
Etude et optimisation des paramètres du procédé pour le contrôle du retour élastique de pièces embouties

Omar Ghouati — David Joannic — Jean-Claude Gelin

Laboratoire de Mécanique Appliquée R. Chaléat
UMR CNRS 6604, Université de Franche-Comté
24, rue de l'Epitaphe, F-25030 Besançon

RÉSUMÉ. On propose dans cet article une technique numérique de contrôle du retour élastique en emboutissage. Cette technique est basée sur le couplage d'une méthode d'optimisation et d'une méthode de calcul par éléments finis permettant de simuler l'emboutissage des tôles minces et d'évaluer l'effet du retour élastique. L'algorithme d'optimisation est basé sur une méthode de type gradient comprenant un module d'analyse de sensibilité et permet d'optimiser les paramètres de procédé de façon à ce que la pièce obtenue possède la géométrie souhaitée. Des exemples numériques sont présents pour illustrer l'efficacité de l'approche proposée.

ABSTRACT. A numerical technique for the control of springback effects is proposed in this paper. This technique is based on the combination of an optimisation algorithm and a finite element method. The optimization algorithm is based on a gradient method containing a sensitivity analysis and allows the optimization of the process parameters in order to obtain a final product with the desired shape. Numerical examples are presented to illustrate the efficiency of the proposed approach.

MOTS-CLÉS : optimisation, analyse de sensibilité, emboutissage, retour élastique.

KEY WORDS : optimisation, sensitivity analysis, deep drawing, springback.

1. Introduction

Un des problèmes à résoudre en emboutissage des tôles minces est la prise en compte des effets géométriques du retour élastique afin que la pièce obtenue possède la géométrie souhaitée. Les méthodes empiriques basées uniquement sur la pratique expérimentale ne sont plus suffisantes et le développement des techniques numériques permet de tirer profit des possibilités prédictives offertes par les méthodes d'éléments finis afin de déterminer les paramètres de procédé optimaux. Plusieurs auteurs ont étudié le retour élastique [MARC 92], et quelques études combinent l'aspect théorique et numérique, par éléments finis ou méthodes simplifiées, et l'aspect expérimental pour calculer ou éliminer les effets du retour élastique et ce, en considérant l'influence de l'effort dû au serre-flan [GAR 58, TAN 87, BOIV 92].

Dans cet article, nous proposons une procédure numérique permettant l'optimisation des paramètres du procédé pour le contrôle du retour élastique en emboutissage. Ces paramètres peuvent être géométriques comme le rayon de la matrice, ou opératoires tels que l'effort serre-flan ou le coefficient de frottement. L'influence de ces paramètres sur le retour élastique est déterminée grâce à une analyse de sensibilité basée sur une technique de différenciation, cohérente avec la méthode des éléments finis mise en oeuvre. Cette méthode peut utiliser des éléments de coques minces aussi bien bidimensionnels que tridimensionnels avec interpolation mixte des composantes de cisaillement transverse [GEL 95]. Les propriétés matérielles de la tôle sont décrites par un comportement élastoplastique soit isotrope, soit anisotrope. L'élastoplasticité est décrite par le critère orthotrope de Hill [HIL 50] avec prise en compte de l'écrouissage et d'une loi d'écoulement associée [BOU 96]. Le traitement du contact de la tôle avec les outils est effectué grâce à un schéma maître-esclave. Au cours de ce schéma, on commence par détecter les intriorités, ensuite les conditions de contact sont ajustées une fois l'équilibre atteint. Les actions du serre-flan sur la tôle sont modélisées par pénalisations liées sur les réactions de contact au droit du serre-flan dans le cas des approches implicites, ou bien par projection dynamique et équilibre local dans le cas des approches dynamiques transitoires explicites. Pour le retour élastique, une modélisation mécanique du processus de déchargement est utilisée. Pour l'approche quasi-statique implicite, les réactions associées aux conditions de contact sont prises en compte puis diminuées de façon proportionnelle ou non. Dans le cas dynamique transitoire explicite, le mouvement des outils est inversé jusqu'à l'annulation de toutes les conditions de contact, ou bien enlevés et la pièce se trouve alors libre [JOA 95].

2. Le problème direct

Dans la méthode des éléments finis avec formulation en déplacements, la forme discrétisée des équations d'équilibre est utilisée dans le cas quasi-statique implicite pour calculer un déplacement incrémental $\Delta \mathbf{u}_{n+1}^{(i)}$ par résolution par itérations du système suivant :

$$[\mathbf{K}_T]_{n+1}^{(i)} \Delta \mathbf{u}_{n+1}^{(i)} = [\mathbf{F}_{ext}] - [\mathbf{F}_\sigma(\nabla_{n+1}^s \mathbf{u}_t(\mathbf{p}))]_{n+1}^{(i)} \quad [1]$$

où $[\mathbf{F}_\sigma(\nabla_{n+1}^s \mathbf{u}_t(\mathbf{p}))]$ et $[\mathbf{F}_{ext}]$ représentent respectivement le vecteur nodal des efforts internes et le vecteur des efforts extérieurs équivalents à l'ensemble des charges appliquées, à un instant donné, tandis que les quantités notées $(\cdot)_n$ ou $(\cdot)_{n+1}$ correspondent aux incréments n ou $n+1$.

Dans le cas dynamique transitoire explicite, l'accélération est prise en compte et le principe des travaux virtuels fournit après discrétisation, la forme intégrale suivante :

$$[\mathbf{M}]_n \gamma_{n+1} = [\mathbf{F}_{ext}] - [\mathbf{F}_\sigma(\nabla_n^s \mathbf{u}_t(\mathbf{p}))]_n \quad [2]$$

où γ_{n+1} est le vecteur accélération nodale et \mathbf{M}_n est la matrice masse.

2.1. Equations de comportement élasto-plastique

Pour décrire le comportement d'une tôle métallique, on utilise la formulation en référentiel tournant suivante :

$$\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{C}^e : \{\dot{\mathbf{d}} - \dot{\mathbf{d}}^p\} \quad [3]$$

où :

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= \mathbf{a}^T \mathbf{T}_a \mathbf{a} \\ \dot{\mathbf{d}} &= \mathbf{a}^T \mathbf{D} \mathbf{a} \quad \dot{\mathbf{d}}^p = \mathbf{a}^T \mathbf{D}^p \mathbf{a} \end{aligned} \quad [4]$$

Le tenseur des taux de déformations \mathbf{D} , sa partie plastique \mathbf{D}^p et le tenseur des contraintes de Cauchy \mathbf{T} , sont définis dans la configuration courante par rapport au référentiel anisotrope tourné défini par le tenseur orthogonal \mathbf{a} [BOUB 96]. Le comportement plastique à anisotropie initiale est défini par le critère de Hill et une loi d'écoulement associée :

$$\begin{aligned} f(\mathbf{T}, \bar{\epsilon}^p) &= \frac{1}{2} \mathbf{T} : \mathbf{H} : \mathbf{T} - \frac{1}{3} \sigma_0^2 (\bar{\epsilon}^p) \\ \dot{\mathbf{S}} &= \lambda \mathbf{H} : \mathbf{T} \quad \dot{\mathbf{d}}^p = \lambda \mathbf{H} : \mathbf{T} \\ \dot{\bar{\epsilon}}^p &= \lambda \sqrt{\mathbf{T} : \mathbf{H} : \mathbf{T}} \end{aligned} \quad [5]$$

La loi d'érouissage isotrope utilise la déformation plastique équivalente $\bar{\epsilon}^p$ et le tenseur S , λ est le multiplicateur de plasticité et le tenseur H décrivant l'anisotropie par l'intermédiaire de ses coefficients est bien défini dans le référentiel anisotrope. Les axes d'orthotropie du critère de Hill sont réactualisés en utilisant le tenseur rotation issu de la décomposition polaire du gradient de déformation.

En utilisant une décomposition additive de la mesure logarithmique de déformation selon une partie élastique et une partie plastique et en considérant que les déformations élastiques sont petites, il vient :

$$\mathbf{e}_{n+1}^e = \mathbf{e}_{n+1} - \mathbf{e}_{n+1}^p \quad [6]$$

La partie plastique \mathbf{e}_{n+1}^p est donnée par la relation suivante :

$$\mathbf{e}_{n+1}^p = \mathbf{e}_n^p + \int_{t_n}^{t_{n+1}} \mathbf{D}^p(\tau) d\tau \quad [7]$$

où \mathbf{D}^p est le tenseur des taux de déformation plastique, possédant la forme suivante dans le cas d'un critère associé :

$$\mathbf{D}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}} \quad [8]$$

L'équation [7] est intégrée en utilisant un schéma implicite sous la forme suivante:

$$\mathbf{e}_{n+1}^p = \mathbf{e}_n^p + \Delta\lambda_{n+1} \mathbf{H} : \mathbf{T}_{n+1} \quad [9]$$

Par ailleurs, le tenseur des contraintes de Cauchy est évalué par la relation :

$$\mathbf{T}_{n+1} = \mathbf{C}^e : \mathbf{e}_{n+1}^p \quad [10]$$

On en déduit alors :

$$\mathbf{T}_{n+1} = \Pi : \mathbf{C}^e : \mathbf{e}_{n+1}^{e(0)} \quad [11]$$

où

$$\Pi = [1 + \Delta\lambda_{n+1} \mathbf{H}]^{-1} \quad \text{et} \quad \mathbf{e}_{n+1}^{e(0)} = \mathbf{e}_{n+1} - \mathbf{e}_n^p \quad [12]$$

Les lois incrémentales du comportement élasto-plastique anisotrope sont

obtenues par intégration des équations [3], [4] et [5] au cours de l'incrément $[t_n, t_{n+1}]$. Cette intégration utilise une procédure de prédiction-correction. Dans un premier temps, un état de contrainte élastique est évalué sous la forme :

$$\mathbf{T}_{n+1}^{e(0)} = \mathbf{C}^e : \mathbf{e}_{n+1}^{e(0)} \quad [13]$$

Si la condition suivante n'est pas satisfaite :

$$f(\mathbf{T}_{n+1}, \bar{\mathbf{e}}_{n+1}^p) \leq 0 \quad [14]$$

une correction plastique est réalisée afin d'évaluer la déformation plastique équivalente et le tenseur des contraintes de Cauchy. Au cours de cette correction, la forme suivante de la fonction f est utilisée :

$$f(\Delta\lambda_{n+1}) = \frac{1}{2} \Pi \mathbf{T}_{n+1}^{e(0)} : \mathbf{H} : \Pi \mathbf{T}_{n+1}^{e(0)} - \frac{1}{3} \sigma_0^2 (\bar{\mathbf{e}}_{n+1}^p(\Delta\lambda_{n+1})) \quad [15]$$

L'équation $f(\Delta\lambda_{n+1}) = 0$ est non linéaire avec $\Delta\lambda_{n+1}$ comme inconnue principale. Elle est résolue par un schéma itératif de type Newton.

3. Procédure d'optimisation et analyse de sensibilité

3.1. Formulation du problème d'optimisation

La solution du problème d'optimisation peut être formulée comme un problème de programmation mathématique non-linéaire sous la forme [KEG 95, SCH 94, GH0 96] :

$$\min_{\mathbf{p}} S_0(\mathbf{p}, \mathbf{u}) \quad [16]$$

assujetti aux contraintes :

$$\begin{cases} h_j(\mathbf{p}, \mathbf{u}) \leq 0 & (1 \leq j \leq n_{ic}) \\ g_i(\mathbf{p}, \mathbf{u}) = 0 & (1 \leq i \leq n_c) \end{cases} \quad [17]$$

où n_{ic} est le nombre de contraintes inégalité et n_c est le nombre de contraintes égalité, \mathbf{p} représente le vecteur des paramètres du procédé et \mathbf{u} représente le champ de déplacement calculé.

La fonction performance S_0 est définie dans le cas du retour élastique comme le taux minimal de retour élastique après le déchargement, alors que les fonctions

contraintes h_j et g_j concernent les déplacements nodaux et les contraintes élémentaires.

Pour résoudre le problème d'optimisation, une méthode de Lagrangien augmenté est formulée par la définition du Lagrangien associé au problème sous la forme suivante [GEL 96] :

$$L_r(\mathbf{p}, \mathbf{u}, \lambda) = S_0(\mathbf{p}, \mathbf{u}) + A_1(\mathbf{p}, \lambda, r) + A_2(\mathbf{p}, \lambda, r) \quad [18]$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1(\mathbf{p}, \lambda, r) = \sum_{i=1}^{n_{ic}} [\lambda_i \psi_i + r \psi_i^2] \\ \psi_i = \max \left[h_i(\mathbf{p}), \frac{-\lambda_i}{2r} \right] \\ A_2(\mathbf{p}, \lambda, r) = \sum_{i=1}^{n_c} [\lambda_i g_i + r g_i^2] \end{array} \right. \quad [19]$$

Une méthode de type gradient est utilisée pour minimiser $L_r(\mathbf{p}, \mathbf{u}, \lambda)$ par rapport à \mathbf{p} . La procédure itérative est la suivante ; à l'itération k , pour $r^{(k)}$ et $\lambda^{(k)}$ fixés, une estimation $\mathbf{p}^{(k)}$ pour les paramètres du procédé est évaluée de façon à minimiser $L_r(\mathbf{p}, \mathbf{u}, \lambda)$. Les multiplicateurs de Lagrange sont ensuite mis à jour de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_i^{(k+1)} = \lambda_i^{(k)} + 2r g_i(\mathbf{p}^*) \quad i = 1, n_c \\ \lambda_i^{(k+1)} = \lambda_i^{(k)} + 2r \max[h_i(\mathbf{p}^*), (-\lambda_i^{(k)})/(2r)] \quad i = 1, n_{ic} \end{array} \right. \quad [20]$$

La résolution du problème d'optimisation nécessite le calcul du gradient du Lagrangien et donc de la fonctionnelle performance S_0 ainsi que des fonctionnelles contraintes h_j et g_j . Ce calcul est réalisé grâce à une analyse de sensibilité.

3.2. Analyse de sensibilité

Une analyse de sensibilité pour les procédés de mise en forme des tôles minces a été développée par différenciation directe à partir de la procédure de résolution du problème direct [GHO 96].

La sensibilité des déplacements est obtenue, dans le cas implicite, en résolvant l'équation suivante :

$$\frac{d(\Delta \mathbf{u}_{n+1})}{d\mathbf{p}} = -[\mathbf{K}_T]^{-1} \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} [[\mathbf{F}_\sigma(\nabla_{n+1}^s \mathbf{u}_t(\mathbf{p}))]_{n+1}] - \frac{\partial \mathbf{K}_T}{\partial \mathbf{p}} \Delta \mathbf{u}_{n+1} \right] \quad [21]$$

La matrice de rigidité peut être récupérée lors de l'évaluation de la solution du problème mécanique. Il suffit alors d'évaluer la dérivée de la matrice de rigidité $[\mathbf{K}_T]_{n+1}$ et la dérivée du vecteur des efforts internes selon l'équation suivante :

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} [[\mathbf{F}_\sigma(\nabla_{n+1}^s \mathbf{u}_t(\mathbf{p}))]_{n+1}] = \bigcup_e \int_{\Omega_{n+1}^e} (\beta_{n+1}^{e(i)})^T \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} [\mathbf{T}_{n+1}(\mathbf{u}_t(\mathbf{p}))] dV^e \quad [22]$$

Dans le cas explicite, on commence par évaluer les sensibilités des accélérations en résolvant l'équation suivante :

$$[\mathbf{M}]_n \frac{d\gamma_{n+1}}{d\mathbf{p}} = \left[\frac{d\mathbf{F}_{\text{ext}}}{d\mathbf{p}} \right] - \frac{d[\mathbf{F}_\sigma(\nabla_n^s \mathbf{u}_t(\mathbf{p}))]_n}{d\mathbf{p}} - \frac{d[\mathbf{M}]_n}{d\mathbf{p}} \gamma_{n+1} \quad [23]$$

Cette équation fournit les sensibilités des accélérations à l'instant t_{n+1} connaissant la sensibilité de la matrice masse, la sensibilité du vecteur des efforts externes et la sensibilité du vecteur des efforts internes, à l'instant t_n . Par ailleurs, étant donné que l'analyse de sensibilité est réalisée une fois que le problème mécanique a été résolu, les quantités $[\mathbf{M}]_n$ et γ_{n+1} sont connues.

Ensuite, les sensibilités des champs de déplacement et de vitesse peuvent être évaluées de la manière suivante :

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{v}_{n+1}}{d\mathbf{p}} = \frac{d\mathbf{v}_n}{d\mathbf{p}} + \frac{d\gamma_{n+1}}{d\mathbf{p}} \Delta t \\ \frac{d\mathbf{u}_{n+1}}{d\mathbf{p}} = \frac{d\mathbf{u}_n}{d\mathbf{p}} + \frac{d\mathbf{v}_{n+1}}{d\mathbf{p}} \Delta t \end{cases} \quad [24]$$

L'étape suivante de l'analyse de sensibilité est l'évaluation des sensibilités de la matrice masse, du vecteur des efforts internes et du vecteur des efforts externes.

La matrice masse $[\mathbf{M}]_n$ s'exprime sous la forme suivante :

$$[\mathbf{M}]_n = \int_{\Omega(\mathbf{p})} \rho [\mathbf{N}^T] \mathbf{N} dV \quad [25]$$

où ρ est la masse volumique du matériau et \mathbf{N} est le vecteur des fonctions d'interpolation.

La sensibilité de la matrice masse peut alors être évaluée sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \frac{d[\mathbf{M}]_n}{d\mathbf{p}} = & \int_{\Omega(\mathbf{p})} \frac{d\rho}{d\mathbf{p}} [\mathbf{N}^T] \mathbf{N} dV + \int_{\Omega(\mathbf{p})} \rho \left[\frac{d}{d\mathbf{p}} [\mathbf{N}^T] \right] \mathbf{N} dV \\ & + \int_{\Omega(\mathbf{p})} \rho [\mathbf{N}^T] \frac{d\mathbf{N}}{d\mathbf{p}} dV + \int_{\Gamma(\mathbf{p})} \rho [\mathbf{N}^T] \mathbf{N} \frac{d\mathbf{u}_n}{d\mathbf{p}} \cdot \mathbf{n} dS \end{aligned} \quad [26]$$

où \mathbf{n} est le vecteur unitaire normal extérieur à la frontière Γ du domaine.

Le vecteur des efforts internes s'exprime sous la forme :

$$[\mathbf{F}_\sigma(\nabla_n^s \mathbf{u}_t(\mathbf{p}))]_n = \int_{\Omega(\mathbf{p})} [\mathbf{B}^T] \mathbf{T}_n dV \quad [27]$$

où \mathbf{B} est la matrice d'interpolation des déformations, et la sensibilité de ce vecteur est

$$\frac{d[\mathbf{F}_\sigma(\nabla_n^s \mathbf{u}_t(\mathbf{p}))]_n}{d\mathbf{p}} = \int_{\Omega(\mathbf{p})} \left[\frac{d}{d\mathbf{p}} [\mathbf{B}^T] \right] \mathbf{T}_n dV + \int_{\Omega(\mathbf{p})} [\mathbf{B}^T] \frac{d\mathbf{T}_n}{d\mathbf{p}} dV + \int_{\Gamma(\mathbf{p})} [\mathbf{B}^T] \mathbf{T}_n \frac{d\mathbf{u}_n}{d\mathbf{p}} \cdot \mathbf{n} dS \quad [28]$$

L'expression du vecteur des efforts externes étant :

$$[\mathbf{F}_{ext}]_n = \int_{\Gamma_\sigma(\mathbf{p})} [\mathbf{N}^T] \bar{\mathbf{f}}_s dS \quad [29]$$

sa sensibilité est évaluée comme suit :

$$\frac{d[\mathbf{F}_{ext}]_n}{d\mathbf{p}} = \int_{\Gamma_\sigma(\mathbf{p})} \left[\frac{d}{d\mathbf{p}} [\mathbf{N}^T] \right] \bar{\mathbf{f}}_s dS + \int_{\Gamma_\sigma(\mathbf{p})} [\mathbf{N}^T] \left[\frac{d}{d\mathbf{p}} \bar{\mathbf{f}}_s \right] dS + \int_{\partial\Gamma_\sigma(\mathbf{p})} [\mathbf{N}^T] \bar{\mathbf{f}}_s \frac{d\mathbf{u}_n}{d\mathbf{p}} \cdot \mathbf{n} dl \quad [30]$$

L'expression de la sensibilité du vecteur des efforts internes fait intervenir la sensibilité du tenseur des contraintes de Cauchy qui est évaluée de manière consistante avec l'algorithme de calcul des contraintes décrit dans le paragraphe 2.1.

4. Application

On considère l'exemple d'un emboutissage en U dans des conditions de déformation plane (plan parallèle à x_1x_2) et où la tôle est retenue par un serre-flan exerçant une pression contrôlée. La géométrie des outils est donnée dans la figure 1.

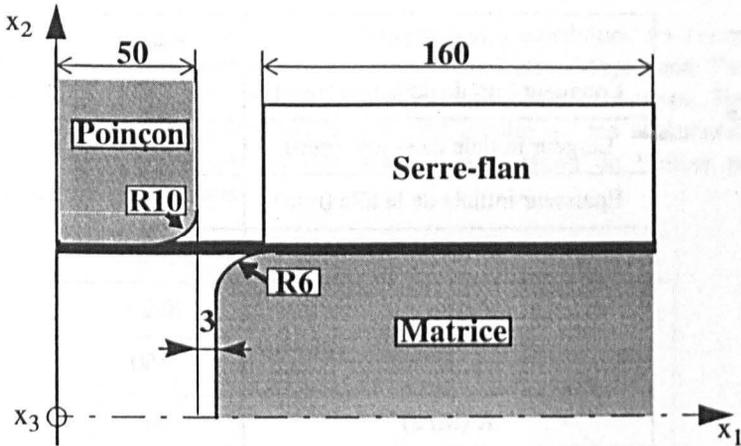


Figure 1. Géométrie du test d'emboutissage en U

Le but de l'étude est de déterminer l'effet de l'ensemble des paramètres du procédé sur quelques grandeurs caractéristiques. Ces quantités sont l'effort imposé par le poinçon, l'épaisseur minimale de la tôle et le retour élastique.

Afin de simplifier le calcul direct, des éléments finis de coque en déformation plane ont été utilisés. Un exemple de maillage déformé est reporté figure 2.

L'étude porte sur un acier XES dont le comportement élasto-plastique est représenté par une loi d'écroutissement de Hollomon : $\sigma_f = K(\bar{\epsilon}^p)^n$.

Le vecteur des paramètres du procédé considéré ici est le suivant :

$$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6\} = \{\sigma_Y, K, n, h, F_{sf}, r_m\}.$$

où σ_Y est la limite élastique du matériau, K et n les paramètres de la loi de Hollomon, h est l'épaisseur initiale de la tôle, F_{sf} est l'effort au serre-flan et r_m est le rayon à l'entrée de la matrice.

L'analyse de sensibilité a été effectuée autour des valeurs des paramètres reportées dans le tableau 1.

Avant d'examiner les résultats obtenus, il est nécessaire de préciser les points suivants :

- L'épaisseur minimale de la tôle est une mesure considérée comme représentative de l'amincissement de la tôle au cours de l'emboutissage.
- Pour caractériser le retour élastique, deux mesures caractéristiques ont été considérées, la première est le rayon de courbure de la tôle dans le «mur», partie verticale de la tôle (figure 2), et la seconde est l'ouverture du U représentée par les deux distances L et H (figure 2).
- Les variations considérées ici sont de + 10 % par rapport à la valeur initiale.

Paramètre	Valeur
Longueur initiale de la tôle (mm)	420
Largeur initiale de la tôle (mm)	200
Epaisseur initiale de la tôle (mm)	0.87
E (MPa)	206 800
ν	0.29
σ_Y (MPa)	160
K (MPa)	563
n	0.256
Effort serre-flan (kN)	100

Tableau 1. Propriétés matérielles et géométriques de l'emboutissage

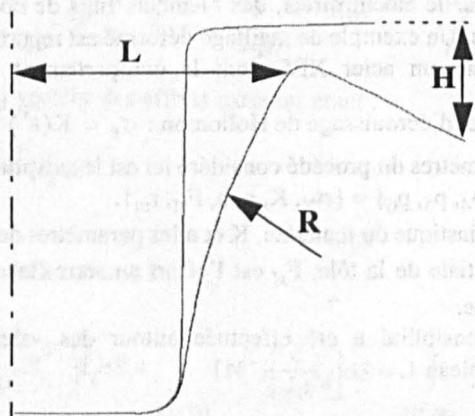


Figure 2. Exemple de maillage déformé avant et après retour élastique et paramètres de contrôle pour le retour élastique

L'analyse de sensibilité peut être utilisée de deux manières. La première est d'étudier l'évolution de l'effet d'un paramètre du procédé sur la réponse de la structure au cours de la déformation afin de déterminer les positions où ces effets sont les plus importants. La deuxième est de comparer les sensibilités relatives par rapport aux différents paramètres afin de déterminer celui dont l'effet est prépondérant sur la réponse choisie. Les résultats vont donc être présentés sous ces deux formes.

Les premiers résultats concernant l'évolution des sensibilités au cours de la déformation sont reportés sur les figures 3 à 5. La figure 3 représente l'effet de l'épaisseur initiale sur l'effort poinçon. Cet effet est maximal à mi-course. En outre, comme on aurait pu le prévoir, cet effet positif montre qu'une augmentation de l'épaisseur initiale de la tôle conduit à une augmentation de l'effort poinçon nécessaire pour la déformation.

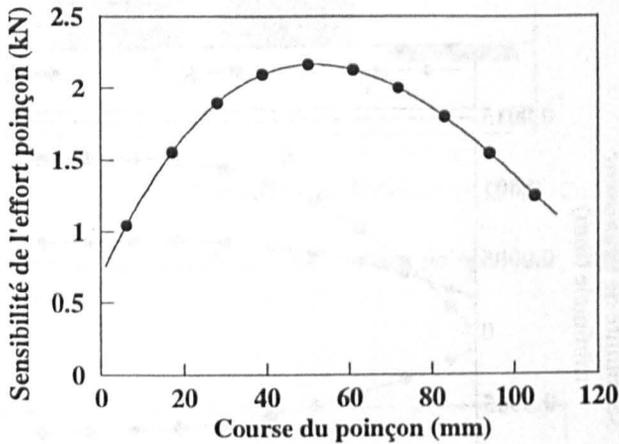


Figure 3. Effet de l'épaisseur initiale sur l'effort poinçon au cours de la déformation

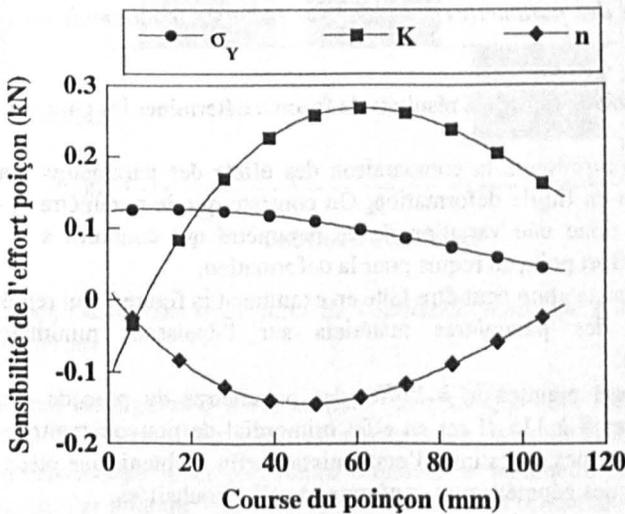


Figure 4. Effet des paramètres matériels sur l'effort poinçon au cours de la déformation

La figure 4 représente l'effet des paramètres matériels sur l'effort poinçon. On remarque sur cette figure que l'effort poinçon augmente si on augmente σ_Y ou K , par contre il diminue si on augmente n . Ceci est en accord avec les observations expérimentales.

La figure 5 représente l'effet des paramètres matériels sur l'épaisseur minimale. Au vu de cette figure, pour éviter l'amincissement de la tôle, il est préférable de diminuer σ_Y ou K , ou d'augmenter n .

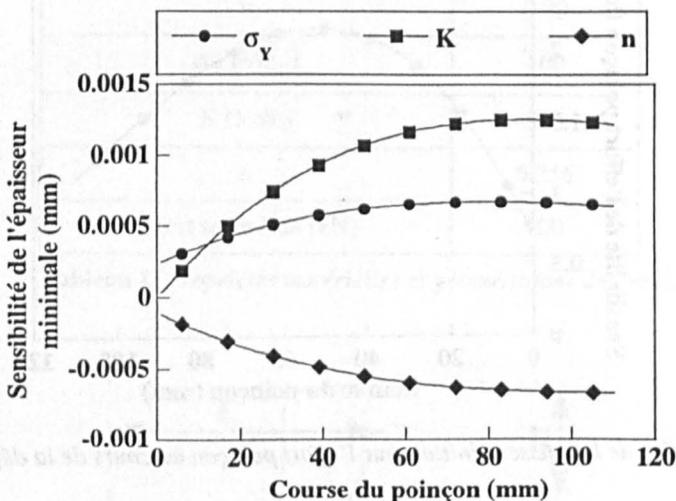


Figure 5. Effet des paramètres matériels sur l'épaisseur minimale au cours de la déformation

On peut aussi examiner les résultats de façon à déterminer les paramètres les plus influents.

La figure 6 représente la comparaison des effets des paramètres matériels sur l'effort poinçon en fin de déformation. On constate que le paramètre K est le plus influent. C'est donc une variation de ce paramètre qui conduira à la plus forte variation de l'effort poinçon requis pour la déformation.

La même constatation peut-être faite en examinant la figure 7 qui représente cette fois-ci l'effet des paramètres matériels sur l'épaisseur minimale, en fin d'emboutissage.

On s'intéresse maintenant à l'effet des paramètres du procédé sur le retour élastique (figures 8 à 11). Il est en effet primordial de pouvoir maîtriser le retour élastique au cours des opérations d'emboutissage afin d'obtenir une pièce possédant des caractéristiques géométriques conformes à celles souhaitées.

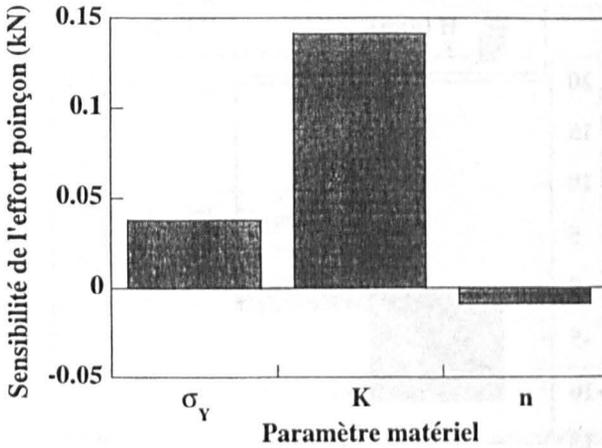


Figure 6. Comparaison des sensibilités de l'effort poinçon par rapport aux paramètres matériels

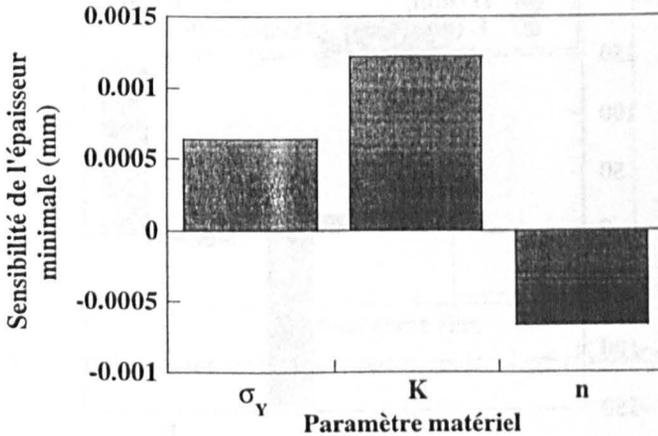


Figure 7. Comparaison des sensibilités de l'épaisseur minimale par rapport aux paramètres matériels

En examinant les figures 8 à 11, on peut constater que pour réduire le retour élastique, on doit augmenter l'épaisseur initiale de la tôle, la limite élastique σ_Y ou le coefficient d'érouissage n, et par contre diminuer le paramètre K ou le rayon d'entrée matrice. Par ailleurs, une augmentation de l'effort serre-flan conduit à une diminution du retour élastique.

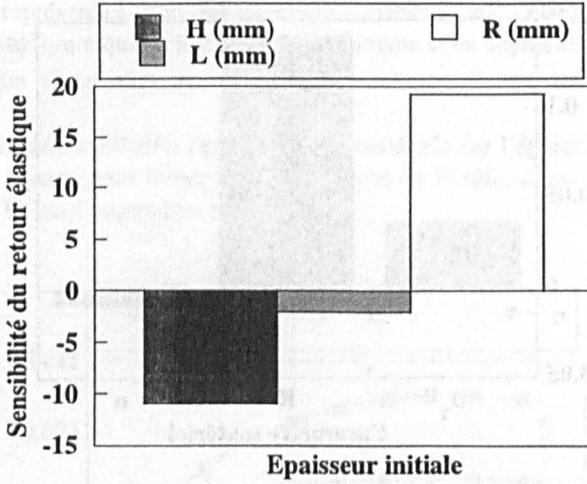


Figure 8. Sensibilité du retour élastique par rapport à l'épaisseur initiale

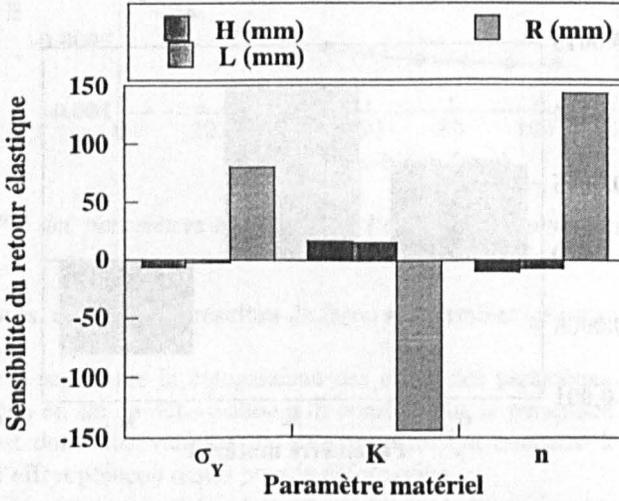


Figure 9. Sensibilité du retour élastique par rapport aux paramètres matériels

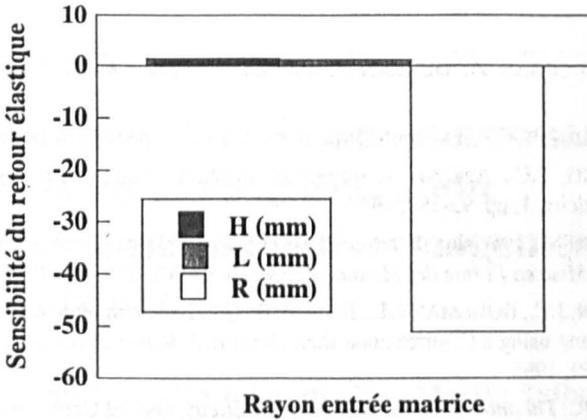


Figure 10. Sensibilité du retour élastique par rapport au rayon entrée matrice

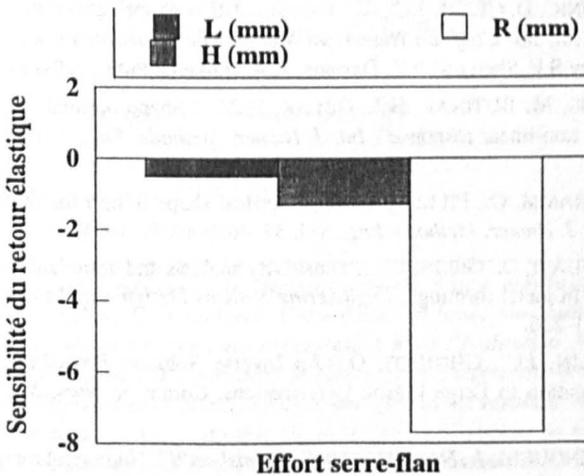


Figure 11. Sensibilité du retour élastique par rapport à l'effort serre-flan

5. Conclusions

Dans cet article, nous avons présenté une procédure de contrôle et d'optimisation du retour élastique. L'optimisation est réalisée à l'aide d'une méthode de gradient comprenant une analyse de sensibilité. Les résultats présentés montrent l'influence des propriétés matérielles et des paramètres du procédé sur les paramètres caractéristiques du retour élastique. Les résultats de cette analyse de sensibilité peuvent être utilisés directement pour l'analyse et la compréhension du procédé et fournissent déjà des indications technologiques intéressantes. Ils peuvent, de plus, servir dans une procédure d'optimisation dont la fonction objectif serait l'écart entre la géométrie de la pièce obtenue et celle désirée.

6. Bibliographie

[MAR 92] MARCINIAK Z., DUNCAN J., *Mechanics of Sheet-Metal Forming*, Edward Arnold Publ., 1992.

[GAR 58] GARDINER, F.J., The springback of metals, *Trans. ASME* 79, 1958.

[TAN 87] TANG, S.C., Analysis of springback in sheet forming operation, *Advanced Technology of Plasticity*, 1, pp. 93-197, 1987.

[BOI 90] BOIVIN M., Prédiction du retour élastique lors du pliage des tôles, dans *Physique et Mécanique de la Mise en Forme des Métaux*, Presses du CNRS, 471-480, 1990.

[GEL 95] GELIN, J.C., BOULMANE, L., BOISSE, P., Quasi-static implicit transient analyses of sheet metal forming using a C^0 three node shell element, *J. Mater. Processing Technology*, vol. 50, n° 1-4, 54-69, 1995.

[HIL 50] HILL R., *Thermomechanical Theory of Plasticity*, Oxford University Press, 1950.

[BOU 96] BOUBAKAR, L., Boulmane, L., Gelin, J.C., Finite element modelling of the stamping of anisotropic sheet metals, *Engineering Computations*, vol. 13, pp. 143-171, 1996.

[JOA 95] JOANNIC, D., GELIN, J.C., Accurate simulation of springback in 3D sheet metal forming processes, *5th Int. Conf. on Numerical Methods in Industrial Forming Processes - Numiform'95*, Ed. by S.F. Shen and P.R. Dawson, A.A. Balkema Publ., 729-735, 1995.

[KEG 95] KEGL, M., BUTINAR, B.J., OBLAK, M.M., "Shape optimal design of elastic planar frames with non-linear response", *Int. J. Numer. Methods. Eng.*, vol. 38, 3227-3242, (1995).

[SCH 94] SCHRAMM, O., PILKEY, W. D., "Optimal shape design for thin-walled beam cross-sections", *Int. J. Numer. Methods. Eng.*, vol. 37, 4039-4058, (1994).

[GHO 96] GHOUATI, O., GELIN, J.C., "Sensitivity analysis and optimization of shape and process parameters in metal forming", *Engineering Systems Design and Analysis Conference 1996*, vol. 3, pp. 221-226.

[GEL 96] GELIN, J.C., GHOUATI, O.: An Inverse Solution Procedure For Material Parameters Identification In Large Plastic Deformations, *Comm. in Num. Meth. in Eng.* 12 (1996), 161-173.

[Mak 93] MAKINOUCI, A, NAKAMACHI, E, *Numisheet'93*, Numerical methods for sheet metal forming, Tokyo, Japan, 1993.