

---

# Comportement dynamique d'un composite 3D C/C : méso-modélisation et prévision de la rupture sous choc

Olivier Allix \* — Michel Dommangeat \*\*\* — Michel Gratton \*  
Pierre-Louis Héreil \*\*

\* *Laboratoire de Mécanique et Technologie  
ENS de Cachan/CNRS/Université P. et M. Curie  
61, avenue du Président Wilson, F-94235 Cachan cedex*

\*\* *Centre d'Etude de Gramat, F-46500 Gramat*

\*\*\* *Aérospatiale les Mureaux, 96, route de Verneuil, F-78133 Les Mureaux cedex*

---

*RÉSUMÉ. Une méthodologie pour la prévision de la rupture sous choc de pièces de petites dimensions en matériaux 3D C/C est proposée. Pour ce type de sollicitations, la notion de matériau homogène équivalent est inadaptée. Aussi, nous avons choisi de modéliser et d'identifier le matériau à l'échelle de ses méso-constituants : torons et blocs de matrice. Les calculs sont également effectués à cette échelle. Le méso-modèle développé se nourrit d'informations qualitatives obtenues par des essais statiques et dynamiques mais est identifié en statique. Un outil de changement d'échelle est utilisé, de façon itérative, pour identifier les paramètres du méso-modèle (torons-blocs de matrice). Des premières simulations dynamiques d'essais d'impact plaque/plaque montrent l'intérêt de la démarche.*

*ABSTRACT. A method for the fracture prediction under dynamic loading of small structures made of a 3D Carbon/Carbon composite is proposed. Due to the length scale of the loading, the notion of homogenised material is meaningless ; our choice is to model, identify and compute the material at an intermediate or meso scale (fiber strands - matrix blocks). Our idea is that, due to the smallness of the meso scale, the previous description of the damage mechanisms should be valid even for high-rate loading. The meso-modelling is based on the static and dynamic tests. Changing scale methods are applied to identify the mesoscopic model parameters (damage-plasticity-porous) from static tests. The results of dynamic computing of plate/plate tests confirm the method.*

*MOTS-CLÉS : composites 3D Carbone/Carbone, méso-modélisation, endommagement, changement d'échelle, choc, simulations.*

*KEY WORDS: 3D Carbon/Carbon composites, meso-modelling, damage, changing scale method, shock, computation.*

---

## 1. Introduction

Ce travail mené conjointement par le Laboratoire de Mécanique et Technologie, l'Aérospatiale les Mureaux et le Centre d'Etudes de Gramat, concerne l'étude du comportement dynamique jusqu'à rupture d'un composite 3D C/C, à architecture orthogonale, appelé BLOC300. L'objectif est de prévoir la réponse de pièces de petites dimensions à des sollicitations rapides.

Les sollicitations envisagées ont des longueurs caractéristiques comparables à celles du Volume Élémentaire Représentatif du matériau. L'utilisation d'un matériau homogène équivalent est en conséquence inadaptée. Un autre aspect de cette étude est que les «contraintes de cisaillement», bien que relativement faibles par rapport à la partie sphérique des contraintes, doivent être prises en compte car elles jouent un rôle important de transfert de charge entre constituants.

Le premier point clé est alors de définir une échelle compatible, non seulement avec une description correcte du comportement, mais aussi avec une analyse dynamique structurale. Une réponse pragmatique est de déterminer une échelle caractéristique des principaux mécanismes d'endommagement. Pour les composites 3D, entre l'échelle macroscopique de la structure et l'échelle microscopique de la fibre individuelle, se distingue aisément l'échelle intermédiaire (ou méso-échelle) des torons de fibres et des différents blocs de matrice. Au niveau de ces méso-constituants, les principaux mécanismes d'endommagement apparaissent relativement uniformes (au moins pour des sollicitations quasi-statiques).

Notre idée est qu'une telle modélisation des méso-constituants – proposée dans des études antérieures sur un autre 3D C/C [LAD 84] – devrait être valable, même pour les chargements rapides envisagés. Aussi, avant d'introduire des effets temporels dans le comportement, nous avons étudié l'influence sur la réponse globale sous sollicitations dynamiques des effets dus :

- à l'hétérogénéité de la méso-structure,
- au comportement mésoscopique non-linéaire issu du statique.

Aussi, les seuls effets de vitesse introduits sont ceux, indispensables *a priori*, associés à l'usage de la viscosité artificielle.

L'objet de l'étude a donc consisté à proposer, identifier et tester une méso-modélisation dans ce cadre dynamique, en exploitant ces travaux antérieurs. La méthodologie expérimentale alors proposée [REM 84] [DUM 87], relative aux essais quasi-statiques, a été reprise. Celle-ci consiste en :

- des essais de traction-compression suivant les directions de baguette et hors axes,
- des essais sur toron seul,
- des essais de compression sur des éprouvettes dont une direction de baguette est prélevée au préalable.

Ces essais [GRA 97] permettent d'exciter les principaux mécanismes d'endommagement et d'anélasticité jusqu'à leur valeur ultime statique, et donnent également des informations sur les effets associés à la compaction. Ces derniers étant particu-

lièrement importants en dynamique, un essai œdométrique a également été réalisé [HER 97].

Après avoir défini les méso-constituants, les informations expérimentales permettant d'appréhender les grands traits de leur comportement mécanique sont présentées. L'ensemble des essais statiques et dynamiques est utilisé pour proposer une première modélisation non-linéaire des méso-constituants. Une stratégie d'identification des paramètres relatifs à la modélisation du comportement des méso-constituants a été mise en place.

Avant d'intégrer le méso-modèle dans un code de calcul tridimensionnel, avec toutes les difficultés que cela suppose, il nous a semblé intéressant de tester la validité et les limites de la démarche de façon simplifiée dans le cas d'essais plaque-plaque suivant une direction de baguette. Le matériau est schématisé comme des torons longitudinaux, associés en parallèle à une matrice dite équivalente, les transferts de charge entre les deux constituants étant assurés par le biais d'une interface. Les propriétés du toron, de la matrice équivalente et de l'interface sont déduites, notamment par simulation, de celles des méso-constituants.

Cet outil a permis de reproduire de façon satisfaisante les essais dynamiques de compression-détente soutenue, équipés d'une métrologie VISAR. Les résultats d'essais – munis d'un système de récupération permettant d'observer après l'essai les dégradations du matériau – avec impacteur épais et détente en face arrière ont été reproduits de manière satisfaisante. Un mode de rupture typiquement composite et donc inexplicable par une approche homogénéisée a été constaté. Dans le cas d'impulsions brèves, les essais n'ont pu être correctement reproduits.

## 2. Définition des méso-constituants

Le matériau possède des propriétés identiques dans deux directions, notées  $x$  et  $y$ . Les périodicités suivant  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont respectivement de 1,6, 1,6 et 0,324 mm. La cellule élémentaire est définie à partir de trois types de méso-constituants : les torons de fibres, les blocs de matrice homogènes et les blocs de matrice fissurés et poreux, les fissures présentant un plan d'orientation privilégié.

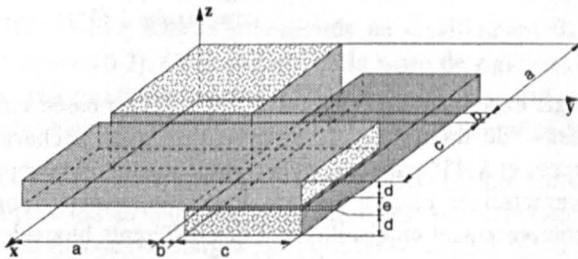


Figure 1. Représentations des torons de fibres dans les trois directions principales du 3D Carbone/Carbone «BLOC300» ; les directions  $x$  et  $y$  sont équivalentes

Les modèles de comportement, associés aux blocs de matrice homogènes et aux blocs de matrice fissurés, sont respectivement isotrope et anisotrope. Les caractéristiques géométriques des constituants de la cellule sont présentées figures 1 et 2.

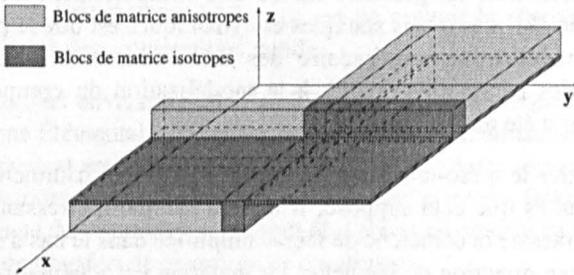


Figure 2. Représentation des méso-constituants modélisant la matrice dans les trois directions principales du BLOC300

### 3. Essais quasi-statiques et méso-modélisation du comportement non-linéaire

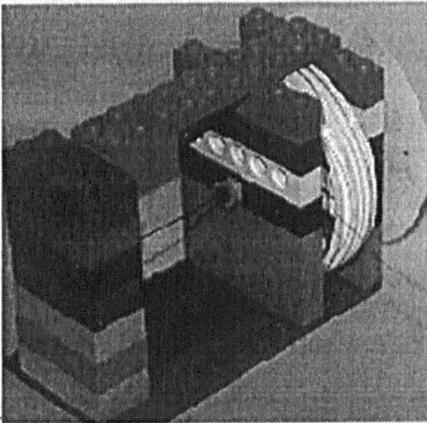


Figure 3. Dispositif expérimental de torsion sur un toron z (lego)

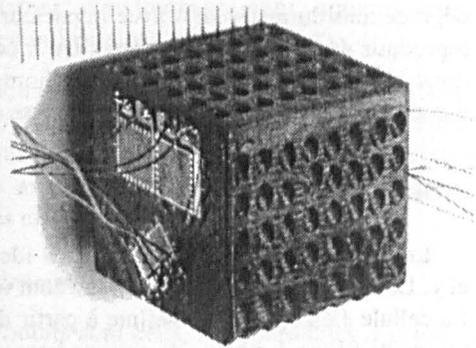


Figure 4. Éprouvette non-standard de compression à 45° (torons z ôtés)

La méthodologie expérimentale [DUM 87] [GRA 97] est basée sur l'exploitation d'essais classiques – de traction et de compression avec décharge – dans les directions des fibres et à 45° par rapport aux directions d'orthotropie. Ces essais permettent de caractériser jusqu'à rupture le comportement longitudinal des baguettes et le comportement en cisaillement des différents blocs de matrice. Des essais complémentaires, dits non-standards, visant notamment à connaître le comportement en cisaillement des torons et le comportement sous compression des différents constituants ont également été réalisés. Deux éprouvettes relatives à des essais de ce type sont présentées figures 3 et 4. Par ailleurs, un essai œdométrique

dans la direction  $z$  a été réalisé au Centre d'Etude de Gramat (figure 5). Un exemple de réponse d'une éprouvette trouée, du type de celle présentée figure 4 mais sollicitée en compression dans la direction  $z$ , est présentée figure 6.

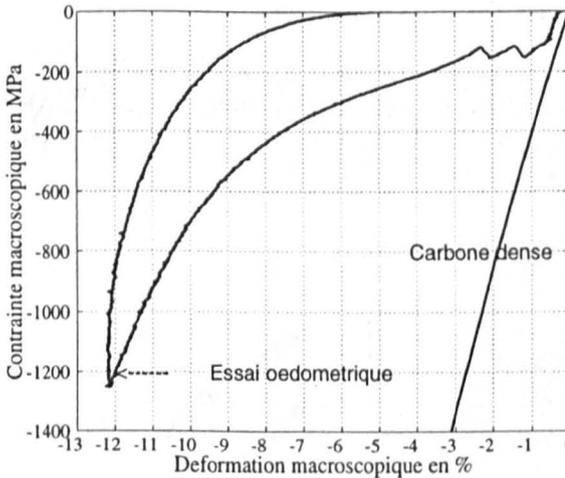


Figure 5. Essai œdométrique suivant la direction  $z$  [HER-2 97]



Figure 6. Compression de direction  $z$  (torons  $z$  ôtés)

### 3.1. Informations qualitatives issues des essais statiques

Les courbes de sensibilité liant les paramètres locaux aux paramètres globaux montrent que les modules macroscopiques suivant les différentes directions de baguette dépendent principalement du module longitudinal des baguettes. Le comportement des baguettes suivant leur axe sera donc de la même nature que celui relatif au comportement macroscopique, à savoir élastique fragile en traction et élastique endommageable en compression.

Les essais de traction et de torsion (figure 3) sur toron permettent d'accéder au coefficient de Poisson  $\nu_{13t}$  ainsi qu'au module de cisaillement  $G_{013t}$ .

Les blocs de matrice sont très sollicités en cisaillement dans les essais à  $45^\circ$  (figure 4 et figure 10.3). Compte tenu de la perte de rigidité globale observée ainsi que des déformations macroscopiques résiduelles qui apparaissent, le comportement des blocs de matrice est supposé élasto-plastique endommageable.

L'essai de compression (figure 6) sur le BLOC300 perforé sollicite les blocs de matrice en compression ainsi que les torons dans leur plan d'isotropie. Un caractère unilatéral apparaît lors des décharges ainsi que de l'élasticité non-linéaire. L'effet de la porosité est également mis en évidence. Le niveau de pression est néanmoins insuffisant, compte tenu de l'emploi du modèle en dynamique. Aussi, un essai de

compression œdométrique (figure 5), effectué par le Centre d'Etude de Gramat, complète cette information.

### 3.2. Informations qualitatives issues des essais dynamiques

Les essais dynamiques effectués au C. E. G. sur le BLOC300 sont des essais d'impact plaque/plaque équipés de différentes métrologies : interférométrie VISAR, cinématographie rapide et capteur piézoélectrique PVDF [HER 97]. D'autres essais avec récupération de l'éprouvette ont permis d'étudier la rupture.

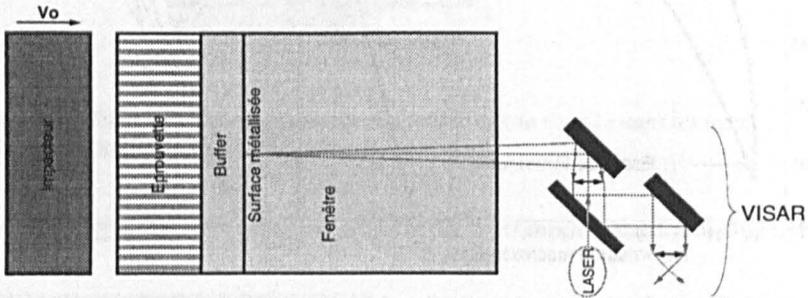


Figure 7. Configuration expérimentale des essais soutenus instrumentés VISAR

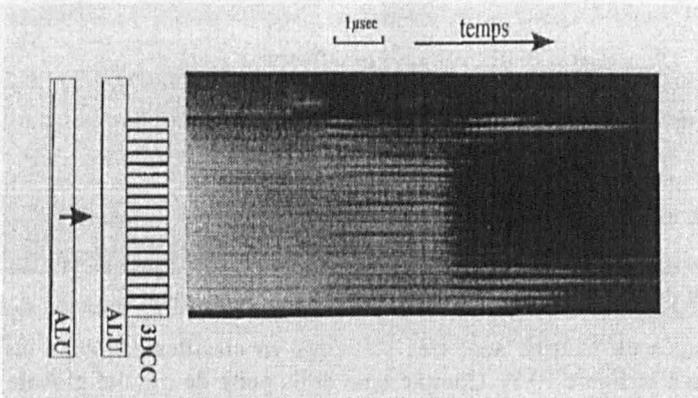


Figure 8. Caméra à balayage de fente : hétérogénéité des vitesses en face arrière

Lors d'essais avec récupération, des anneaux latéraux permettent de piéger les détentes latérales. La face arrière de l'éprouvette est libre. Dans les essais impulsionsnels, un signal triangulaire est obtenu au moyen d'une plaque d'aluminium de faible épaisseur utilisée comme impacteur collée en face avant du BLOC300. Ces essais ont été effectués sur des éprouvettes orientées suivant la direction x et suivant

la direction z. Les principaux traits qui ressortent de ces essais sont :

- l'hétérogénéité de la vitesse des ondes dans le matériau se traduisant par une dégradation inhomogène de la surface réfléchissante, lors des détente en face arrière (figure 8),
- la croissance de la célérité des ondes de choc en fonction du saut de vitesse particulière (figure 13),
- la nécessité de prendre en compte des transferts de charges dans l'interprétation du lieu de la rupture dans les torons parallèles à la direction de l'impact,
- la présence d'une rampe, précédant l'onde de choc (figure 13),
- la non-fermeture des porosités après le passage de l'onde (après récupération).

#### 4. Méso-modélisation du comportement des différents constituants

Les principaux traits des méso-constituants sont, suivant les cas, l'endommagement, l'anélasticité et la compaction, avec des effets d'anisotropie et un caractère unilatéral lié à l'ouverture ou à la refermeture des fissures. Les outils utilisés pour modéliser ces différents aspects sont présentés schématiquement dans le cas des blocs de matrice isotropes.

Les indicateurs d'**endommagement** [LAD 83] sont associés aux variations des modules de rigidités. Les variables d'endommagement, notées symboliquement  $d$ , sont uniformes sur le méso-constituant. Elles sont pilotées par la moyenne, sur le méso-constituant, du taux de restitution d'endommagement  $Y$ .

La modélisation mésoscopique de l'**anélasticité** est inspirée de celle de l'endommagement, c'est-à-dire que la variable interne traduisant les déformations plastiques cumulées est homogène par méso-constituant et pilotée par une contrainte moyenne équivalente.

Le **module de compressibilité**, pour des pressions négatives, n'est pas affecté par la variable d'endommagement (tenue de la matière confinée). Un caractère unilatéral est donc introduit en séparant l'énergie libre relative à une pression négative de celle relative à une pression positive. Dans ce dernier cas, la loi d'état est choisie de la forme courante ci-contre :

$$P = - \frac{C_0^2 \cdot \rho_0 \cdot \langle \epsilon^v \rangle_-}{(1 + a \cdot \langle \epsilon^v \rangle_-)^2}$$

où  $\rho_0$  est la densité initiale,  $C_0$  et  $a$  étant les deux coefficients de la relation linéaire  $U_s = C_0 + a \cdot U_p$ .  $U_s$  correspond à la vitesse de propagation du choc et  $U_p$  à la vitesse particulière derrière le choc. En considérant que cette relation est proche de celle relative à une transformation isotherme quasi-statique, elle relie alors la pression et la déformation volumique  $\langle \epsilon^v \rangle_-$  de manière continue.

• *Les blocs de matrice initialement isotropes* sont élasto-plastiques endommageables. Le modèle utilisé introduit uniquement une variable d'endommagement

et une variable de plasticité. L'énergie libre vaut :

$$\rho\Psi = \frac{1}{2} \frac{< \frac{1}{3} \text{Tr}[\underline{\underline{\sigma}}] >_+^2}{K(d)} + E_d (< \frac{1}{3} \text{Tr}[\underline{\underline{\sigma}}] >_-) + \frac{1}{2} \frac{\text{Tr}[\underline{\underline{\sigma}}^D \underline{\underline{\sigma}}^D]}{2G(d)} + g(p)$$

**La plasticité** est supposée isotrope et gouvernée par la partie déviatoire des contraintes. La fonction seuil s'exprime alors par :

$$F(\underline{\underline{\sigma}}, R) = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \sqrt{\frac{1}{2} \text{Tr}[\underline{\underline{\sigma}}^D \underline{\underline{\sigma}}^D]} \cdot d\Omega - R - R_0 \quad \text{où } R \text{ et } p \text{ sont des variables discrètes.}$$

Les lois d'évolution sont obtenues de façon standard. Elles s'écrivent :

$$\text{Pour } F(\underline{\underline{\sigma}}, R) = 0, \quad \dot{p} = \dot{\lambda} \text{ avec } \dot{\lambda} \geq 0.$$

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p = \frac{1}{2} \dot{\lambda} \frac{\underline{\underline{\sigma}}^D}{\sqrt{\frac{1}{2} \text{Tr}[\underline{\underline{\sigma}}^D \underline{\underline{\sigma}}^D]}} \quad \text{avec } \dot{\lambda} = \left\langle \frac{1}{2V \frac{d^2 g(p)}{dp^2}} \int_{\Omega} \frac{\text{Tr}[\underline{\underline{\sigma}}^D \underline{\underline{\dot{\sigma}}}]}{\sqrt{\frac{1}{2} \text{Tr}[\underline{\underline{\sigma}}^D \underline{\underline{\sigma}}^D]}} d\Omega \right\rangle_+$$

le multiplicateur plastique  $\dot{\lambda}$  étant déterminé à partir de la condition de consistance.

La dissipation sur un méso-constituant s'écrit :

$$\Phi(\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p, -\dot{p}, \underline{\underline{\sigma}}, R) = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \text{Tr}[\underline{\underline{\sigma}} \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p] \cdot d\Omega - R \cdot \dot{p}$$

L'évolution de l'**endommagement** piloté par sa force associée :

$$\dot{\bar{Y}} = \frac{1}{\text{Vol}(\Omega)} \int_{\Omega} \frac{\partial(\rho\Psi)}{\partial d} \Big|_{\underline{\underline{\sigma}}} d\Omega \quad \text{et } d = h(\bar{Y}) \text{ tel que } d \geq 0$$

La dissipation due à l'endommagement vaut :  $\omega = \bar{Y} \cdot \dot{d} \geq 0$

- *Le toron* est initialement isotrope transverse. Trois variables caractérisent l'endommagement. La première affecte le module longitudinal et les deux autres les modules de cisaillement. Un effet retard suivant la direction de la baguette vient compléter la modélisation. Une non-linéarité élastique est introduite dans la section.

- *Les blocs de matrice anisotropes* sont élastiques non-linéaires, plastiques et poreux, la résistance en traction suivant l'axe d'isotropie étant nulle.

### 5. Identification du comportement mésoscopique [GRA 97]

Le comportement des méso-constituants est caractérisé par différents paramètres permettant de décrire l'élasticité, l'évolution de l'anélasticité et de l'endommagement ainsi que celle des effets de compaction. Le problème est de déterminer le jeu de paramètres permettant de reproduire au mieux l'ensemble des informations expérimentales. La technique de changement d'échelle utilisée est celle des dévelop-

pements asymptotiques [PAL 74]. L'identification se fait en deux étapes distinctes sur les cellules présentées figure 9 :

- Détermination itérative du comportement élastique initial par une technique de sensibilité associée à l'outil de changement d'échelle, prenant en compte les modules élastiques macroscopiques.
- Détermination des paramètres relatifs au comportement non-linéaire après hiérarchisation des mécanismes. L'outil de changement d'échelle exploite, pas à pas, l'opérateur de comportement incrémental linéaire tangent déterminé explicitement à partir de la solution du problème au pas de déformation précédent.

La linéarisation sur l'incrément considéré des relations de comportement précédentes est effectuée :

- en adoptant un schéma temporel explicite,
- en effectuant, pour le calcul des intégrales, l'hypothèse que l'histoire des contraintes sur 2 pas de temps successifs peut être décrite de façon suffisamment précise par une évolution radiale (l'évolution finale n'étant pas, en général, radiale).

### 5.1. Contribution de l'anélasticité au comportement incrémental tangent

Le schéma Euler avant conduit en tout point  $M_0$  à :

$$\text{Si } f(\underline{\sigma}_n^{\text{eq}}) = 0 \quad d\underline{\varepsilon}_{n+1}^{\text{P}}(M_0) = \frac{\underline{\sigma}_n^{\text{D}}(M_0)}{2\underline{\sigma}_n^{\text{eq}}(M_0)} \frac{1}{V} \frac{1}{2g'_n(p)} \int_{\Omega} \frac{\text{Tr}[\underline{\sigma}_n^{\text{D}} d\underline{\sigma}_{n+1}]}{\underline{\sigma}_n^{\text{eq}}} d\Omega$$

La présence de l'intégrale fait que cette relation est non-locale et représente en fait une relation linéaire entre les champs  $d\underline{\varepsilon}_{n+1}^{\text{P}}(M)$  et  $d\underline{\sigma}_{n+1}(M)$ .

Pour calculer l'intégrale, nous faisons l'approximation d'une évolution radiale, sur deux incréments successifs, caractérisée par un facteur de proportionnalité  $\alpha$  homogène sur chaque méso-constituant (hypothèse dont on peut, *a posteriori*, vérifier la validité, mais qui est d'autant plus justifiée que les pas d'intégration sont petits). Ainsi,  $\exists \alpha$  (scalaire) tel que  $d\underline{\sigma}_{n+1}(M) = \alpha d\underline{\sigma}_n(M)$  et donc :

$$\int_{\Omega} \frac{\text{Tr}[\underline{\sigma}_n^{\text{D}} d\underline{\sigma}_{n+1}]}{\underline{\sigma}_n^{\text{eq}}} d\Omega = \alpha \int_{\Omega} \frac{\text{Tr}[\underline{\sigma}_n^{\text{D}} d\underline{\sigma}_n]}{\underline{\sigma}_n^{\text{eq}}} d\Omega \quad \text{avec } \alpha(M_0) = \frac{\text{Tr}[\underline{\sigma}_n^{\text{D}}(M_0) d\underline{\sigma}_{n+1}(M_0)]}{\text{Tr}[\underline{\sigma}_n^{\text{D}}(M_0) d\underline{\sigma}_n(M_0)]}$$

On obtient ainsi une relation incrémentale linéaire et locale liant, pour tout  $M_0$ ,  $d\underline{\sigma}_{n+1}(M_0)$  à  $d\underline{\varepsilon}_{n+1}^{\text{P}}(M_0)$  :

$$d\underline{\varepsilon}_{n+1}^{\text{P}}(M_0) = \frac{(\underline{\sigma}_n^{\text{D}}(M_0))}{2\underline{\sigma}_n^{\text{eq}}(M_0)} \frac{1}{V} \frac{1}{2g'_n(p)} \int_{\Omega} \frac{\text{Tr}[\underline{\sigma}_n^{\text{D}} d\underline{\sigma}_n]}{\sqrt{\frac{1}{2} \text{Tr}[\underline{\sigma}_n^{\text{D}} \underline{\sigma}_n^{\text{D}}]}} dV \frac{\text{Tr}[\underline{\sigma}_n^{\text{D}}(M_0) d\underline{\sigma}_{n+1}(M_0)]}{\text{Tr}[\underline{\sigma}_n^{\text{D}}(M_0) d\underline{\sigma}_n(M_0)]}$$

Relation que l'on notera :  $d\underline{\varepsilon}_{n+1}^{\text{P}}(M_0) = (\mathbf{K}_T^{\text{P}})^{-1} d\underline{\sigma}_{n+1}(M_0)$

### 5.2. Contribution de l'élasticité couplée à l'endommagement

La démarche est similaire. On obtient deux relations distinguant le cas de la traction de la compression. Pour ce dernier, la relation est :

$$\begin{aligned} \text{Si } \varepsilon_n^v < 0: \quad d\varepsilon_{n+1}^e &= \frac{-dP_{n+1}}{E_{\tau_n}} \frac{1}{1-2\nu} + \frac{d\sigma_{n+1} + dP_{n+1}}{2 \cdot G_o(1-d_{I_n})} + \left. \frac{\partial h}{\partial Y_I} \right|_n \frac{(\sigma_n + P_n)}{2 \cdot G_o(1-d_{I_n})^2} \\ & * \frac{1}{V} \left\{ \int_V \left( \frac{3\langle P_n \rangle_- dP_n}{E_o} - \frac{3P_n dP_n}{2G_o} \right) dV \frac{dP_{n+1}}{dP_n} + \int_V \left( \frac{\text{Tr}[\sigma_n d\sigma_n]}{2G_o} \right) dV \frac{\text{Tr}[\sigma_n d\sigma_{n+1}]}{\text{Tr}[\sigma_n d\sigma_n]} \right\} \end{aligned}$$

et cette relation est notée :  $d\varepsilon_{n+1}^e(M_o) = (K_T^e)^{-1} d\sigma_{n+1}(M_o)$

Ce qui permet, en tenant compte de l'anélasticité, de définir un opérateur incrémental local, c'est-à-dire tel que :

$$d\varepsilon_{n+1}(M_o) = \left( (K_T^e(M_o))^{-1} + (K_T^p(M_o))^{-1} \right) d\sigma_{n+1}(M_o)$$

La relation précédente est locale et linéaire. L'opérateur liant  $d\varepsilon_{n+1}$  à  $d\sigma_{n+1}$  est inversible. Les outils exploités dans le cadre linéaire peuvent alors être utilisés.

$$\underline{\underline{\delta\sigma}}(\underline{\underline{Y}}) = \underline{\underline{K}}_{\underline{\underline{r}}} \cdot \left( \underline{\underline{\delta\varepsilon}}(\underline{\underline{u}}_1) + \underline{\underline{\delta\varepsilon}}_{=o} \right) \text{ avec } \underline{\underline{K}}_{\underline{\underline{r}}} \text{ périodique en } \underline{\underline{Y}}$$

où  $\underline{\underline{\delta\sigma}}(\underline{\underline{Y}})$ ,  $\underline{\underline{\delta\varepsilon}}_{=o}$  et  $\left( \underline{\underline{\delta\varepsilon}}_{=o} + \underline{\underline{\delta\varepsilon}}(\underline{\underline{u}}_1) \right)$  sont respectivement l'incrément de contrainte, l'incrément de déformation macroscopique et l'incrément de déformation.

### 5.3. Mailles élémentaires, changement d'échelle et identification des paramètres de comportement

Les deux cellules élémentaires (1/8<sup>e</sup> de maille) différentes sur lesquelles ont été effectués les calculs de changement d'échelle sont présentées figure 9. La première est relative aux essais standards et la seconde aux essais non-standards. L'identification des paramètres caractérisant le comportement non-linéaire se fait par comparaison essais/calculs sur les différents essais en exploitant toutes les informations issues du statique.

- La détermination des paramètres relatifs au comportement élastoplastique endommageable de la matrice est réalisée à partir de la courbe 10.1.
- L'identification du comportement compaction des différents constituants est effectuée sur la courbe 10.2 et la courbe relative à l'essai œdométrique.
- Les paramètres relatifs au comportement non-linéaire des torons sous sollicitation de cisaillement sont déterminés à partir de la courbe 10.3.

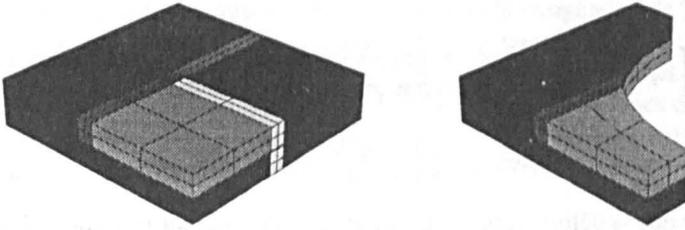
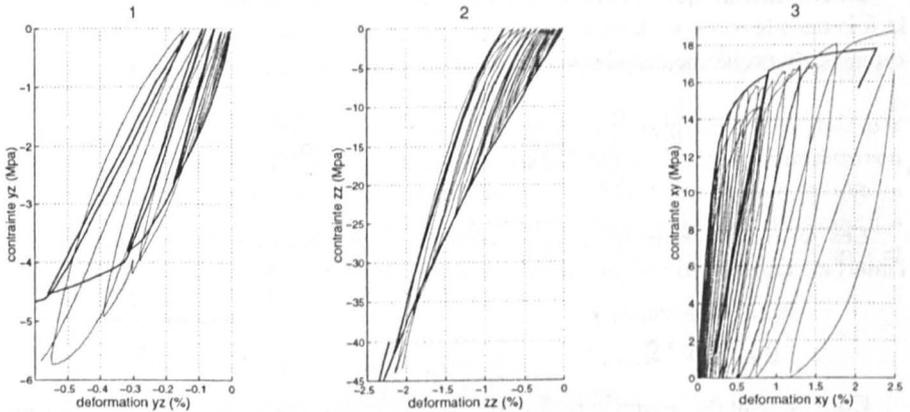


Figure 9. Maillages des cellules élémentaires



Compression à  $45^\circ$  dans le plan d'orthotropie yz torons z ôtés

Compression de direction z torons z ôtés

Traction/compression à  $45^\circ$  dans le plan d'orthotropie xy

Figure 10. Simulation (traits forts) et essais (traits fins)

## 6. Dynamique : comparaisons essais/calculs

### 6.1. Modélisation de la configuration expérimentale

L'état de déformation lors d'essais d'impacts plaque/plaque sur des matériaux homogènes est uniaxial avant l'arrivée des détente latérales. Dans le cas du BLOC300 impacté suivant une direction de baguette, c'est la déformation moyenne qui est uniaxiale. Une modélisation simplifiée basée sur une hypothèse de propagation uniaxiale des ondes, l'état de contrainte étant lui multiaxial, a été effectuée. Dans chaque plan orthogonal à la direction de l'impact  $z$ , nous supposons un état de contrainte et de déformation homogène dans le toron et dans la matrice équivalente (toute la matière privée du toron longitudinal). De plus, l'effet des termes d'inertie transverses sur l'état de contrainte transverse est supposé négligeable devant l'effet des termes d'inertie dans la direction  $z$ , sur l'état de contrainte longitudinale. Les termes d'inertie transverses seront en conséquence

négligés :

$$\int_T \ddot{u}_x dt \approx \int_T \ddot{u}_y dt \ll \int_T \ddot{u}_z dt \quad \text{où } T \text{ correspond au temps de mise en équilibre transverse au sein de la cellule}$$

On imposera de plus que :  $\frac{1}{S} \int_S \underline{\underline{\epsilon}} dS = \langle \underline{\underline{\epsilon}} \rangle = A \underline{z}^t \underline{z}$

c'est-à-dire que la déformation est uniaxiale en moyenne sur la section transversale à la direction de l'impact. En présence d'une interface, cette condition est complétée par la condition :  $[[\underline{u}]] = [[u_z]] \underline{z}$

En considérant que la contrainte dans le plan (x,y) est relativement homogène à la fois dans le toron et dans la matrice et que le terme  $\sigma_{xy}$  est très faible de par la symétrie du problème dans le plan (x,y), il en résulte que :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & 0 & \sigma_{xz} \\ 0 & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & * \end{pmatrix}_{\text{matrice}} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & 0 & \sigma_{xz} \\ 0 & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & * \end{pmatrix}_{\text{toron}}$$

Les termes d'inertie transverses étant négligés, les conditions d'équilibre à l'interface toron/matrice équivalente entraînent sur le bord de ces deux constituants :

Faces de normale $\underline{x}$ :	Faces de normale $\underline{y}$ :
$\underline{\underline{\sigma}}_{\text{matrice}} \underline{x} = \underline{\underline{\sigma}}_{\text{toron}} \underline{x}$	$\underline{\underline{\sigma}}_{\text{matrice}} \underline{y} = \underline{\underline{\sigma}}_{\text{toron}} \underline{y}$

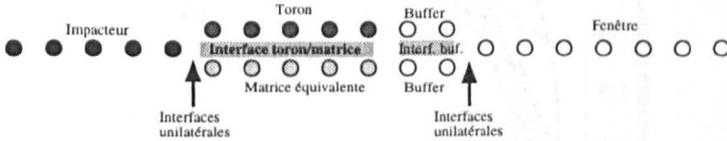
Compte tenu de l'hypothèse de transformation infinitésimale, et en restreignant l'exploitation du principe des puissances virtuelles à des champs virtuels ayant les mêmes propriétés que les champs réels ( $\underline{\underline{\epsilon}}^* = \langle \underline{\underline{\epsilon}}^* \rangle = \dot{\epsilon}_{zz} \underline{z}^t \underline{z}$ ), ce dernier s'écrit, à partir du taux de déformation linéarisée et dans la configuration initiale, suivant l'axe  $\underline{z}$  :

$$\begin{aligned} & - \int_0^L (S_m \sigma_{zz}^m \dot{u}_{z,z}^{m*} + S_t \sigma_{zz}^t \dot{u}_{z,z}^{t*}) dz - \int_{\Gamma_0} (\underline{\underline{\sigma}}_{\underline{n}}) \underline{z} [[\dot{u}_z^*]] d\Gamma_0 + P_e^* \\ & = \int_0^L (\rho_m S_m \ddot{u}_{z,z}^m \dot{u}_{z,z}^{m*} + \rho_t S_t \ddot{u}_{z,z}^t \dot{u}_{z,z}^{t*}) dz \end{aligned}$$

où ( $\underline{n} = \pm \underline{x}$ ,  $\underline{n} = \pm \underline{y}$ ) et où les quantités repérées par m et t sont associées respectivement à la matrice et au toron. Cette équation d'équilibre est complétée par les relations suivantes qui, associées aux relations de comportement, permettent de déduire l'état de contrainte dans le toron et la matrice équivalente :

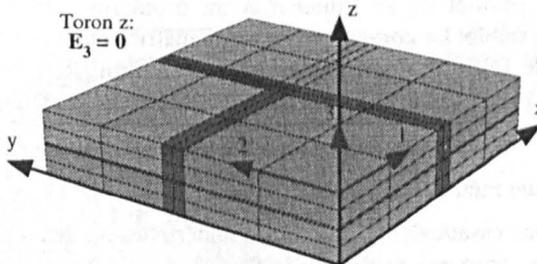
$$\begin{cases} \langle \underline{\underline{\epsilon}} \rangle = \epsilon_{zz} \underline{z}^t \underline{z} \\ \underline{\underline{\sigma}} \text{ et } \underline{\underline{\epsilon}} : \text{uniformes sur chaque méso-constituant} \\ \sigma_{xx}^m = \sigma_{xx}^t, \quad \sigma_{xy}^m = \sigma_{xy}^t, \quad \sigma_{yy}^m = \sigma_{yy}^t, \\ \sigma_{xz}^m = \sigma_{xz}^t = \tau_x; \quad \sigma_{yz}^m = \sigma_{yz}^t = \tau_y \quad (\underline{\tau} : \text{contrainte de cisaillement interfaciale}) \end{cases}$$

Dans [GRA 97], il est montré que les effets dus à l'hétérogénéité de la matrice équivalente sont négligeables, pour des essais suivant une direction de baguette, devant les effets de compaction et pour les sollicitations considérées. Les propriétés de l'interface toron/matrice équivalente sont déduites de celles des blocs de matrice. Pour tenir compte des grands déplacements, un modèle de frottement a été introduit au niveau de l'interface. La discrétisation spatiale du problème est alors la suivante :



## 6.2. Comportement de la matrice équivalente et du toron ; contrainte interfaciale

La détermination du comportement de la matrice équivalente se fait par l'intermédiaire du calcul de changement d'échelle figure 11. Les paramètres du modèle de comportement homogène introduit sont calés de manière à ce que la réponse  $(\sigma, \epsilon)$  soit très proche de la réponse obtenue par changement d'échelle. La figure 12 compare l'essai œdométrique, la simulation suivant les deux directions  $x$  et  $z$ , et la modélisation homogène introduite.



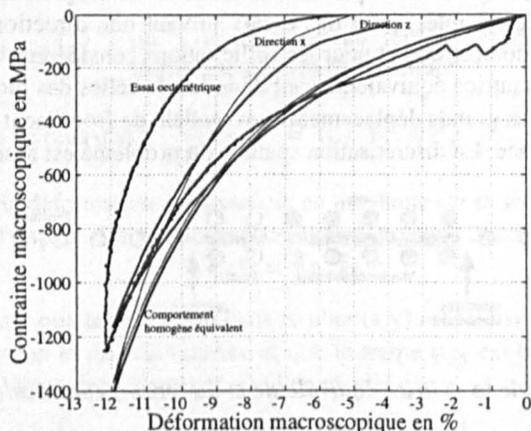
Comportement macroscopique de la matrice équivalente suivant la direction  $z$

**Figure 11.** Détermination du comportement de la matrice équivalente

Pour reproduire la situation d'une matrice équivalente soumise à une compression et confinée transversalement par le toron longitudinal, le terme de souplesse  $K^{-1}_{3333} - 3$ : axe de la baguette – a été pris très grand dans la simulation (rigidité nulle) et les caractéristiques transversales conservées (figure 11).

Dans le plan orthogonal à la direction de l'impact, la pression interfaciale est déterminée à partir de ce même calcul statique sur la cellule soumise à une sollicitation macroscopique suivant une direction de baguette. Elle est associée à la contrainte transverse  $\sigma_T$  dans la matrice et reliée de manière approchée à la contrainte longitudinale dans la matrice équivalente :

- $\sigma_T = 0,22 \sigma_{mzz}$  dans le cas d'une compression dans la direction  $z$
- $\sigma_T = 0,43 \sigma_{mxx}$  dans le cas d'une compression dans la direction  $x$



**Figure 12.** Comparisons : essai œdométrique – simulations sur la cellule – modélisation homogène

### 6.3. Simulations des essais d'impacts

Le schéma en temps est celui des différences centrées. Une condensation de la matrice de masse permet de se ramener à un problème totalement explicite conditionnellement stable. Le comportement de la matrice étant compaccifiant, de la viscosité artificielle [NEU 50] est introduite pour traduire la physique du choc [RAY 10]. Celle-ci est calée de manière à suivre la droite de Rayleigh [JAU 71] lors de la discontinuité.

- Essais équipés d'une métrologie VISAR (figure 13)

Les comparaisons essai/calcul des vitesses matérielles au dos du Buffer, pour 3 vitesses d'impacteur, sont présentées sur la fig. 13. Le projectile et la fenêtre sont supposés élastiques linéaires dans la gamme de vitesse envisagée. Par ailleurs, le comportement du buffer a été déterminé à partir d'une analyse de sensibilité [GRA 97]. Les résultats nous semblent satisfaisants et confirment l'intérêt de l'approche statique proposée, notamment en ce qui concerne la description du comportement de compression de la matrice équivalente.

- Essais avec récupération (figure 14)

Les éprouvettes impactées avec un projectile épais présentent un plan principal de rupture ressemblant à de l'écaillage. Les simulations permettent de retrouver cette zone de rupture qui semble être associée à une tension dans les torons de fibres longitudinaux. Cette tension résulte du croisement de l'onde de compression dans la matrice (qui confine le toron) et de l'onde de détente dans le toron (figure 15).

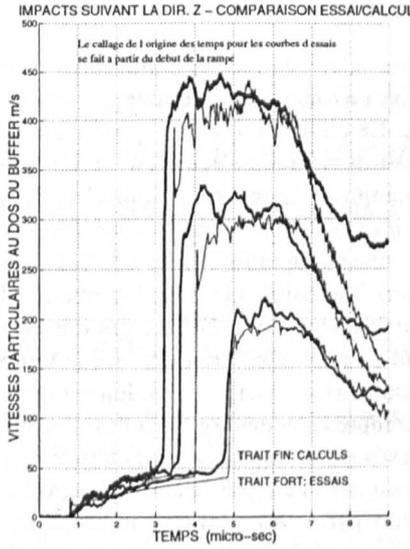


Figure 13. Comparaisons essai-calcul de la vitesse particulaire de la surface métallisée

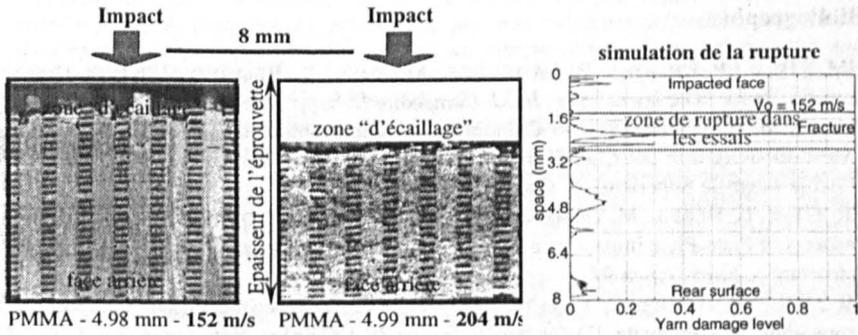


Figure 14. Comparaisons des plans de rupture expérimentaux et simulés

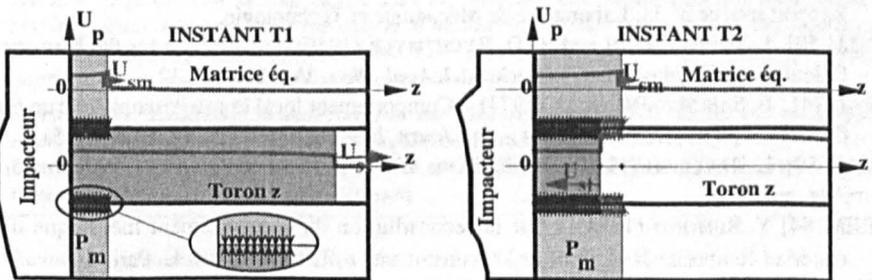


Figure 15. Mécanisme de rupture des torons longitudinaux

## 7. Conclusion et perspectives

La méthode proposée pour l'étude des composites tridirectionnels sous choc allant de la modélisation des méso-constituants jusqu'à la simulation donne des résultats encourageants. Le choix de l'échelle propre au matériau pour décrire le comportement statique et dynamique s'avère en être le point clé ; aucun effet de vitesse propre à la dynamique n'a encore été introduit dans le comportement. La célérité des ondes dans les constituants ainsi que les vitesses particulières sont bien reproduites ainsi que la zone de rupture.

Néanmoins, des essais impulsions complémentaires (de l'ordre de 4 GPa sur 1  $\mu$ s) [HER 97] n'ont pu être reproduits. Différentes raisons ouvrant de nombreuses perspectives à ce travail peuvent être avancées. La non refermeture des pores du matériau après essai montre la nécessité d'introduire un effet de vitesse dans cette dernière. La tenue en compression des torons à des niveaux de contrainte dix fois supérieurs à ceux observés en statique doit être étudiée. Un mécanisme de micro-flambage est très certainement à l'origine de cette dépendance de la limite de rupture au temps de sollicitation [SLA 96]. Enfin, une modélisation tridimensionnelle semble indispensable pour pouvoir décrire plus finement le buffer et le projectile, et pour pouvoir simuler les essais hors direction de baguette.

## 8. Bibliographie

- [DUM 87] J.P. DUMONT, P. LADEVÈZE, M. POSS, Y. RÉMOND (1987). « Damage mechanics for 3D composites », *Int. J. Composite II*, 8, pp. 119-141.
- [GRA 97] M. GRATTON, 1998. « Comportement d'un composite 3D Carbone/Carbone : Méso-modélisation pour la prévision de la réponse sous choc », Thèse de doctorat de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, à paraître.
- [HER 97] P. L. HÉREIL, M. DOMMANGET, O. ALLIX, M. GRATTON (1997). « Experimental aspects of Plate-Plate impact on a 3D Carbon/Carbon Composites: influence of the meso-structure », *Euro-Dymat 97*, Toledo, Spain, 22-26 Sept. 1997.
- [HER-2 97] P. L. HÉREIL, Y. SARRANT, 1997, « Etude expérimentale du comportement sous choc du composite 3D Carbone/Carbone BLOC300 », Note technique T 96 - 67 (n° 019/CEG/DM/DR), Centre d'Etude de Gramat, janv.
- [JAU 71] A. L. JAUMOTTE (1971). *Chocs et ondes de choc*, Ed. Masson.
- [LAD 83] P. LADEVÈZE (1983), « Sur une théorie de l'endommagement anisotrope », Rapport interne n° 34, Laboratoire de Mécanique et Technologie.
- [NEU 50] J. VONNEUMANN and R. D. RYCHTMER (1950). « A Method for the Numerical Calculation of Hydrodynamic Shocks », *J. Appl. Phys.* Vol. 21, pp. 232.
- [PAL 74] E. SANCHEZ-PALENCIA (1974) « Comportement local et macroscopique d'un type de milieux physiques hétérogènes », *Int. Journ. Eng. Science* - Vol. 12, pp. 331-351.
- [RAY 50] L. RAYLEIGH (1910) « Aerial Plane Waves of Finite Amplitude », *Proc.Roy.Soc. A84*, pp. 247.
- [REM 84] Y. RÉMOND (1984) « Sur la reconstitution du comportement mécanique d'un matériau composite 3D à partir de ses constituants », Thèse de 3<sup>e</sup> cycle, Paris 6.
- [SLA 96] W. SLAUGHTER, J. FAN and N. A. FLECK, 1996, « Dynamic compressive failure of fiber composites », *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 44, N° 11, pp. 1867-1890.