels pour les méthodes numériques application à l'ingénierie simultanée », Thèse, Institut National Polytechnique de Lorraine - INPL - décembre 1993.
- [CUI 97] CUILLIÈRE J. C. « A direct method for the automatic discretization of 3D parametric curves », *Computer-Aided Design*, Vol 29, p. 639-647, 1997.
- [CUI 98] CUILLIÈRE J. C. « An adaptive method for the automatic triangulation of 3D parametric surfaces », *Computer-Aided Design*, Vol 30, p. 139-149, 1998.
- [DOC 76] DO CARMO M. P. « Differential geometry of curves and surfaces » *Prentice-Hall, Englewood Cliffs*, New Jersey, 1976.
- [FIL 86] FILIP D., MAGEDSON R., MARKOT R. « Surface algorithms using bounds on derivatives », *Computer aided geometric design*, Vol 3, p. 295-311, 1986.

- [FRA 97] FRANCOIS V., CUILIERE J. C., GUEURY M. « Méthodes de remaillage automatique appliquées à la modification de modèles », *Revue internationale de CFAO et d'informatique graphique*, Vol 12, N° 5, p. 531-552, 1997.
- [FRA 98-1] FRANCOIS V., CUILIERE J. C., GUEURY M. « Automatic Meshing and Remeshing in the Simultaneous Engineering Context », A paraître dans *Research in Engineering Design*.
- [FRA 98-2] FRANCOIS V. « Méthodes de maillage et de remaillage automatiques appliquées à la modification de modèle dans le contexte de l'ingénierie simultanée », Thèse Université Henri Poincaré, Nancy 1, 1998.
- [GEO 90] GEORGE P. L. *Génération automatique de maillages. Applications aux méthodes d'éléments finis*, Collection RMA, n° 16, Ed. Masson, Paris, 1990.
- [GEO 93] GEORGE P. L., HENOT F., BRIERE DE L'ISLE E. « Optimisation de maillages tétraédriques », *StruCome 93*, Paris, p. 317-329, 1993.
- [GEO 97 ] GEORGE P. L., BOURACHAKI H. *Triangulation de Delaunay et maillage ; applications aux éléments finis*, Ed. Hermes, 1997.
- [LEE 98] LEE C. K., HOBBS R. E. « Automatic adaptive finite element mesh generation over B-spline surfaces », *Computers and Structures*, 69, p. 577-608, 1998.
- [LOH 88] LOHNER R., PARIKH P. « Generation of three-dimensional unstructured grids by the advancing-front method. » *Int J. Num. Meth. Fluids*, Vol 8, p. 1135-1149, 1988.
- [MOL 95] MOLLER P., HANSBO P. « On advancing front mesh generation in three dimensions », *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol 38, p. 3551-3569, 1995.
- [MOR 85] MORTENSON M. E., *Geometric modeling*, John Wiley & Sons, New York, 1985.
- [PER 88] PERRAIRE J., PEIRO J., FORMAGGIA F., MORGAN K., ZIENKIEWICZ O. C., « Finite element euler computations in three dimensions », *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol 26, p. 2135-2159, 1988.
- [PRE 75] PRENTER P. M., *Spline and variational methods*, Edition Wiley, 1989. Version originale 1975.
- [RAS 95] RASSINEUX A., « Maillage automatique tridimensionnel par une méthode frontale pour la méthode des éléments finis », Thèse Université Henri Poincaré, Nancy I, janvier 1995.
- [RAS 97] RASSINEUX A., « 3D mesh adaptation. Optimisation of tetrahedral meshes by advancing front technique. » *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 141 p. 335-354, 1997.
- [REQ 83] REQUICHA A. A. G., VOELKER H. B., « Solid modeling : current status and research directions », *IEEE Comput. Graph. Appl.*, Vol 3 N° 7 p. 25-37, 1983.
- [TRI 98] TRISTANO, J. R., STEVEN J. O, SCOTT A. C. « Advancing front surface mesh generation in parametric space using a riemannian surface definition » *Proceedings 7th International Meshing Roundtable*, Dearborn, MI, octobre 1998.