

---

# Identification du comportement rhéologique par analyse inverse

Adinel Gavrus — Elisabeth Massoni — Jean-Loup Chenot

Centre de Mise en Forme des Matériaux  
Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris  
BP 207, F-06904 Sophia Antipolis cedex  
massoni@cemef.cma.fr

---

**RÉSUMÉ.** L'utilisation d'une technique d'analyse inverse est présentée pour analyser des essais rhéologiques. La méthode repose sur une simulation éléments finis, capable de tenir compte de toute la complexité de l'essai, notamment en ce qui concerne les phénomènes d'auto-échauffement et de localisation de la déformation. L'identification des paramètres rhéologiques est alors assurée en résolvant un problème inverse. Le principe est de trouver les coefficients rhéologiques qui rendent optimale la comparaison entre les observations expérimentales et la résolution numérique.

**ABSTRACT.** The use of the inverse method principle for analysing rheological tests is presented. It is based on the finite element simulation, capable of taking into account the whole complexity of the test, especially in terms of self-heating and strain localisation phenomena. The identification of rheological parameters is then ensured by solving an inverse problem. The principle is to find the rheological coefficients which permit one to obtain the optimal comparison between the experimental measurements and the numerical resolution.

**MOTS-CLÉS :** essais rhéologiques, comportement thermo-viscoplastique, éléments finis, mise en forme des matériaux, analyse inverse, identification de paramètres, analyse de sensibilité, différentiation directe.

**KEY WORDS :** rheological tests, thermo-viscoplastic behaviour, finite elements, material forming, inverse analysis, parameter identification, sensitivity analysis, direct differentiation.

---

## 1. Introduction

Les recherches et les développements actuels concernant la simulation numérique et l'optimisation des procédés de mise en forme des matériaux imposent une description de plus en plus précise de l'évolution thermo-mécanique des matériaux pendant l'écoulement ([KOPP 88], [HIRT 89]). C'est la raison pour laquelle les efforts scientifiques se tournent vers l'amélioration des connaissances dans le domaine des lois rhéologiques, thermiques et tribologiques.

On note, plus particulièrement, le besoin en équations de comportement capables de décrire la rhéologie des matériaux dans des conditions proches des conditions réelles : grandes déformations, forte thermo-dépendance, vitesses de déformation élevées. Pour des conditions sévères de déformation, comparables à celles atteintes pour des applications industrielles, les effets thermiques dus à l'auto-échauffement et aux conditions aux limites (maintien en température par chauffage extérieur, échanges thermiques avec les outils, dissipation de chaleur par frottement), compliquent sérieusement l'analyse du comportement. Les méthodes traditionnelles de dépouillement des données expérimentales ([AVE 76], [CIN 92]) sont, dans ce cas, imprécises et limitent le domaine d'analyse. C'est pourquoi, nous proposons dans ce travail une modélisation précise des tests mécaniques (traction, torsion ou traction-torsion) en utilisant la simulation par éléments finis. On obtient ainsi une description plus réaliste des essais, notamment en ce qui concerne la possibilité de prendre en compte les phénomènes d'auto-échauffement et la localisation de la déformation, qui caractérisent les conditions sévères dans lesquelles le comportement doit être étudié.

A partir de cette modélisation nous avons développé une approche de type inverse résultant du couplage entre le modèle de calcul de l'essai et un module d'identification de paramètres. Le principe de l'identification est de déterminer les coefficients de la loi de comportement qui minimiseront une fonction coût, exprimant au sens de moindres carrés, l'écart entre le calcul et l'expérience, [SCH 92], [CAI 93], [GAV 94], [GAV 96]). L'utilisation des algorithmes de minimisation de type gradient nous a amenés à développer un calcul de sensibilité paramétrique, en utilisant la méthode de différentiation analytique des équations discrètes définissant le modèle de simulation ([MAH 94], [GEL 94], [GAV 96]).

## 2. Formulation du problème d'identification

Si le matériau est supposé isotrope et thermo-viscoplastique, une équation minimale, au sens de son aptitude à décrire le comportement rhéologique, s'écrit sous la forme :

$$s = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}(\mathbf{P}, \bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}}, T) \cdot \dot{\bar{\epsilon}}}{\dot{\bar{\epsilon}}} \quad [1]$$

où  $s$  est le tenseur déviateur des contraintes,  $\dot{\epsilon}$  est le tenseur des vitesses de déformation,  $\bar{\sigma}$  est la contrainte équivalente (exprimée à partir du critère de Von-Mises),  $\mathbf{P}$  représente les paramètres scalaires intervenant dans l'expression analytique définissant la variation de la contrainte équivalente,  $\bar{\epsilon}$  la déformation plastique cumulée,  $\dot{\epsilon}$  la vitesse de déformation généralisée et  $T$  la température.

La formulation par éléments finis de l'équilibre mécanique et thermique du matériau pendant l'essai rhéologique permet de tenir compte avec précision de la thermo-dépendance du comportement rhéologique et de l'influence de la puissance dissipée par la déformation plastique. Le couplage thermo-mécanique s'exprime alors suivant un système d'équations discrètes, écrit sous la forme condensée suivante :

$$R(\mathbf{P}, \mathbf{V}, p, T, \mathbf{X}, t) = 0 \quad [2]$$

et faisant intervenir toutes les variables nodales : les vitesses  $\mathbf{V}$ , les pressions  $p$ , les températures  $T$  et les coordonnées géométriques  $\mathbf{X}$ .

En utilisant l'expression du tenseur des contraintes, on obtient les valeurs de grandeurs globales  $M^c$  comme, par exemple, la force de traction et/ou le couple de torsion. D'une manière générale, on exprime ces valeurs sous la forme :

$$M^c = F(\mathbf{P}, \mathbf{V}, p, T, \mathbf{X}, t) \quad [3]$$

D'un point de vue expérimental, ces grandeurs sont accessibles à une mesure directe et précise. On représente donc par  $M^{ex}$  l'ensemble des observations expérimentales. L'objectif est de trouver les coefficients rhéologiques  $\mathbf{P}$  qui rendent le calcul de  $M^c$  le plus proche possible des valeurs mesurées. Le problème d'identification des paramètres ainsi obtenu est résolu automatiquement par la minimisation d'une fonction coût, exprimée sous la forme :

$$Q(\mathbf{P}) = \sum_{i=1}^q b_i [M_i^c(\mathbf{P}) - M_i^{ex}]^2 \quad [4]$$

où  $q$  représente le nombre de points d'acquisition expérimentale et  $b_i$  sont des coefficients de pondération ou d'adimensionalisation.

Le problème d'optimisation est fortement non-linéaire, le matériau subit des grandes déformations et le modèle de calcul utilise un remaillage adaptatif et automatique pour simuler l'essai avec un maillage non dégénéré (c'est, par exemple, le cas de la simulation d'un test de traction). C'est la raison pour laquelle, pour minimiser  $Q$ , nous avons choisi une procédure itérative de type gradient (Gauss-Newton). Ceci nous a amené à développer un calcul de sensibilité paramétrique

définissant les valeurs de  $\frac{dM^c}{d\mathbf{P}}$ . Le point essentiel de notre approche consiste à

utiliser une méthode analytique d'évaluation des sensibilités paramétriques, partant d'une différentiation directe des équations discrètes [2] :

$$\frac{\partial R}{\partial P} + \frac{\partial R}{\partial V} \frac{dV}{dP} + \frac{\partial R}{\partial p} \frac{dp}{dP} + \frac{\partial R}{\partial T} \frac{dT}{dP} + \frac{\partial R}{\partial X} \frac{dX}{dP} = 0 \quad [5]$$

On calcule ainsi les sensibilités paramétriques de toutes les variables discrètes nodales : vitesse, température, pression, coordonnées géométriques. Il est alors possible d'évaluer précisément la sensibilité des grandeurs globales, avec la relation :

$$\frac{dM^c}{dP} = \frac{\partial F}{\partial P} + \frac{\partial F}{\partial V} \frac{dV}{dP} + \frac{\partial F}{\partial p} \frac{dp}{dP} + \frac{\partial F}{\partial T} \frac{dT}{dP} + \frac{\partial F}{\partial X} \frac{dX}{dP} \quad [6]$$

### 3. Analyses numériques

L'étude numérique d'un problème d'identification suppose généralement quatre étapes essentielles. Il faut tout d'abord vérifier que le calcul des dérivées est correct et par conséquent que la précision d'évaluation du gradient de la fonction objectif est satisfaisante. Cette validation du calcul de sensibilité repose sur la comparaison avec des valeurs numériques de dérivées, obtenues par la méthode des différences finies.

Il faut ensuite tester la convergence de l'algorithme vers le même jeu de paramètres en partant de différentes valeurs initiales. On vérifie ainsi qu'il n'existe pas d'accumulation d'erreurs pendant les boucles d'identification et que le problème est bien posé. En tenant compte des principaux éléments qui définissent la procédure d'identification : l'espace expérimental, le modèle de simulation et le module d'identification, on analyse la convergence par rapport aux facteurs d'influence suivants [GAV 96] :

- la configuration de l'espace expérimental (nombre de courbes, donc nombre de conditions opératoires, et nombre de points par courbe),
- le maillage initial de l'éprouvette,
- l'estimation initiale de paramètres,
- l'algorithme de minimisation (influence d'une régularisation de type Tikhonov, Levenberg ou Levenberg-Marquardt).

Il est absolument nécessaire d'étudier la stabilité de l'algorithme d'identification et sa réaction à des données expérimentales faiblement perturbées ou bruitées. Une étude concernant l'influence du nombre de points d'acquisition est dans ce cas très importante.

Il faut enfin valider le calcul d'identification par des comparaisons avec d'autres méthodes de dépouillement ou de calcul de paramètres, dans des situations qui permettent de rendre fiables les approches confrontées.

Une analyse numérique détaillée est présentée dans [GAV 96] pour les essais de torsion, traction et traction-torsion. La loi rhéologique choisie pour l'étude est une loi de type Norton-Hoff :

$$\bar{\sigma} = \sqrt{3} K (\sqrt{3}\bar{\epsilon})^m \quad [7]$$

où  $K$  représente la consistance du matériau et  $m$  la sensibilité à la vitesse de déformation. La consistance est exprimée classiquement sous la forme suivante :

$$K = K_0 (\bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}_0)^n \exp\left(\frac{\beta}{T}\right) \quad [8]$$

où  $n$  représente le coefficient d'écroûissage et  $\beta$  la sensibilité à la température.

Les résultats obtenus montrent que l'algorithme converge en un nombre raisonnable d'itérations, variant entre 6 et 20, même si l'incertitude sur les données mesurées est assez grande (5 % ou 10 % par exemple). Du point de vue de la précision d'identification, on observe que pour un niveau d'erreur expérimentale de 5 %, il nous faut un minimum de 50 points par courbe, afin de rendre minimale la dispersion des valeurs des coefficients identifiés.

On présente dans la suite des résultats numériques concernant le test multiaxial de traction-torsion. Dans ce cas, l'intérêt est de valider le calcul d'identification pour une formulation mixte de la fonction objectif. On propose donc de minimiser la fonction coût suivante :

$$Q(\mathbf{P}) = \frac{\sum_{i=1}^q [C_i^c(\mathbf{P}) - C_i^{ex}]^2}{\sum_{i=1}^q [C_i^{ex}]^2} + \frac{\sum_{i=1}^q [F_i^c(\mathbf{P}) - F_i^{ex}]^2}{\sum_{i=1}^q [F_i^{ex}]^2} \quad [9]$$

Les coefficients rhéologiques à identifier sont définis par  $\mathbf{P} = \{K_0, n, \beta, m\}$ . Un espace expérimental artificiel est obtenu par la simulation éléments finis d'un essai de traction-torsion, avec la superposition de deux sollicitations, une de torsion ( $\dot{N} = 1 \text{ tr/s}$ ,  $\dot{N} = 10 \text{ tr/s}$ ) et une de traction ( $V = 1 \text{ mm/s}$ ,  $V = 10 \text{ mm/s}$ ), partant de deux températures initiales différentes (800°C et 1 000°C). Le tableau 1 synthétise les résultats d'identification obtenus pour deux estimations initiales différentes.

On constate donc une convergence rapide vers les valeurs nominales des coefficients rhéologiques.

Paramètres	Valeurs nominales	Cas 1		Cas 2	
		Valeurs initiales	Valeurs identifiées	Valeurs initiales	Valeurs identifiées
$K_0$	2	5	2,0000	0,1	1,9999
n	0,3	0,05	0,3000	1	0,2999
$\beta$	5 000	7 000	5 000,01	3 000	5 000,00
m	0,2	0,05	0,1999	1	0,2000
Q	0	64,85 %	$0,5 \times 10^{-3}$ %	111,1 %	$0,4 \times 10^{-3}$ %
itérations	-	-	6	-	6

**Tableau 1.** Identification des paramètres partant de deux jeux initiaux de coefficients rhéologiques

En ce qui concerne l'étude de stabilité, on suppose que le niveau d'incertitude sur les mesures des forces et des couples est équivalente. Les identifications correspondant à des perturbations variant entre 1 % et 10 % (tableau 2) montrent que les valeurs des paramètres sont toujours proches de celles qui ont servi à générer l'espace expérimental, même si l'incertitude sur les données mesurées est assez grande (10 % par exemple).

$\epsilon_F = \epsilon_C$	$K_0$ [Mas <sup>m</sup> ]	n	$\beta$ [K]	m	Q/2 [%]	itérations
1 %	1,9883 $\pm 0,0397$	0,2978 $\pm 0,0019$	5002,11 $\pm 22,1132$	0,2010 $\pm 0,0012$	1,03	6
2 %	1,9766 $\pm 0,0788$	0,2955 $\pm 0,0038$	5004,26 $\pm 44,21$	0,2019 $\pm 0,0024$	2,07	6
5 %	1,9414 $\pm 0,1932$	0,2889 $\pm 0,0094$	5011,05 $\pm 110,3856$	0,2048 $\pm 0,0059$	5,14	6
10 %	1,8828 $\pm 0,3741$	0,2781 $\pm 0,0186$	5023,48 $\pm 220,33$	0,2097 $\pm 0,0119$	10,20	6

**Tableau 2.** Résultats d'identification correspondant à cinq niveaux de perturbation aléatoire dans le cas 1

## 4. Applications

### 4.1. Analyse rhéologique d'un essai de torsion d'un acier

On présente ici l'application du modèle d'identification proposé à l'analyse de la rhéologie d'un acier classique de type XC55. Les informations expérimentales utilisées sont les courbes de torsion obtenues dans les conditions décrites dans le tableau 3.

	a	b	c	d
Vitesse de rotation [tr/s]	3,7	0,3	0,3	3,7
Température initiale [°C]	800	850	900	950

**Tableau 3.** Conditions opératoires définissant le test de torsion de l'acier XC55, pour une éprouvette normalisée ( $L = 51 \text{ mm}$ ,  $D = 9 \text{ mm}$ ,  $l = 8 \text{ mm}$ ,  $d = 6 \text{ mm}$ )

Le comportement du matériau est représenté par une loi type Norton-Hoff [7]. Afin de tenir compte du phénomène d'adoucissement dynamique, observé pendant l'écoulement, on exprime la consistance sous la forme suivante :

$$K = K_{\text{ecr}}(\bar{\epsilon}, T) \cdot [1 - W(\bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}}, T)] \quad [10]$$

où  $K_{\text{ecr}}$  représente la consistance correspondant à l'écrouissage et  $W$  exprime le taux global d'adoucissement, généralement décrit par une loi d'Avrami.

Les expressions des fonctions rhéologiques choisies pour l'identification sont données dans le tableau 4.

	$K_{\text{ecr}}$	$W$	$m$	$P$
Loi I	$K_0(\bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}_0)^n \exp(\frac{\beta}{T})$	0	$m_0$	$\{K_0, n, \beta, m_0\}$
Loi II	$K_0(\bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}_0)^n \exp(\frac{\beta}{T})$	$1 - \exp(-r\bar{\epsilon})$ $r = (r_0 + \frac{r_1}{T})\dot{\bar{\epsilon}} r_2$	$m_0 + m_1 T$	$\{K_0, n, r_0, r_1, r_2, \beta, m_0, m_1\}$

**Tableau 4.** Définition des fonctions rhéologiques correspondant à une loi de Norton-Hoff

La première loi introduit l'influence de la déformation et de la température en utilisant la formulation classique de l'écrouissage et de la thermo-dépendance. La deuxième fait intervenir la fonction d'adoucissement  $W$  et une dépendance linéaire du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation. Les résultats d'identification sont reportés dans le tableau 5.

Afin d'étudier la pertinence des résultats obtenus, les coefficients identifiés dans le cas de la loi classique (loi I) ont été comparés avec ceux déterminés par la régression d'un modèle analytique. La première constatation que l'on peut faire est que, en utilisant la loi simple de type I, bien que les valeurs des paramètres identifiées soient très proches, la fonction coût est plus faible dans le cas d'une identification par notre approche éléments finis (6,7 %), que dans le cas de l'analyse analytique (8 %).

Identification	Valeurs Initiales	Valeurs Identifiées		
	Analytique	Éléments Finis		
Loi		I	I	II
Q [ %]	321,57	8	6,7	2,6
$K_0$	2	1,3257	1,1923	2,9559
n	0,1	0,1783	0,2010	0,3307
$\beta$	6 000	4 722,27	4 922,87	4 408,51
$r_0$	0	0	0	2,4410
$r_1$	0	0	0	-1 980,57
$r_2$	0	0	0	-0,1612
$m_0$	0,1	0,1120	0,1197	0,0031
$m_1 \times 10^3$	0	0	0	0,0673

**Tableau 5.** Résultats d'identification obtenus pour chaque loi ( $4 \leq nb$  des paramètres  $\leq 8$ ) et comparaison avec un modèle d'identification analytique dans le cas de la loi classique

Cet écart est encore plus visible sur les figures 1a et 1b, lorsque l'on compare les résultats de simulation du test obtenus avec les deux jeux de paramètres. En particulier, on observe qu'on obtient des valeurs très proches pour les petites vitesses de déformation (conditions b et d) et assez différentes pour les plus grandes vitesses (conditions a et c). Ceci s'explique par le fait que le phénomène d'auto-échauffement est d'autant plus important que la vitesse de déformation est plus grande, ce qui rend le modèle d'identification analytique trop approximatif.

L'addition de paramètres supplémentaires, par l'introduction de lois plus complexes, conduit à une diminution de la fonction coût (écart moyen de 2,6 % pour la loi II), donc à une description plus adéquate des courbes expérimentales.

Une étude essentielle concerne la vérification du niveau de prédiction de la loi déterminée, autrement dit, la possibilité de décrire précisément des courbes de torsion correspondant à des conditions opératoires différentes de celles qui ont servi à l'identification. Nous avons ainsi choisi de simuler la torsion d'éprouvette à une grande vitesse de rotation ( $N = 14,8$  tr/s) et pour trois températures ( $T^0 = 850^\circ\text{C}$ ,  $900^\circ\text{C}$  et  $950^\circ\text{C}$ ). Les comparaisons avec l'expérience, reportées sur la figure 2, montrent qu'on obtient un bon accord (écart moyen de l'ordre de 3,6 %).

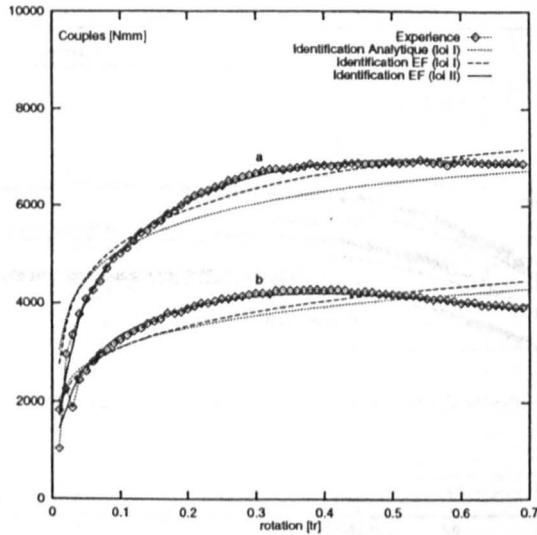


Figure 1a. Comparaison calcul-expérience pour les lois I et II (conditions a et b)

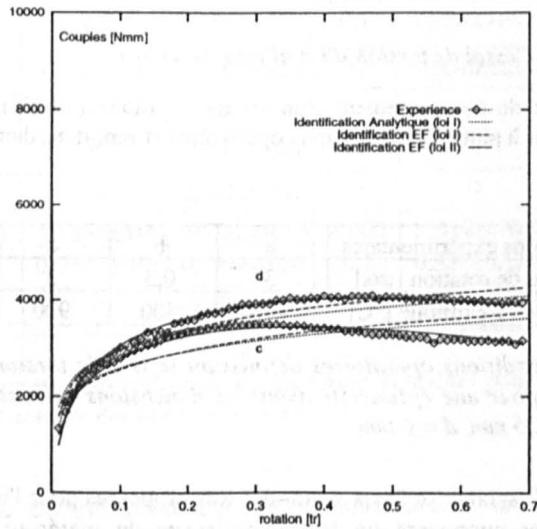
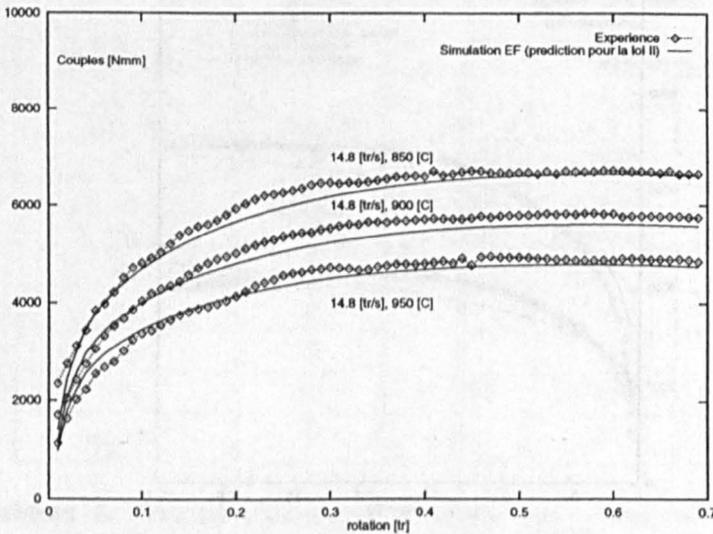


Figure 1b. Comparaison calcul-expérience pour les lois I et II (conditions c et d)



**Figure 2.** Comparaison calcul-expérience pour des essais de torsion n'intervenant pas dans l'identification, en utilisant la loi II (test de prédiction)

#### 4.2. Analyse de l'essai de torsion d'un alliage de Titane

Pour l'étude du comportement d'un alliage de titane (TA6V), des courbes de torsion obtenues à partir des conditions opératoires et reportées dans le tableau 6 ont été utilisées.

Conditions expérimentales	a	b	c	d
Vitesse de rotation [tr/s]	3	0,3	3	0,3
Température initiale [°C]	800	800	900	900

**Tableau 6.** Conditions opératoires définissant le test de torsion d'un alliage de titane (TA6V) pour une éprouvette ayant les dimensions suivantes :  $L = 51$  mm,  $D = 9$  mm,  $l = 35$  mm,  $d = 6$  mm

Le tableau 7 synthétise l'expression des lois proposées pour l'identification. Les deux premières supposent un fort écrouissage du matériau et décrivent la dépendance par rapport à la déformation équivalente à l'aide d'une expression de type Krupkowski. Les dernières lois reposent sur la description de la compétition entre l'écrouissage et la restauration par une expression de Voce. Dans chaque cas, on détermine les valeurs des paramètres rhéologiques par analyse inverse (tableau 8). Les coefficients thermiques utilisés pour quantifier l'auto-échauffement ont les valeurs suivantes :  $k = 67$  [W/mK] et  $c = 540$  [J/KgK].

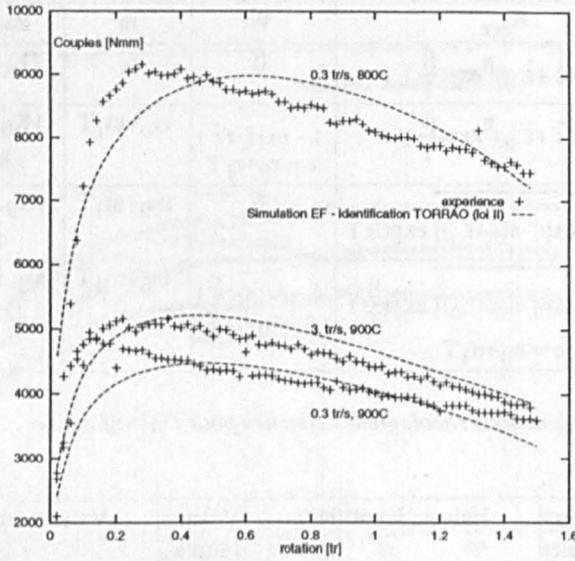
Loi	$K_{\text{ecr}}$	W	m	Paramètres P
I	$K_0(\bar{\varepsilon} + \bar{\varepsilon}_0)^n \exp\left(\frac{\beta}{T}\right)$	0	$m_0$	$\{K_0, n, \beta, m_0\}$
II	$K_0(\bar{\varepsilon} + \bar{\varepsilon}_0)^n \exp\left(\frac{\beta}{T}\right)$	$1 - \exp(-r\bar{\varepsilon})$ $r = r_0 + r_1 T$	$m_0 + m_1 T$	$\{K_0, n, r_0, r_1, \beta, m_0, m_1\}$
III	$K_0 \sqrt{1 - \exp[-n(\bar{\varepsilon} + \bar{\varepsilon}_0)]} \exp\left(\frac{\beta}{T}\right)$	0	$m_0 + m_1 T$	$\{K_0, n, r_0, r_1, \beta, m_0, m_1\}$
IV	$K_0 \sqrt{1 - \exp[-n(\bar{\varepsilon} + \bar{\varepsilon}_0)]} \exp\left(\frac{\beta}{T}\right)$ $n = n_0 + n_1 T$	$1 - \exp(-r\bar{\varepsilon})$ $r = r_0 + r_1 T$	$m_0 + m_1 T$	$\{K_0, n_0, n_1, r_0, r_1, \beta, m_0, m_1\}$

**Tableau 7.** Les fonctions rhéologiques choisies pour l'identification

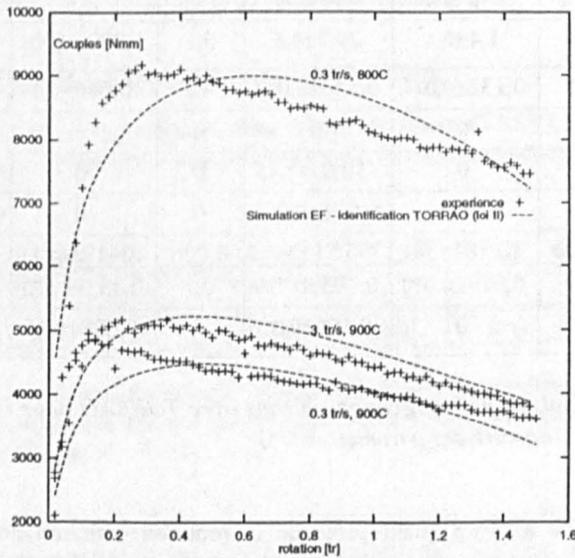
Loi	Valeurs Initiales	Valeurs Identifiées		Valeurs Initiales	Valeurs Identifiées	
		I	II		III	IV
Itérations		10	19		11	20
Q [%]	24,3	8,9	5,5	27,3	6,1	3,3
$K_1 \times 10^2$	10	1,4±0,4	21,5±6,8	0,1	1,280±0,085	3,222±0,900
$n_0$	0,1	0,132±0,014	0,230±0,012	10	40,040±2,17	-314,87±66,3
$n_1$	0	0	0	0	0	0,323±0,061
$r_0$	0	0	-10,61±1,45	0	0	-11,552±1,36
$r_1$	0	0	0,011±0,001	0	0	0,0104±0,001
$\beta$	8 000	10 581±344	7952,1±361,9	8 000	10412±690,9	9 443,93
$m_0$	0,1	0,078±0,010	0,193±0,020	0,1	0,333±0,121	0,358±0,09
$m_1 \times 10^3$	0	0	-0,104±0,010	0	-0,228±0,021	-0,254±0,08

**Tableau 8.** Résultats d'identification obtenus avec TORRAO pour chaque modèle rhéologique ( $4 \leq$  nombre des paramètres  $\leq 8$ )

Partant d'une analyse quantitative de la fonction coût, on constate que la catégorie de lois utilisant un écoulement de Voce permet l'obtention d'une valeur plus faible de l'écart, de l'ordre de 3 %. Pour mieux mettre en évidence la qualité des lois étudiées, on utilise la confrontation graphique entre les courbes expérimentales et les courbes calculées (figure 3).

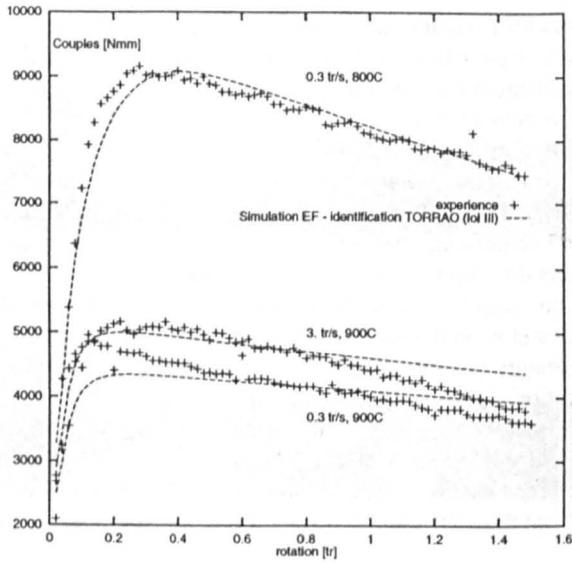


a) loi I

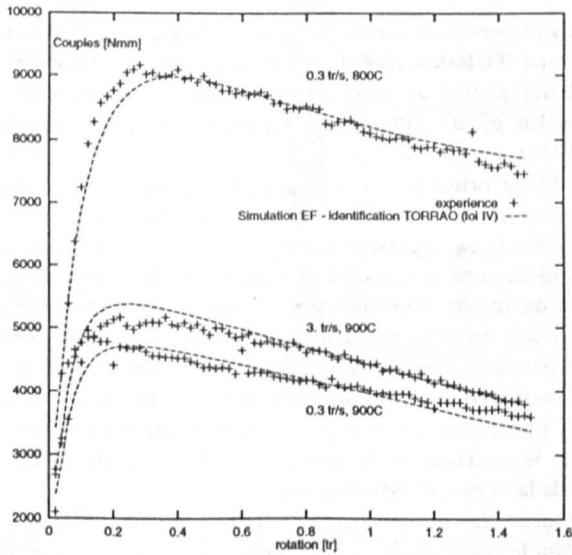


b) loi II

**Figure 3.** Comparaison entre les couples calculés et expérimentaux pour chaque type de loi



c) loi III



d) loi IV

Figure 3. Comparaison entre les couples calculés et expérimentaux pour chaque type de loi (suite)

Ainsi, pour la loi I (figure 3a) on observe un désaccord important entre l'allure des courbes, surtout pour la température initiale la plus élevée (900°C), car dans ce cas l'auto-échauffement est plus faible et l'adoucissement dû à la croissance de la température est fortement diminué.

L'introduction du terme d'adoucissement en fonction de la déformation équivalente (loi II - figure 3b) conduit à une allure plus adéquate, mais encore non satisfaisante. Avec la loi III (figure 3c) on change l'allure des courbes, car la formulation de l'écroutissage par une loi de Voce permet une augmentation plus rapide des valeurs du couple au début de la déformation.

Enfin, si on introduit une thermo-dépendance linéaire du coefficient d'adoucissement  $r$  et si on définit une variation linéaire du coefficient d'écroutissage  $n$  avec la température (loi IV - figure 3d), la confrontation des courbes de torsion, après l'identification, donne un très bon accord.

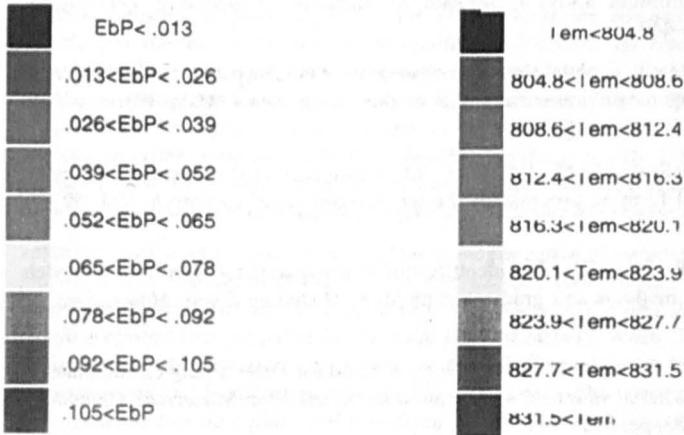
Dans ce dernier cas, la simulation éléments finis montre une importante localisation de la déformation (figure 4a) et une distribution complexe de la température (figure 4b). Il serait donc impossible d'identifier les coefficients d'une telle loi en utilisant des méthodes classiques d'analyse du test de torsion.

## 5. Conclusion

Les résultats présentés montrent la capacité du logiciel d'identification (appelé TORRAO comme TORSion-Rhéologie Assistée par Ordinateur) à analyser le comportement des matériaux dans des conditions complexes de sollicitations : éprouvette entaillée, gradient thermique important et pour des grandes déformations ( $\epsilon \approx 100\% - 200\%$ ).

La faisabilité du principe d'analyse inverse a été montrée par des analyses numériques concernant la convergence, la stabilité et la validité du calcul d'identification dans le cas du test de torsion, de traction et de traction-torsion. Nous avons également montré la possibilité d'identifier le comportement à partir de plusieurs types de mesure, en utilisant des fonctions multi-objectifs. Enfin, les applications sur des données expérimentales réelles montrent bien l'utilité de ce logiciel d'identification dans le domaine de la recherche sur le comportement rhéologique des matériaux, car on peut analyser des lois rhéologiques assez complexes. En particulier, on souligne la possibilité d'introduire des nouvelles dépendances de la consistance du matériau en fonction de la déformation, de la température et de la vitesse de déformation.

Dans un futur proche, on envisage d'introduire et d'identifier des lois à variables internes décrivant le couplage du comportement avec la microstructure. On utilisera une description avec des équations cinétiques pour décrire l'évolution de la taille de grain et de la fraction recristallisée dynamiquement.



**Figure 4.** Simulation éléments finis pour le modèle rhéologique IV ( $\dot{N} = 0.3$  [tr/s],  $T^0 = 800$  [°C]) : a) iso-valeurs de la vitesse de déformation généralisée ( $EbP$ ) pour  $t = 4,3$  s ; b) iso-valeurs de la température ( $TEM$ ) pour  $t = 4,3$  s

## 6. Bibliographie

- [AVE 76] AVENAS P., BAUDELET B., PARNIERE P., SERTOUR G., ZAOUÏ A., *Mise en forme des métaux et alliages*, Editions du Centre National de la Recherche Scientifique, Paris, 1976.
- [CAI 93] CAILLETAUD G., PILVIN P., « Identification, problèmes inverses : un concept modulaire », *Colloque National en Calcul des Structures*, mai 1993, Giens (France), Editions Hermès, pp. 770-787.
- [CIN 92] CINGARA A., MCQUEEN H.J., « New method for determining sinh constitutive constants for high temperature formation of 300 austenitic steels », *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 36(1), pp. 17-29, 31-42.
- [GAV 94] GAVRUSA., MASSONI E., CHENOT J.L., « Computer aided rheology for non-linear large strain thermo-viscoplastic behaviour formulated as an inverse problem », *International Symposium in Inverse Problem, ISIP-94*, Paris, pp.123-130, Bui, Tanaka et al. (eds), Balkema.
- [GAV 96] GAVRUS A., Identification Automatique des Paramètres Rhéologiques par Analyse Inverse, Thèse de Docteur en Sciences et Génie des Matériaux, CEMEF, ENSMP, Sophia Antipolis, Octobre 1996.
- [GEL 94] GELIN J.C., GHOUATI O., « An Inverse Method for Determining Viscoplastic Properties of aluminium alloys », *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 45(1), pp. 435-440.
- [HIR 89] HIRT G., ALTAN T., « Metal flow in compression of tubular parts : predictions made with different computer programs and effect of flow stress data », *Metal Working-Steel Research*, Vol. 60(5), pp. 201-207.
- [KOP 88] KOPP R., DE SOUZA M.M., ROGALL C.-M., « Influence of flow stress accuracy on the result of metal forming processes », *Metal Working-Steel Research*, Vol. 59 (1), pp. 25-30, 1988.
- [MAH 94] MAHNKEN R., STEIN E., « The identification of parameters for visco-plastic models via finite-element methods and gradient methods », *Modelling Simul. Mater. Eng.*, 2, pp. 597-616.
- [SCH 92] SCHNUR D.S., ZABARAS N., « An Inverse Method for Determining elastic material properties and a material interface », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 33, pp. 2039-2057.