# **Orientation optimale des fibres dans les plaques composites multicouches**

Jérôme Coloos \* — Mariusz Pyrz \*\* — Tanguy Messager \*\*\*

\* Laboratoire de Génie Mécanique et Matériaux, IUP Lorient 2 rue Coat St Haouen, F-56325 Lorient cedex Jerome.Coloos@univ-ubs.fr

\*\* Laboratoire de Mécanique de Lille, URA CNRS 1441 Boulevard Paul Langevin, F-59655 Villeneuve d'Ascq cedex Mariusz.Pyrz@eudil.fr

\*\*\* Laboratoire Mécanique et Matériaux, EA 940 Université de Bretagne Occidentale 6 avenue Le Gorgeu, BP 809, F-29285 Brest cedex

Tanguy.Messager@univ-brest.fr

RÉSUMÉ. La détermination d'un champ optimal de l'orientation des fibres dans un pli de matériau composite est présentée pour un critère de rigidité maximale. Une méthode d'optimisation basée sur les algorithmes génétiques est couplée au code de calcul par éléments finis. Les applications numériques sont effectuées sur des plaques carrées sollicitées en flexion et membrane.

ABSTRACT. Determination of the optimal fibers' orientation in a ply of a laminated plate is presented to attain a maximal strength criteria. The optimization method couples genetic algorithms approach with the finite element method. In-plane loaded plates and square plates subjected to bending are optimized in numerical examples.

MOTS-CLÉS : optimisation, matériaux composites, orientation des fibres, algorithmes génétiques.

KEY WORDS: optimization, composites, fiber orientation, genetic algorithms.

### 1. Introduction

Le couplage d'une méthode éléments finis avec un algorithme d'optimisation est devenu une chose courante en conception mécanique et permet une adaptation des performances de la structure aux besoins d'un problème particulier. Les matériaux multicouches sont constitués d'un empilement de plis de nature différente. Ces plis sont formés de fibres enrobées par une matrice. Les structures composites offrent un large choix de variables d'optimisation : l'épaisseur des plis, l'orientation et la nature des fibres, le matériau de la matrice, la forme géométrique même de la structure. De plus, des procédés magnétiques et chimiques utilisés pour diriger les fibres dans la résine permettent désormais d'élaborer des structures composites plus complexes. Ces technologies modernes sont, en particulier, employées dans les domaines des matériaux à fibres courtes ou courbes. Certaines applications industrielles existent déjà dans le domaine de la tuyauterie plastique par exemple. L'optimisation de l'orientation locale des fibres dans un pli peut devenir dès lors intéressante pour le concepteur souhaitant améliorer les performances mécaniques et concevoir les matériaux les mieux adaptés à un problème technique particulier.

Les approches les plus nombreuses en optimisation de matériaux composites laminés portent sur l'empilement optimal des couches. De nombreux travaux concernent aussi la meilleure configuration des fibres. Un exemple d'étude de l'orientation optimale des fibres portant sur des plaques sollicitées en membrane a été présenté par Hammer [HAM 95]. L'optimisation, qui maximise la densité d'énergie de déformation par une méthode linéaire séquentielle, intervient sur les paramètres de lamination contenant indirectement l'information sur les orientations des plis dans la structure. On note également une étude de l'orientation des fibres contre le flambage [BAN 95] où les forces critiques du flambage sont maximisées dans le cas de plaques en cisaillement. [CIN 97] a appliqué la programmation quadratique pour déterminer l'orientation des angles dans une plaque afin de maximiser la première fréquence de vibration. [LEK 95] propose les orientations optimales des axes principaux dans des plaques composites vibrantes en matériaux viscoélastiques en utilisant des critères de minimisation de la flexibilité dynamique ou de la minimisation des déplacements. [KAS 97] a utilisé la programmation quadratique séquentielle pour minimiser le poids d'un laminé par changement de l'orientation des fibres modélisées avec des courbes et surfaces de Bézier, tout en satisfaisant aux limitations sur le critère de rupture.

Les paramètres de conception des structures laminées demandent d'habitude l'utilisation des variables discrètes telles que l'orientation des plis ou la nature des matériaux. Une possibilité est l'application des procédures de recherche stochastique inspirées de la biologie telles que les algorithmes génétiques qui font actuellement l'objet d'un intérêt croissant des chercheurs dans des domaines variés.

Les algorithmes génétiques (AG), introduits par Holland en 1975 [HOL 75] et popularisés par Goldberg [GOL 94] ont montré dans de nombreuses études leur efficacité et leur souplesse d'utilisation. De plus, ils sont particulièrement adaptés aux problèmes d'optimisation discrète. Parmi les nombreux travaux utilisant les AG dans l'optimisation des matériaux composites, on peut citer notamment, [MAR 95] sur l'optimisation de l'amortissement de poutres en matériau viscoélastique contraint, [KOG 94], [RIC 93] et [HAF 92] sur la rupture et le flambage de plaques stratifiées ainsi que [TOS 95] sur l'optimisation de tissage de composites 3D.

Ce travail présente une approche pour déterminer la configuration optimale des orientations des fibres sur un pli quand l'angle d'orientation n'est plus constant (figure 1). Le champ des orientations des fibres dans le n<sup>ième</sup> pli est noté  $\theta_n = \theta_n(x,y)$ . Pour un stratifié isotrope transverse habituel,  $\theta_n$  est constant dans le plan du pli n. Les exemples numériques effectués ci-après montrent que le changement d'orientation des fibres dans un stratifié peut considérablement améliorer les performances mécaniques telles que la rigidité et la limite de rupture ou de flambage.



Figure 1. Exemple de pli d'un stratifié conventionnel et à variation d'orientations

Dans les exemples numériques, on étudiera des orientations locales de fibres à  $0^{\circ}$ ,  $\pm 45^{\circ}$  et 90° sur une structure composée d'une seule couche. Cette première approche permet de limiter le nombre de variables et facilite l'interprétation et la lisibilité des résultats. Les applications présentées consistent à réduire le déplacement de la plaque ou son énergie de déformation totale lorsqu'elle est soumise à des sollicitations de flexion ou de membrane. L'extension de l'étude à plusieurs plis et des orientations variées peut être envisagée dans les applications futures.

## 2. Orientation optimale des fibres

# 2.1. Modélisation des plaques composites par la MEF

Le modèle utilisé repose sur une formulation numérique basée sur le modèle de Mindlin-Timoshenko pour les plaques composites multicouches avec prise en compte des déformations de cisaillement. Le champ de déplacements est défini par :

 $U(x, y, z) = u(x, y) + z\beta_{X}(x, y)$   $V(x, y, z) = v(x, y) + z\beta_{Y}(x, y)$  W(x, y, z) = w(x, y) W(x, y, z) = w(x, y)  $O`U,V,W \text{ sont les déplacements d'un point M quelconque de la plaque, u, v, w sont les déplacements de la surface moyenne, <math>\beta_{X}$  et  $\beta_{Y}$ sont les rotations de la surface moyenne.

### 814 Revue européenne des éléments finis. Volume 7 – n° 7/1998

On limitera l'étude aux *fibres isotropes transverses* (dont le comportement est identique par rotation autour d'un axe particulier), ainsi qu'aux *stratifiés symétriques*. Ceci permet de découpler les comportements de membrane et de flexion. Le développement matriciel à partir d'un modèle variationnel en déplacement peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{bmatrix} K_{fl} \end{bmatrix} \{ U_{fl} \} = \{ F_{fl} \}$$
 avec 
$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix}$$
 les matrices de rigidité de flexion et membrane,  
$$\{ F \}$$
 les sollicitations nodales de flexion et membrane,  
$$\{ U_{m} \} = \{ F_{m} \}$$
 
$$\begin{cases} U_{m} \} = \{ F_{m} \}$$
 
$$\begin{cases} U_{m} \} = \{ F_{m} \} \end{cases}$$

Les éléments plaques utilisés sont calculés de la même façon que les éléments de flexion Q4 $\gamma$  et de membrane Q4 [BAT90] mais en intégrant les comportements composites multicouches.

La discrétisation appliquée divise la plaque en éléments finis rectangulaires de longueur Lx et de largeur Ly. Chaque élément est composé dans son épaisseur de N plis en matériau isotrope transverse. Les fibres du pli i sont orientées d'un angle  $\theta_{i,j}$ où j représente le numéro de l'élément. Dans cette étude, les angles  $\theta_{i,j}$  peuvent avoir les valeurs 0°, +45°, -45° ou 90° suivant l'orientation moyenne des fibres dans la zone où est défini l'élément j. Ainsi, la description de la plaque dépend d'un nombre fini de Lx\*Ly\*N paramètres qui peuvent avoir un nombre fini de valeurs (ici 4).



Figure 2. Exemple de discrétisation 6×6 d'un pli

# 2.2. Formulation du problème d'optimisation

Le problème d'optimisation consiste à déterminer le champ des orientations des fibres dans chacun des N plis de la plaque multicouche afin d'améliorer les performances mécaniques de la structure. Le changement d'orientation des fibres a pour objectif de maximiser une mesure de la performance qu'on notera F.

La formulation générale du problème peut se résumer alors sous la forme :

Trouver les  $\theta_{i,j}$  (i=1..N, j=1..M) tels que :  $F(\theta_{i,j})$  soit maximale avec  $H_k(\theta_{i,j}) \le 0$  k=1....K

où l'orientation des fibres dans le j<sup>ième</sup> élément du i<sup>ième</sup> pli est noté  $\theta_{i,j}$ , M étant le nombre d'éléments du maillage. H<sub>k</sub> sont des contraintes du problème, comme par exemple des équations d'équilibres, des conditions de rupture, des conditions sur la nature des orientations possibles. On peut également considérer des limitations imposées par le processus technologique de fabrication et les contraintes liées au coût de la réalisation.

# 2.3. Optimisation par les AG

Les AG simulent l'adaptation d'un ensemble de solutions par rapport au problème traité, de la manière dont évoluent des organismes biologiques dans leur environnement naturel au fil des générations. Les AG sont naturellement adaptés à la résolution des problèmes discrets de maximisation sans contrainte.

Une solution potentielle du problème d'optimisation est codée sous forme d'une chaîne, appelée chromosome, contenant l'information sur les variables d'optimisation. L'initialisation de la procédure consiste en la création aléatoire d'une population initiale de chromosomes.

Le cycle itératif d'un algorithme génétique classique se décompose comme suit :

Evaluation de l'adaptation des individus : à chaque individu est associée une valeur d'adaptation traduisant sa performance par rapport à l'objectif de l'optimisation.

Sélection des individus : cette étape sert à choisir les individus les mieux adaptés qui serviront de parents à la prochaine génération.

Croisement : c'est le mécanisme d'hybridation qui permet la production de chromosomes enfants par un brassage de matériaux génétiques des couples de parents.

*Mutation* : c'est une altération aléatoire des chromosomes d'un individu afin d'introduire de la diversité et d'échapper à une convergence prématurée vers un maximum local de l'espace de recherche.

Succession de la génération : ceci signifie la mort de la génération des parents, remplacée par celle de leurs enfants pour continuer le cycle évolutionnaire.

Ce cycle est répété jusqu'à ce qu'une solution satisfaisante soit trouvée.

Les détails et les exemples d'application des AG peuvent être trouvés, par exemple, dans [GOL 94] et [DAV 91].

### 816 Revue européenne des éléments finis. Volume 7 – n° 7/1998

Une étude préalable de l'influence des opérateurs de l'AG sur la rapidité de convergence des exemples numériques traités ici a permis de retenir les paramètres suivants. On retrouve en grande partie les valeurs préconisées par [GOL 94] :

Taille de la population	20
Nombre de générations calculé	500
Type de sélection	tournoi
Type de succession	élitiste
Types de croisement	1X, 2X, RX, CPA
Probabilité de croisement	0.8
Probabilité de mutation	0.006

# 2.4. Codage

Le codage binaire de chaque orientation  $\theta_{i,j}$  demande dans notre cas 2 bits (pour coder les 4 orientations possibles). La représentation de la plaque sera obtenue par concaténation de toutes les variables d'optimisation. Le chromosome représentant la structure entière aura donc pour longueur  $2 \times N \times M$  bits où M est le nombre d'éléments et N, le nombre de plis. La cardinalité du problème est égale à  $4^{N \times M}$ . Un exemple de codage d'un pli est présenté en figures 3 et 4.

Dans certains cas, en raison de symétries de la structure et du chargement, on peut diminuer largement la cardinalité du problème et l'espace de recherche.

Allèles	Orientation
00	0°
01	+45°
10	-45°
11	90°



**Figure 3.** *Table de traduction binaire-orientation* 

**Figure 4.** Exemple de codage d'un pli sur une plaque 3×3 sous forme d'un chromosome

# 2.5. Interface MEF-AG

L'algorithme génétique créé a été couplé à un code de calcul par la méthode des éléments finis (MEF). Ce programme permet une analyse élastostatique de plaques multicouches chargées de fibres isotropes transverses sollicitées en membrane et en flexion. Le choix d'un maillage en éléments rectangulaires permet de simplifier le calcul des matrices de rigidité : celles-ci ne dépendent plus de la position des éléments dans l'espace réel et il n'y a donc plus que 4 matrices élémentaires possibles (pour des fibres à 0°, 90°, -45°, +45°). Afin de rendre les calculs plus rapides, le vecteur de sollicitation est calculé avant d'entrer dans la boucle d'optimisation.

# 3. Exemples numériques

Dans cette approche, on suppose que le matériau travaille dans les limites de l'élasticité, et on ne considère pas les phénomènes de flambage ou de rupture. Une structure composée d'une seule couche (N = 1) est étudiée. Un maillage de 10x10 éléments est appliqué.

Selon que le problème est en sollicitation de membrane ou de flexion, différentes fonctions objectif seront étudiées.

Problème étudié	Sollicitation	Critère à minimiser			
Elevion d'une plaque	Force ponctuelle au centre	Flèche au centre W			
carrée encastrée	Force surfacique répartie	Flèche au centre W			
	sur la plaque	Energie de déformation E			
Compression d'une	Compression bi-axiale	Déplacement au coin D			
plaque appuyée	linéique	Energie de déformation E			

Pour les cas étudiés, les symétries de la plaque et du chargement permettent de réduire la modélisation et l'étude à un quart de la structure. De plus, seule l'orientation de la moitié des éléments est nécessaire pour décrire le problème en raison de la symétrie par rapport à la diagonale. On prendra des éléments carrés. La symétrie par rapport à la diagonale impose aussi que les éléments situés sur la diagonale ne peuvent prendre que 2 valeurs, +45° ou -45°. La diminution du nombre de paramètres permet de réduire énormément l'espace de recherche. Ainsi pour une plaque entière maillée en 10×10, on réduit la cardinalité de 4<sup>100</sup> à 2<sup>5</sup>×4<sup>10</sup>.

Dans tous les calculs suivants, on considère une plaque carrée de 100 mm de côté. L'épaisseur de la plaque est de 1 mm. Le matériau composite qui compose le pli possède les caractéristiques suivantes :

Module de Young longitudinal	$E_1 = 210000 \text{ MPa}$
Module de Young transversal	$E_2 = 100000 \text{ MPa}$
Module de cisaillement longitudinal	$G_{12} = 69000 \text{ MPa}$
Module de cisaillement transversal	$G_{23} = 69000 \text{ MPa}$
Coefficient de Poisson	v = 0.3
Epaisseur du pli	h = 1 mm

L'ensemble des calculs a été réalisé sur stations de travail DEC Alpha. Outre les meilleures solutions, les pires solutions obtenues par l'inversion du critère d'optimisation seront présentées.

## 3.1. Plaque encastrée sollicitée en flexion

## 3.1.1. Configuration des fibres pour le chargement ponctuel

La plaque encastrée sur ses quatre côtés est soumise à une force ponctuelle verticale P = 4 N appliquée au centre. La flèche au centre W de la plaque est à minimiser et la fonction d'adaptation F à maximiser prend la forme F = -IWI.

Les calculs ont été effectués pour une discrétisation de  $10 \times 10$  éléments pour le quart de plaque. La configuration optimale est représentée en figure 5.



				_											_			_
					÷	÷	÷	ŝ	ĩ	ï	÷	7		7				
				•	٠	٠	٠	٠	٠	,	٠							
	•		•			•		٠	٠		٠		٠					
							۔		-	~	~	•						
٠				,	1	٠		-	-	~	~	Ś	~					
٠	•			-	2	2	~	ù,		-4	~	Ś	Ň					
				,	2	2	¥	ū.	÷	÷	÷.	ś	v	ŵ				
•	•			÷	1	4	4	÷.	ч	s	1	4	ń	ĉ				-
				÷.	ì	4	4	x	Y	α		4	Ť	i				•
			5	÷	ń	4	خ	v	4	24	4	÷	,	,			÷	•
				÷	÷	ś	÷	-22	-	5		5	2					•
				÷	×	~	-			1		2	2	2	4			
	2	2	2	2	3	2	2	2	2			5	2	2	2	2	2	4
	2		2			2	1	2		2	ú	1	1	2	1	2	2	
÷	÷		÷		÷		÷	÷			4	÷	÷	÷	1	÷	÷	4
	2		÷	-	2	2	1	2	1	2	1	2	2	2	2		2	
		2	2		2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2			÷.
		2		1	÷		1	2	1	2	÷	2	2	2		2		
					-	-	-			2	-					-	1	_
									•		•	-	-	-	-			

**Figure 5.** Orientation optimale des fibres dans la plaque encastrée

Figure 6. Directions des contraintes principales dans une plaque isotrope

La flèche W correspondante est de  $1,3756 \times 10^{-2}$  mm. On observe un gain de 20,1 % par rapport à la même plaque dont les fibres sont toutes orientées à 0°.

En figure 6, on présente les directions des contraintes principales lors de la même sollicitation de flexion calculée sur une plaque encastrée en matériau isotrope. Puisque le module d'élasticité longitudinale du matériau composite est supérieur à celui d'élasticité transversale, l'orientation des fibres se fait dans le sens des directions principales de traction-compression de la plaque. Une telle propriété, déjà largement utilisée dans la conception de structures renforcées, peut s'avérer intéressante dans les applications capables d'utiliser la connaissance physique du phénomène. Un calcul mécanique préliminaire sur une structure identique en matériau isotrope pourrait permettre d'accélérer la convergence. La population initiale pourrait par exemple contenir un ou plusieurs individus correspondant à cette configuration.

A partir de la même étude, on détermine la pire des solutions possibles afin de noter les différences importantes avec la meilleure solution. Cette fois, la fonction d'adaptation à maximiser est F = IWI. Celle-ci présente une flèche au centre  $W = 2,1191 \times 10^{-2}$  mm soit une perte de 22,1 % par rapport à un pli orienté à 0°. L'orientation des fibres est présentée en figure 7. Par rapport à la meilleure solution, on remarque que les fibres sont orientées perpendiculairement.

Une étude supplémentaire a été faite dans l'objectif de voir l'influence du rapport entre les modules d'élasticités longitudinale et transversale. Le calcul est effectué pour un composite avec  $E_2 \approx 0$  MPa. La solution optimale (figure 8) présente une flèche W = 1,6826 × 10<sup>-2</sup> mm soit un gain de 89 % par rapport à un pli à 0°.

Cette solution ressemble fortement à celle où  $E_2 = 100\ 000\ MPa$ . L'orientation des fibres pour ce cas de charge semble donc être peu dépendante du rapport  $E_1/E_2$  de la fibre.



Figure 7. Pire solution pour la plaque encastrée en flexion

**Figure 8.** Orientation optimale des fibres pour  $E_2 = 0$ 

# 3.1.2. Orientation optimale pour un chargement surfacique

La meilleure orientation des fibres est cherchée pour la même plaque chargée par une sollicitation surfacique uniformément répartie d'intensité  $4 \times 10^4$  N/mm<sup>2</sup>. Deux critères seront étudiés : celui de la flèche minimale au centre et celui de l'énergie de déformation minimale. Le calcul de l'énergie de déformation est effectué dans le code par la MEF à partir du vecteur complet de sollicitations {F} et de déplacements {U} sous la forme E = {U}<sup>T</sup>{F}/2.

La minimisation du déplacement central réduit la flèche à W = 3,0304 mm soit un gain de 12,5 % par rapport au pli à 0°. La minimisation de l'énergie de déformation globale réduit l'énergie à E =  $4,6215 \times 10^{-4}$  N.mm soit un gain de 5,4 % par rapport au pli à 0°. Ces configurations sont présentées en figure 9.



Figure 9. Résultats pour un chargement de flexion réparti sur une plaque encastrée

Pour un critère de minimisation de la flèche au centre, on obtient l'allure similaire de l'orientation optimale pour le chargement au centre ou uniformément réparti sur la plaque. Le critère d'énergie de déformation donne une solution fortement similaire bien que plus régulière.

# 3.2. Plaque en compression bi-axiale

Le problème d'optimisation consiste à déterminer l'orientation des fibres dans la plaque soumise à une force linéique de compression d'intensité 100 N/mm<sup>2</sup> appliquée sur ses quatre côtés. Deux critères sont étudiés : le déplacement D des coins de la plaque est à minimiser ainsi que l'énergie de déformation de la plaque.

La configuration optimale pour le premier critère est représentée en figure 10. Le déplacement du coin D correspondant est de  $2,8577 \times 10^{-2}$  mm. On observe un gain de 60,9 % par rapport à la même plaque dont les fibres sont toutes orientées à 0°.

Pour déterminer la pire solution possible, la fonction d'adaptation à maximiser est F = |D|. On aboutit à un déplacement au coin D = 5,3706 × 10<sup>-2</sup> mm soit une perte de 14,4 % par rapport à un pli orienté à 0°. L'orientation des fibres est présentée en figure 11. Cette solution est exactement l'inverse (orientations perpendiculaires) de la meilleure solution pour le même cas de charge.





**Figure 10.** Orientation optimale en compression pour un critère de déplacement

Figure 11. Pire solution en compression

Pour un composite ayant un module  $E_2 \approx 0$  MPa, la solution optimale (figure 12) présente un déplacement du coin D =  $8,0885 \times 10^{-2}$  mm soit un gain quasi infini par rapport à un pli à 0°. Cette solution se rapproche de la solution intuitive. En effet, afin de compenser la faible valeur du module  $E_2$  et en raison de la symétrie du chargement, on pouvait penser que la solution ressemblerait à un tissu composé de fibres croisées à ±45°.





**Figure 12.** Orientation optimale des fibres pour  $E_2 = 0$ 

**Figure 13.** Orientation pour un critère d'énergie

En utilisant un critère d'énergie de déformation, la solution aboutit à une énergie minimale E = 132,56 N.mm soit un gain de 12,25 % par rapport au pli à 0°. L'orientation obtenue (figure 13) est entièrement différente de celle du déplacement minimal.

# 4. Performances numériques

Dans tous les calculs précédents, l'évolution a commencé à se « stabiliser » à partir de la  $60^{e}$  génération environ. Par contre, on remarque que la configuration optimale quant à elle apparaît, en moyenne, au-delà de la  $120^{e}$  génération. Différents opérateurs de croisement (2X, RX et CPA) et un passage de génération non élitiste ont fait apparaître de légères différences sur la nature de la convergence, mais pas sur la solution obtenue.

Pour vérifier la consistance et la reproductibilité des résultats, les meilleures configurations obtenues après 100 générations ont été comparées sur 20 calculs (limités à des maillages 5×5 pour des raisons de temps de calculs).

	Fonction d'adaptation	Meilleure performance	]
Plaque encastrée		$-1,356 \times 10^{-2}$	Moyenne
Sollicitée en flexion	$\mathbf{F} = - \mathbf{W} $	$8,1 \times 10^{-5}$	Ecart moyen
		$1,184 \times 10^{-4}$	Ecart type
Plaque simplement		$-2,89 \times 10^{-2}$	Moyenne
Supportée en compression	$\mathbf{F} = - \mathbf{D} $	$1,55 \times 10^{-4}$	Ecart moyen
bi-axiale		$2,51 \times 10^{-4}$	Ecart type

On remarque dans un premier temps que les meilleurs résultats sont reproduits dans tous les calculs. Les différentes meilleures configurations s'expliquent par la présence d'optima locaux. On retrouve ainsi plusieurs configurations différentes correspondant à la même valeur de la fonction d'adaptation. En particulier, la nature des orientations de fibres situées sur les coins influence peu le comportement mécanique. Le choix de la meilleure configuration peut alors être poursuivi par l'utilisation d'autres critères tel que la faisabilité.

Le temps approximatif nécessaire pour analyser une plaque (maillage  $10 \times 10$ ) sur une station DEC Alpha est de l'ordre de 0,1 s en flexion et 0,04 s en membrane. Dans le calcul sur la plaque encastrée sollicitée en flexion, par exemple, l'individu optimal apparaît à la 122<sup>e</sup> génération, soit après 244 s de calcul. Dans le cas de la compression bi-axiale, la configuration optimale qui apparaît à la 190<sup>e</sup> génération, est obtenue après 150 s de calcul.

#### 822 Revue européenne des éléments finis. Volume 7 – n° 7/1998

# 5. Conclusion

Les plaques optimisées présentent un gain appréciable de rigidité. Le déplacement du point d'application de la force sur la plaque encastrée, par exemple, est réduit de 20 %, celui des coins en compression bi-axiale est réduit de 60 %. Seul  $2 \times 10^{-28}$  % de l'espace de recherche a été exploré par l'AG pour trouver la structure optimale maillée en 10×10. Ceci aboutit à des temps de calcul faibles (de l'ordre de 4 à 5 mn maximum). Même si l'obtention de l'optimum global n'est pas garantie par la méthode, les tests de reproductivité effectués ont montré une très bonne cohérence des résultats.

Un développement de cette étude à des structures à plusieurs plis et à géométries complexes est envisageable par une généralisation de l'approche présentée. Il faut pourtant noter que, pour les problèmes de grande taille ou des modélisations du comportement complexes, l'espace de recherche risque de devenir trop vaste et les temps de calculs trop significatifs de par la nature combinatoire des AG. Il pourrait être utile d'effectuer une étude préalable de la sensibilité des différentes zones de la structure afin de restreindre l'optimisation aux endroits les plus influencés par une modification des paramètres.

L'AG manipule une représentation codée des paramètres d'optimisation (ici les orientations) de la structure sans l'information propre à son comportement physique réel attaché. Les opérateurs d'un AG classique sont, eux aussi, « aveugles » par rapport au problème étudié. Une introduction de connaissances et d'informations sur le problème lui-même peut, de fait, s'avérer fort profitable. On peut utiliser, dans le problème présenté, des résultats sur les contraintes principales de la structure en matériaux isotropes pour influencer le calcul en matériaux composites.

Il est aussi important de compléter le choix de la meilleure solution par des critères de fabrication et de faisabilité. Dans une méthode d'optimisation basée sur les AG, il peut s'agir de procédures de réparation afin de modifier certains chromosomes correspondant à des solutions jugées inacceptables ou infaisables. Une autre approche à envisager est l'utilisation des algorithmes évolutifs [MIC 92], [BAC 95] qui travaillent sur une représentation naturelle du problème d'optimisation et lui adaptent les opérateurs qui simulent l'évolution. L'élaboration d'une procédure évolutionniste qui utilise des codages plus représentatifs pour optimiser l'orientation optimale des fibres dans un matériau composite est une perspective fort prometteuse au vu de leurs applications récentes en sciences de l'ingénieur et qui reste à développer par la suite.

## 6. Bibliographie

- [BAC 95] BÄCK T., Evolutionary Algorithms in theory and practice, Oxford Univ. Press, N-York, 1995
- [BAN 95] BANICHUK N.V., BARSUK A.A., SAURIN V.V., « Orientational design for plates optimized against instability », in: N. Olhoff, G.I.N. Rozvany (eds), Proc. of the First World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization, Pergamon, pp. 293-298, 1995.
- [BAT 90] BATOZ J.L., DHATT G., Modélisation des structures par éléments finis, Vol. 2, Edition Hermes, 1990.
- [CIN 97] CINQUINI C., MARIANI, C., « Non-Uniform Optimal Lamination for Generally Orthotropic Laminates », in: : Gutkowski, W., Mroz, Z. (Eds), Proc. of the Second World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization, vol.2, Wydawnictwo Inzynieria, pp. 657-662, 1997.
- [DAV 91] DAVIS L., Handbook of genetic algorithm, Van Nostrand Reinhold, N-York, 1991.
- [GOL 94] GOLDBERG D.E., AG, exploration, optimisation et apprentissage automatique, Addison-Wesley France, 1994.
- [HAF 92] HAFTKA R.T., WALSH J.L., « Stacking-sequence optimization for buckling of laminated plates by integer programming », AIAA J., 30, pp. 814-819, 1992.
- [HAM 95] HAMMER V.B., « Energy and Strength Optimization of Laminates », in: N. Olhoff, G.I.N. Rozvany (Eds), Proc. of the First World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization, Pergamon, pp. 287-292, 1995.
- [HOL 75] HOLLAND J.H., «Adaptation in natural and artificial systems», Ann Arbor, University of Michigan Press, 1975.
- [KAS 97] KASAP I., ORAL, S., « The Effect of Curved Fiber Courses in the Design of Composites Laminates », in: Gutkowski, W., Mroz, Z. (Eds), Proc. of the Second World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization, vol.2, Wydawnictwo Inzynieria, pp. 675-679, 1997.
- [KOG 94] KOGISO N., WATSON L.T., GÜRDAL Z., HAFTKA R.T., «GA with local improvement for composite laminate design », *Struct. Optimization*, 7, pp. 207-218, 1994.
- [LEK 95] LEKSZYCKI T., POGORZELSKI, P., « Optimal Design of Multilayered Viscoelastic Composite Vibrating Plates », in: N. Olhoff, G.I.N. Rozvany (Eds), Proc. of the First World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization, Pergamon, pp. 531-536, 1995.
- [MAR 95] MARCELIN J.L., TROMPETTE P., « Optimization of composite beam structures using a genetic algorithm », *Struct. Opt.* 7, pp. 236-244, 1995.
- [MIC 92] MICHALEWICZ Z., Genetic algorithms + Data structures = Evolution programs, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 1992
- [MIK 82] MIKI M., « Material design of composite laminates with required in-plane elastic properties ». Progress in science and engineering of composites. Hayashi T., Kawata K., Umekawa S. (eds), ICCM-IV, Tokyo, pp. 1725-1731, 1982.

- 824 Revue européenne des éléments finis. Volume 7 n° 7/1998
- [RIC 93] LE RICHE R., HAFTKA R.T., « Optimization of laminate stacking sequence for buckling load maximization by genetic algorithm ». AIAA J., 31, pp. 951-956, 1993.
- [TOS 95] TOSHIHIKO O., ATSUSHI Y., KANEHIRO N., ZENICHIRO M., « Optimum design of weaving structure of 3-D woven fabric composites by using genetic algorithm », *Composite Struct.*, 32, pp. 417-426, 1995.

Article reçu le 25 juin 1997. Version révisée le 15 décembre 1998.