
Maillage automatique tridimensionnel par une technique frontale et respect d'une carte de tailles

Alain Rassineux

ERIN-ESSTIN

Université Henri Poincaré, Nancy 1

2, rue Jean Lamour, 54500 Vandœuvre-les-Nancy

rassineux@erin.esstin.u-nancy.fr

RÉSUMÉ. Un nouvel algorithme de maillage automatique tridimensionnel et des procédures d'optimisation de maillage sont présentés. L'objectif est d'obtenir des maillages en tétraèdres respectant une carte de tailles de maille et possédant des caractéristiques de forme correspondant à un critère défini a priori. Les procédures d'optimisation reposent sur l'utilisation locale de l'algorithme frontal utilisé pour mailler l'ensemble du volume. La technique d'optimisation de maillage présentée consiste à extraire du volume maillé en tétraèdres des sous-volumes et à remailler ces sous-volumes en essayant d'augmenter leur qualité. Les sous-volumes sont construits en déterminant l'ensemble des tétraèdres partageant un même nœud, une même arête ou une même face. Au cours du processus, des nœuds internes peuvent être créés ou détruits.

ABSTRACT. We introduce both a new 3D mesh generator and mesh optimization procedures. The purpose of the meshing technique is to achieve a specified size mesh inside the volume while ensuring the quality of the mesh with respect to a specified element shape criterion. The procedures developed make natural local use of the advancing-front algorithm used to mesh the whole volume. The optimization method presented here involves extracting shells from the tetrahedral mesh, and remeshing these sub-volumes while improving their quality. These sub-volumes are constructed by detection of the set of tetrahedrons sharing a node, an edge or a face. Internal nodes can be created or deleted during the process.

MOTS-CLÉS : maillage automatique, méthode frontale, optimisation de maillage.

KEY WORDS : automatic mesh generation, advancing front technique, mesh optimization.

Notation et symboles

F ou F_i	Face d'un élément
$h(x,y,z)$	Fonctionnelle de description de la taille de maille au point de coordonnées cartésiennes x, y, z
N ou N_i	Nœud
n ou n_i	Vecteur normal à une face
P, P_i	Point de l'espace
r, R	Rayon
T ou T_i	Triangle ou tétraèdre
ABC	Face triangulaire composée des nœuds A, B, C

Une boule de tétraèdres connectés au point P est l'ensemble des tétraèdres dont un sommet est P.

Une coquille est l'ensemble des faces constituant l'enveloppe d'un volume.

1. Introduction

Au cours d'un processus d'adaptation de maillage, l'utilisation de critères d'analyse d'erreur a posteriori permet de réduire les interventions de l'utilisateur aux seules étapes de modélisation géométrique et mécanique tout en assurant la fiabilité des résultats de l'analyse [ZIE87], [LAD91], [SCI94]. Ces procédures mènent à la détermination du maillage optimal par calcul d'un coefficient local de modification de taille déterminé en chaque élément ou en chaque nœud. Cette optimisation permet ensuite de construire une nouvelle carte de tailles de maille à respecter. Ainsi, la capacité d'un mailleur à respecter une carte de tailles devient un critère de choix. L'objectif de notre recherche est d'obtenir des maillages en tétraèdres respectant une carte de tailles de maille et possédant des caractéristiques de forme correspondant à un critère défini a priori.

Le respect d'une carte de tailles dans le plan a fait l'objet de nombreuses publications. George présente une méthode de Voronoï gouvernée par une carte de tailles [GEO94]. Une alternative de cette méthode couplant une méthode de génération de nœuds par une technique de quadtree et une triangulation par une technique frontale a été élaborée [RAS95]. L'application des mêmes techniques aux maillages volumiques est beaucoup plus complexe. Il est en effet difficile d'intégrer des critères de qualité géométrique, des critères de qualité liés à la taille des éléments et d'assurer la convergence de l'algorithme.

Les méthodes frontales ont fait l'objet de nombreuses publications [LÖH88], [LO91], [LÖH91], [PER91], [JIN93], [RAS95]. L'un des objectifs de cet article est de montrer que la gestion du front de maillage suivant des critères de qualité permet d'apporter de solides garanties quant à la convergence de la méthode. De plus, peu de publications ont abordé le respect d'une carte de tailles de maille tridimensionnelle [GEO93] et l'utilisation de la méthode frontale à des fins d'optimisation de maillage suivant un critère de forme et de taille d'élément n'a jamais été présentée.

La réussite de la méthode repose sur les idées suivantes :

- Les nœuds sont créés a priori par une méthode d'octree. Des nœuds peuvent être néanmoins créés pendant le processus de connexion afin de résoudre certaines configurations délicates. La génération du nuage de nœuds par octree permet un contrôle local du maillage très performant.
- Plusieurs fronts sont créés suivant l'ordre de priorité des faces actives. Le principe consiste à construire en priorité les tétraèdres de meilleure qualité afin d'éviter que les plus mauvais éléments ne viennent ralentir ou empêcher la convergence de l'algorithme.
- L'utilisation d'un historique de création des éléments permet d'éviter les phénomènes de réduction de poches et une génération intempestive de nœuds.
- En cas de non-convergence, des éléments sont détruits. Les cycles de construction/destruction sont gérés efficacement pour éviter les boucles infinies.
- Un critère de qualité à atteindre est fixé a priori. La valeur du critère est suffisamment élevée pour éviter les problèmes de précision dans les tests d'intersections mais permet néanmoins d'assurer la convergence de l'algorithme.
- Le processus d'optimisation de forme et de taille du maillage est itératif. Son principe repose sur l'utilisation locale de l'algorithme utilisé pour mailler l'ensemble du volume.

2. Qualité de maillage

L'objectif de ce paragraphe est de définir les critères de qualité de forme et de taille d'un élément (triangle ou tétraèdre).

Le critère de qualité de forme d'un élément T est donné par :

$$Q_f(T) = \alpha \frac{\rho}{h} \quad \text{et} \quad 0 \leq Q_f(T) \leq 1 \quad [1]$$

où h désigne la longueur de la plus grande arête de l'élément.

ρ est le rayon du cercle ou de la sphère inscrite à l'élément et α est un coefficient tel que la qualité d'un élément équilatéral soit 1.

Le critère de qualité de taille d'une arête A est défini par :

$$Q_t(A) = \min\left(\frac{h_{th}}{h}, \frac{h}{h_{th}}\right) \quad \text{et} \quad 0 \leq Q_t(A) \leq 1 \quad [2]$$

où h désigne la longueur de l'arête et h_{th} , la valeur de la fonction densité calculée au milieu de cette arête.

Ainsi, le critère de qualité de taille d'un tétraèdre T est donné par la plus faible qualité des 6 arêtes de l'élément, soit :

$$Q_t(T) = \min(Q_t(A_i))_{i=1,6} \quad [3]$$

3. Méthode frontale

La méthode frontale et ses principales difficultés sont présentées.

3.1. Présentation de la méthode

La méthode frontale est souvent opposée aux techniques de maillage de type Voronoï/Delaunay [CAV95], [SCH90], [GEO91] reposant sur une base mathématique démontrable. Cependant, si dans le plan, la triangulation de Delaunay conduit à un maillage de qualité optimale [JOE91], l'utilisation du critère de Delaunay dans l'espace ne permet pas d'obtenir systématiquement un maillage de qualité ou respectant la frontière. En effet, l'approche Voronoï/Delaunay repose sur la triangulation d'un nuage de points et le maillage final ne contient pas nécessairement les arêtes et les faces de la frontière. Un post-traitement complexe [GEO91] doit être appliqué pour retrouver les faces ou les arêtes perdues. De plus, un des problèmes de la méthode est l'élimination des éléments aplatis créés pendant la triangulation (slivers [CAV85]). Néanmoins, des solutions convaincantes à ces problèmes ont été présentées.

Nous avons constaté, et de nombreuses publications le prouvent, que la part laissée au hasard au cours de l'élaboration d'une méthode frontale peut être très réduite si l'absence de critère de connexion dans l'espace est compensé par des heuristiques efficaces de recherche des nœuds candidats et de gestion du front.

La méthode frontale permet un recouvrement du domaine à partir des faces du volume enveloppe. Le volume-enveloppe est formé d'une surface extérieure et d'éventuelles surfaces intérieures. Les faces du volume-enveloppe sont orientées afin que les normales pointent vers l'intérieur du volume [LO91]. Les nœuds peuvent être générés avant ou pendant la triangulation. Le front est initialisé sur la frontière du domaine. L'algorithme est itératif.

Tant que le front n'est pas vide :

1. Choisir un élément du front.
2. Rechercher les points proches de cet élément ou créer un point idéal.
3. Trier ces points en fonction de priorités à définir (qualité, convergence).
4. Créer le tétraèdre avec le premier point qui satisfait aux tests de validité.
5. Mettre à jour le front.

La création d'un élément à partir d'un constituant du front et d'un réseau de nœuds donné est toujours possible dans le plan. En revanche, le respect des faces et les intersections rendent cette opération souvent impossible en 3D. L'exemple de la Figure 1, pourtant très simple, illustre bien l'un des principaux points de blocage de la méthode frontale.

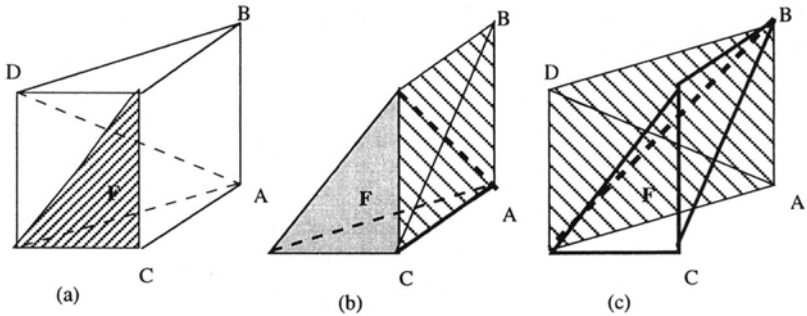


Figure 1. Configuration délicate de la méthode frontale, "cas du prisme"

L'objet à mailler est un prisme (Figure 1a). Les faces du volume enveloppe sont imposées. F désigne la face courante du front. Le nœud D n'est pas candidat car le tétraèdre créé est aplati. Le nœud A ne peut être choisi car l'arête BC est coupée (Figure 1b). De même, le nœud B ne peut être choisi car l'arête AD est coupée (Figure 1c). La solution consiste à créer un nœud à l'intérieur du prisme.

Cette configuration se présente fréquemment au cours du maillage. Si le polyèdre à maillé n'est pas "étoilé" par rapport au point (le nœud généré n'est pas "vu" par toutes les faces de la coquille), une autre solution doit être envisagée. Si la coquille à mailler est aplatie, la génération d'un nœud interne donne naissance à des éléments de très mauvaise qualité. Une solution efficace consiste alors à détruire les éléments qui empêchent la poursuite du processus de création des tétraèdres [LÖH92] ou encore à détruire les éléments qui ont donné naissance au problème.

Un autre problème des algorithmes frontaux est la non-convergence due aux phénomènes de réduction de poches et la génération intempestive de nœuds. Au cours du processus de maillage, il se peut que l'algorithme soit contraint de générer un nœud pour débloquer une situation analogue à celle du prisme traitée précédemment. De nouvelles faces sont alors créées et de nouveaux cas de blocage peuvent apparaître (Figure 2).

Quand aucun nœud candidat ne peut être trouvé à proximité de la face (présence de faces gênantes, vis-à-vis de faces trop proches), un nœud est généré à une distance suffisamment proche pour éviter les intersections avec les autres faces du front. Les faces créées sont plus petites que la face ayant servi de support à la création de l'élément. Si la même configuration se reproduit, le volume des tétraèdres créés diminue rapidement et une suite infinie de tétraèdres s'enroulant autour d'un point ou d'une arête mais ne se coupant pas peut être construite. Un simple examen de la qualité des éléments ne suffit pas à détecter la boucle infinie. En effet, dans de nombreux cas le volume diminue mais la qualité des éléments reste acceptable.

Nous avons observé que l'ordre dans lequel les faces du front sont activées a une influence considérable sur la convergence et la qualité du maillage. Cependant, le point le plus négligé des méthodes par avancée de front dans l'espace est la gestion du front lui-même. L'organisation du front est pourtant l'une des clés de la réussite de la méthode frontale. Les faces du front sont traditionnellement classées par ordre de taille croissante afin que la construction des éléments les plus grands ne viennent pas perturber la création des plus petits. Hormis cette précaution essentielle, la difficulté de la méthode frontale est souvent systématiquement reportée sur la recherche du

nœud candidat. La méthode proposée permet d'améliorer la qualité du maillage et la vitesse de convergence de l'algorithme.

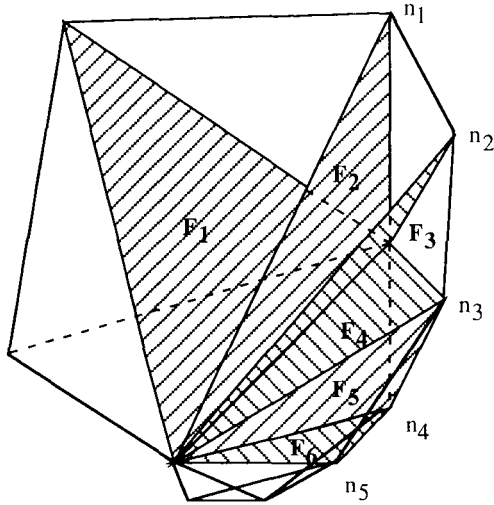


Figure 2. *Phénomène de réduction de poches. Une suite infinie de tétraèdres est créée. Ces tétraèdres s'enroulent autour d'une arête ou d'un point*

4. Création des nœuds par une méthode d'octree

Les nœuds du maillage sont créés a priori à l'aide d'un arbre octal [SCH90]. La racine de l'arbre est un cube englobant le nuage des points de l'enveloppe du volume. L'arbre est construit par insertion successive de points pondérés. Les octants sont découpés suivant un processus récursif jusqu'au niveau où le rapport entre la taille de l'octant contenant le point et la densité imposée au point atteint une valeur choisie par l'utilisateur (par défaut, le rapport de taille est fixé à 2). Une fois que tous les points pondérés ont été introduits, l'arbre est équilibré afin que le rapport de taille entre deux octants voisins soit limité à 2. Notons que la notion d'octants voisins n'est pas limitée au partage d'une arête ou d'une face. Deux octants sont dits voisins s'il partagent un nœud.

Si le mailleur est utilisé sans contrainte sur la taille des éléments, les points permettant de construire l'arbre sont les nœuds du volume-enveloppe pondérés par la moyenne de longueur d'arête au nœud. Si le mailleur est utilisé avec respect de taille dans un contexte d'adaptation de maillage, les points de découpage de l'octree sont d'une part, les nœuds du nouveau maillage adapté du volume-enveloppe (on considère que le maillage de la peau respecte la nouvelle densité prescrite par l'analyse) et d'autre part, les nœuds intérieurs du maillage volumique initial pondérés par la taille fournie par les estimateurs d'erreur.

Une fois que l'octree est construit, les nœuds du maillage sont créés aux sommets des feuilles de l'arbre.

5. Mécanismes de base

Les mécanismes élémentaires de création et de destruction de faces sont passés en revue. Le front est initialisé sur la frontière du domaine. Au départ, toutes les faces sont actives. Les faces supprimées du front sont passives. Le front est l'ensemble des faces actives. La cardinalité d'un nœud est le nombre de faces actives connectées à un nœud. Les nœuds libres (reliés à aucune face) générés à l'intérieur du volume ont une cardinalité nulle. Au cours du processus, certains nœuds sont absorbés par la matière et leur cardinalité s'annule. Ces nœuds ne sont reliés à aucune face active. Les nœuds "absorbés" par la matière, donc de cardinalité nulle, ne sont pas traités lors de la recherche des nœuds candidats. Afin de différencier ces points des nœuds libres, candidats potentiels, la cardinalité des nœuds "absorbés" par le front est fixée à une valeur négative.

5.1. Création d'un tétraèdre

La création d'un tétraèdre mène à la création d'au plus trois faces. Les faces adjacentes à la face courante et contenant le point candidat sont éliminées du front. La face courante est éliminée du front. La cardinalité des nœuds appartenant à une nouvelle face créée est incrémentée. Celle des nœuds appartenant à une face éliminée du front est décrémentée. Le mécanisme est représenté en Figure 3.

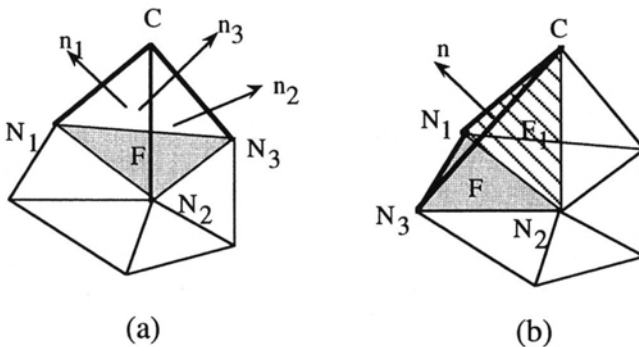


Figure 3. Création d'un tétraèdre

(a) F est une face du front. Le tétraèdre (F, C) est créé. La face F est supprimée du front. La cardinalité des nœuds N_1 , N_2 , N_3 est décrémentée. Trois nouvelles faces N_1N_2C , N_2N_3C et N_1N_3C sont créées. Les normales aux nouvelles faces sont orientées vers la matière et la cardinalité des nœuds des nouvelles faces est incrémentée.

(b) F est une face du front. C est un nœud candidat. Le tétraèdre (F, C) est créé avec la face adjacente F_1 . Les faces F et F_1 sont supprimées du front. Deux nouvelles faces orientées vers la matière N_3N_2C et N_1N_3C sont créées.

5.2. Destruction d'un tétraèdre

Quand un tétraèdre est détruit, les faces du front n'appartenant pas à la frontière et connectées à ce seul tétraèdre sont détruites. Les faces de la frontière appartenant au tétraèdre (et à ce seul tétraèdre car une face de la peau ne peut appartenir qu'à un tétraèdre) doivent être "réactivées". Les faces du tétraèdre détruit appartenant à un autre tétraèdre (face adjacente à deux tétraèdres) doivent être aussi réactivées.

La normale à la face doit être dirigée dans la direction du nœud appartenant au tétraèdre détruit mais n'appartenant pas à la face. Pour orienter la normale dans la direction opposée, il suffit d'invertir les deux derniers nœuds de la face. Ce mécanisme est illustré en Figure 4.

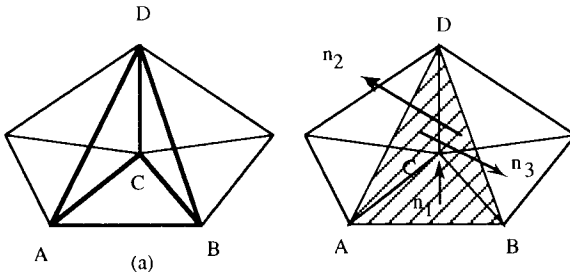


Figure 4. Destruction d'un tétraèdre

(a) On veut détruire le tétraèdre ABCD. Le nœud C n'est pas connectable. Les faces qui appartiennent au front doivent être détruites. La face ABC est une face de peau. La seule face du front est la face ABD. Les faces ADC et CDB ont été supprimées du front quand les tétraèdres adjacents ont été construits.

(b) Le tétraèdre ABCD est détruit. L'orientation de la face ABC est inchangée car la face appartient à la frontière. En revanche, l'orientation des faces intérieures doit être contrôlée afin que la normale pointe vers l'extérieur. La face ADC est transformée en ACD, la face CDB en CBD. Le nœud C est réactivé. A la fin du processus, le nœud C est relié à 3 faces actives du front et donc sa cardinalité est fixée à 3.

5.3. Restauration d'une face

Le principe consiste à insérer dans le front les faces qui sont de nouveau visibles. Le mécanisme est illustré en Figure 5. La face F a été construite lors de la création de T1 (en pointillés sur la figure). Le tétraèdre T2 adjacent à T1 a été construit après T1. La face F a été supprimée du front. Si le tétraèdre T1 est détruit, la face F est de nouveau visible et doit être réactivée. Son orientation doit être modifiée afin que la normale pointe vers l'extérieur. La cardinalité des nœuds est mise à jour.

Au cours du processus de réinsertion des faces dans le front, les nœuds non-connectables liés aux faces réinsérées sont de nouveau visibles et doivent être réactivés.

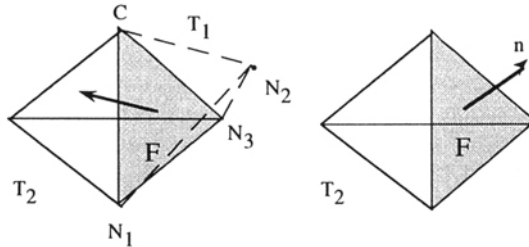


Figure 5. Restauration d'une face du front

6. Triangulation du nuage de nœuds

La répartition du nuage de nœuds a une influence considérable sur la qualité de la triangulation finale. La stratégie de recherche d'un nœud candidat est étroitement liée à l'espacement des nœuds, la régularité et la richesse du nuage de nœuds. Le rayon de recherche d'un nœud candidat à partir d'une face est un compromis entre la taille de la face et la densité locale. La densité est donnée par la taille des octants contenant ou coupant la face et celle de l'octant contenant le nœud candidat. Un rayon de recherche trop grand dans une zone où le gradient de taille d'éléments varie fortement risque de ralentir gravement le processus de maillage car de trop nombreux nœuds vont être sélectionnés.

Les tests d'intersection ont été décrits dans de nombreuses publications [LÖH88], [PER91], [JIN93], [RAS95]. Notre attention se portera donc sur la recherche du nœud candidat et sur les stratégies de gestion du front.

6.1. Procédures de recherche d'un nœud candidat

6.1.1. Procédure de recherche d'un nœud candidat RECHERCHEI

Les nœuds candidats prioritaires sont les points qui permettent de fermer la matière, c'est-à-dire les nœuds qui se trouvent sur les faces partageant une arête avec la face (nœuds adjacents) ensuite viennent les autres nœuds proches de la face. Le nœud candidat est celui qui permet de créer un tétraèdre qui ne coupe pas les faces existantes et pour lequel le critère de forme est maximal.

Nous avons constaté que la création des éléments par adjacence facilite la convergence et assure un contrôle satisfaisant de la progression du maillage dans la mesure où les nœuds sont créés a priori et respectent une carte de tailles de maille. Le rayon de recherche des nœuds proches est fonction de la moyenne des longueurs d'arête de la face courante et de la taille de la plus petite cellule contenant un nœud de la face.

6.1.2. Procédure de génération d'un nœud candidat GENERATION1

Nous avons montré que certaines situations conflictuelles pouvaient être résolues en créant un nouveau nœud pendant la phase de triangulation (3.1). Les points construits par élévation normale à partir du centre de gravité sont soumis aux tests de validité. Les seuls nœuds effectivement créés sont les nœuds qui permettent de construire un tétraèdre. Pendant cette opération, il est essentiel de contrôler la génération des nœuds pour éviter de créer des nœuds doubles et / ou d'entrer dans un cycle infini de destruction-construction. Une fois qu'un nœud a donné naissance à un tétraèdre, le nœud créé prend place parmi les nœuds proches de la face. Par conséquent, si la face de base est de nouveau activée, le point précédemment créé est sélectionné en tant que nœud proche par la procédure RECHERCHE1.

Si la face courante du front provient d'un tétraèdre qui a été construit par génération d'un nœud, la procédure GÉNÉRATION1 n'est pas appliquée. En d'autres termes, en limitant la procédure de génération de nœud à un niveau et en conservant l'historique de création des éléments, nous avons résolu les phénomènes de réduction de poches.

Le processus de génération est détaillé en Figure 6. Trois points sont soumis aux tests de validité. h désigne le tiers du périmètre de la face. Un premier point a été créé à partir du centre de gravité de la face à la hauteur h et sa création a été repérée par le premier entier (1) d'un tableau affecté à la face contrôlant le processus de génération des nœuds. Ce point existe en tant que nœud du maillage. Par conséquent ce nœud a été sélectionné puis rejeté par la procédure RECHERCHE1. Un tétraèdre a été créé à partir du nœud et le tétraèdre a été détruit. La face courante a été réinsérée dans le front. Nous supposons que ce premier nœud ainsi que le deuxième ne sont pas des nœuds candidats. Le troisième nœud permet de créer un tétraèdre. La troisième valeur du tableau passe de la valeur 0 à la valeur 1 indiquant que le nœud a été créé.

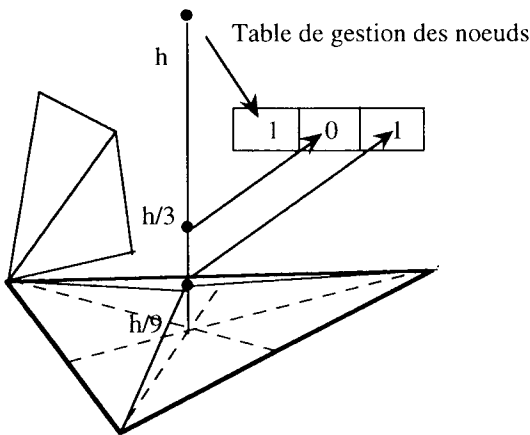


Figure 6. Gestion des nœuds générés

6.1.3. Procédure de recherche d'un nœud candidat par destruction RECHERCHE2

Nous supposons maintenant qu'aucun nœud candidat proche de la face ou construit par génération n'a été trouvé. Afin de garantir la convergence, la méthode proposée consiste à détruire les éléments gênants. Toutefois, les faces de la frontière ne peuvent être détruites.

Le nœud solution choisi est le nœud qu'aurait sélectionné la procédure RECHERCHE1 (6.1.1) si aucune intersection n'avait été détectée. En particulier, l'ordre de priorité des nœuds candidats est inchangé (nœuds adjacents puis autres nœuds proches de la face). Par conséquent, le premier point choisi est le point adjacent de critère de qualité maximal, pour lequel aucune intersection avec des faces de la frontière n'est détectée.

6.1.4. Procédure de recherche d'un nœud candidat par génération GENERATION2

Supposons maintenant que la procédure RECHERCHE2 a échoué. Le schéma proposé est similaire à la procédure de recherche de nœuds par destruction (6.1.4). Ainsi, le nœud solution est le nœud qu'aurait sélectionné GENERATION1 (6.1.2) si aucune intersection n'avait été détectée. Le nœud solution de la procédure GENERATION2 est un nœud pour lequel aucune intersection avec des faces de la frontière n'est détectée.

7. Gestion du front. Méthode multi-frontale

La gestion du front suivant des impératifs de qualité est un concept nouveau. La méthode consiste à privilégier la création des éléments de meilleure qualité et donc à retarder la création des éléments de moins bonne qualité afin d'accélérer et de faciliter la convergence [RAS95]. Un des points-clés de la réussite de la méthode frontale est de favoriser la fermeture de la matière.

La liste des faces de peau constitue le front initial. Les éléments sont triés par ordre de taille croissante afin que la construction des éléments les plus grands ne puisse gêner la création des plus petits.

Le front est scindé en différentes listes

- Trois listes OPTI, MEDIUM et PASSABLE correspondent à des valeurs de critère de qualité minimal à atteindre (respectivement 0.5, 0.2 et 0.1). La recherche d'un nœud candidat à partir d'une face appartenant à ces listes se fait à l'aide de la procédure décrite en 6.1.1.

- La liste GENERATION1 correspond aux faces créées par génération d'un nouveau nœud. La procédure de génération associée est décrite en 6.1.2.

- La liste GENERATION2 correspond aux faces créées par génération d'un nouveau nœud et destruction de faces (6.1.3).

- La liste RESTAURE correspond aux faces de nouveau visibles et donc réinsérées dans le front.

- Une liste d'ATTENTE regroupe les faces créées au cours du processus à l'exception des faces créées par génération d'un nœud.

Le "multi-front" est défini par un ensemble de listes chaînées. Un ordre de priorité est défini parmi les différents fronts.

Par ordre de priorité sont à traiter :

1. Les faces issues d'une création par génération et destruction d'éléments (GENERATION2).

2. Les faces issues d'une création par simple génération d'un nœud (GENERATION1).

3. Les faces du front restaurées après une phase de destruction (RESTAURE).

4. Les faces à partir desquelles on souhaite créer un tétraèdre de qualité OPTI.

5. Les faces à partir desquelles on souhaite créer un tétraèdre de qualité MEDIUM.

6. Les faces à partir desquelles on souhaite créer un tétraèdre de qualité PASSABLE.

7. Les autres faces créées au cours du processus de la liste d'ATTENTE. Quand toutes les autres listes sont vides, ces faces sont transférées dans la liste OPTI et la liste est de nouveau triée par ordre de taille croissante. Ces faces serviront à créer la nouvelle couche d'éléments.

Afin de clarifier ces concepts, nous proposons de suivre les différentes étapes de l'évolution du front au cours du maillage.

La première couche d'éléments est constituée des éléments de la peau. Cette liste constitue la liste OPTI. Une face de cette liste est sélectionnée. Si aucun tétraèdre de qualité supérieure à 0,5 ne peut être créé, la face est transférée en fin de la liste MEDIUM (Figure 7). La liste MEDIUM n'est parcourue qu'une fois la liste OPTI épuisée. Il est impératif d'effectuer l'insertion en fin de liste afin de garantir un parcours par taille croissante quand la liste MEDIUM est traitée. Les nouvelles faces créées sont insérées dans la liste ATTENTE.

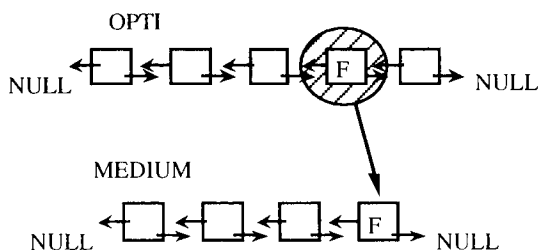


Figure 7. Gestion du front

Nous supposons que la liste OPTI est vide. Suivant le même principe, si aucun tétraèdre de qualité supérieure à 0,2 ne peut être créé à partir d'une face de la liste MEDIUM, la face est transférée dans la liste PASSABLE. Une fois que les listes OPTI et MEDIUM sont vides. Le front PASSABLE est parcouru.

Si aucun nœud candidat ne peut être déterminé (l'algorithme est par exemple confronté à une situation équivalente à celle du prisme décrite en Figure 1), un nœud est créé par élévation suivant la normale à la face (en fait le nœud n'est créé en structures de donnée que s'il vérifie les tests de sélection). Rappelons que trois essais sont effectués et que le nœud est rapproché progressivement de la face.

Le nœud est candidat si aucune face n'est intersectée et si la qualité du tétraèdre est supérieure au critère minimal fixé a priori à savoir 0,1. Si un nœud candidat par génération a été trouvé, le nœud est effectivement créé. Le lien entre le nœud créé par génération et la face est établi dans la table de gestion des nœuds générés attachée à la face (Figure 6). Cette précaution permet d'éviter la création intempestive de nœuds confondus pouvant conduire à un traitement sans fin. Trois nouvelles faces sont alors créées et insérées dans la liste GENERATION1. L'historique des nouvelles faces créées par GENERATION est mis à jour. Ces faces sont traitées en priorité.

Le point créé par génération n'est retenu que si les faces créées par le processus peuvent être connectées à une étape ultérieure. Les trois nouvelles faces créées par génération entrent ainsi dans le cycle de connexion OPTI-MEDIUM-PASSABLE s'appuyant sur les seuls nœuds existants. Si aucun tétraèdre ne peut être construit à partir de l'une de ces faces, l'ensemble des tétraèdres connectés au nœud créé est détruit et le nœud n'est pas créé. Rappelons qu'afin d'éviter les phénomènes de réduction de poches, aucune face créée par un processus de génération de nœuds ne peut donner naissance à un tétraèdre créé par génération.

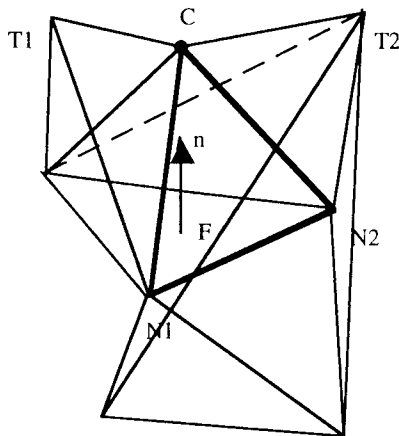


Figure 8. Génération d'un nœud

Ce processus est illustré en Figure 8. Le tétraèdre (F, C) a été créé en générant un nœud suivant la normale. Deux tétraèdres T1 et T2 ont été construits à partir des nouvelles faces mais aucun tétraèdre de qualité suffisante ne peut être créé à partir de la face N1N2C. Les tétraèdres T1 et T2 reliés au nœud C sont détruits. Toutes les faces contenant le nœud C sont détruites. La face F est restaurée et insérée dans le front RESTAURE. Les faces du front RESTAURE sont insérées en tête de la liste OPTI et sont traitées en priorité. Ces faces entrent dans le cycle de connexion OPTI-MEDIUM-PASSABLE.

Nous supposons maintenant que les listes OPTI et MEDIUM sont vides. La face courante appartient donc à la liste PASSABLE. La procédure de génération nodale n'a pas permis de conclure. Des éléments doivent être détruits afin d'assurer la convergence de l'algorithme. Le critère de qualité est fixé à la valeur minimale. La procédure RECHERCHE2 est utilisée.

Il est important de préciser que les tétraèdres détruits ne sont pas éliminés des structures de données. Ainsi, pour pallier tout cycle infini de destruction-construction, il suffit d'interdire la construction d'un même tétraèdre un certain nombre de fois (3). Le problème de gestion des boucles infinies est ainsi résolu de façon simple. Cette vérification relève des tests de sélection d'un nœud candidat.

Nous supposons que la procédure de recherche RECHERCHE2 ne permet pas de conclure (contrat de qualité non respecté, destruction de faces frontières impossible). Si la face est une maille de la peau, on essaye de créer un tétraèdre en générant un nœud et en détruisant les éléments gênants (procédure GENERATION2). Si la face n'est pas une face de la frontière, on tente de détruire la face courante et donc l'élément lié à la face. Dans ce contexte, nous distinguons deux stratégies de destruction : la première consiste à détruire les éléments gênants pour créer le tétraèdre, la seconde a pour but de détruire l'élément qui a donné naissance au problème. Quand un problème de convergence se présente à l'intérieur du volume, la stratégie consiste donc à aller de l'avant en détruisant les éléments gênants et à repousser en dernier lieu le problème sur la peau du volume. La stratégie de convergence est bien fonction de la seule qualité du maillage de la peau.

Le schéma global du maillage proposé est le suivant :

Tant que le front n'est pas vide :

Si la face appartient au front OPTI OU RESTAURE

Recherche d'un nœud menant à la création d'un tétraèdre de qualité OPTI :
RECHERCHE1

Si un nœud candidat est trouvé,

créer le tétraèdre et gérer le front. La face est supprimée du front.

Les faces créées sont insérées en fin de liste du front ATTENTE.

Si aucun nœud candidat n'est trouvé, transférer la face dans la liste MEDIUM.

Aller à CHOIX.

Si la face appartient au front MEDIUM (la liste OPTI est vide)

Recherche d'un nœud menant à la création d'un tétraèdre de qualité MEDIUM :
RECHERCHE1

Si un nœud candidat est trouvé,

créer le tétraèdre et gérer le front. La face est supprimée du front. Les faces créées sont insérées en fin de liste du front ATTENTE.

Si aucun nœud candidat n'est trouvé, transférer la face dans la liste PASSABLE

Aller à CHOIX.

Si la face appartient au front PASSABLE

Recherche d'un nœud menant à la création d'un tétraèdre de qualité PASSABLE :
RECHERCHE1

Si un nœud candidat est trouvé,

créer le tétraèdre et gérer le front. La face est supprimée du front.

Les faces créées sont insérées en fin de liste du front ATTENTE.

Si aucun nœud candidat n'est trouvé,

essai en générant un nœud : procédure **GENERATION1**.

La procédure **GENERATION1** ne renvoie aucun nœud-solution si la face courante a été créée par génération.

Si un nœud candidat est trouvé,

créer le tétraèdre et mettre à jour le front.

Les nouvelles faces créées sont insérées dans le front **GENERATION1**.

La face courante est supprimée du front.

Si aucun nœud candidat n'est trouvé,

chercher un nœud candidat à condition de détruire des éléments :

RECHERCHE2

Si un nœud candidat est trouvé,

détruire les éléments gênants. Créer le tétraèdre et mettre à jour le front.

Les nouvelles faces créées sont insérées dans le front ATTENTE.

Les faces "réactivées" sont insérées dans le front RESTAURE.

Si aucun nœud candidat n'est trouvé,

Si la face n'est pas une maille de peau, détruire le ou les tétraèdres connectés à la face. Les faces "réactivées" sont insérées dans le front RESTAURE.

Si la face appartient à la frontière, essai en générant un nœud et en détruisant les faces intersectées par le tétraèdre : **GENERATION2**

Si un nœud candidat est trouvé, détruire les éléments gênants. Créer le tétraèdre et mettre à jour le front. Les nouvelles faces créées sont insérées dans le front ATTENTE. Les faces "réactivées" sont insérées dans le front **GENERATION2**.

Si aucun nœud solution n'est trouvé, une maille de peau figure parmi les mailles intersectées et ne peut donc être détruite. La solution consiste à diminuer la qualité imposée par le critère.

Aller à CHOIX.

Si la face appartient aux fronts GÉNÉRATION1 ou GÉNÉRATION2

Recherche d'un nœud menant à la création d'un tétraèdre de qualité PASSABLE :
RECHERCHE1

Si un nœud candidat est trouvé,
créer le tétraèdre et gérer le front. La face est supprimée du front.
Les faces créées sont insérées en fin de liste du front ATTENTE.

Si aucun nœud candidat n'est trouvé,
détruire le ou les tétraèdres connectés au nœud généré. Le nœud généré est
le nœud de la face courante dont le numéro est le plus grand. Les faces
"réactivées" sont insérées dans le front RESTAURE.

Aller à CHOIX.

Si la face appartient au front ATTENTE

Trier les faces par ordre de taille croissant.
Ces faces sont insérées dans le front OPTI.
Aller à CHOIX.

CHOIX

Extraire une face en choisissant en priorité les faces issues des fronts classées par ordre de priorité :

GENERATION2, GENERATION1, RESTAURE, OPTI, MEDIUM, PASSABLE, ATTENTE.

8. Optimisation de maillage

La technique d'optimisation de maillage proposée consiste à extraire du volume maillé en tétraèdres des sous-volumes et à remailler l'enveloppe de ces sous-volumes en essayant d'augmenter leur qualité [GEO93], [RAS95]. Les sous-volumes sont construits en déterminant l'ensemble des tétraèdres partageant un même nœud, une même arête ou une même face.

Les avantages de l'utilisation de transformations locales en post-traitement afin d'optimiser la qualité du maillage ont été décrits par Joe [JOE91]. Joe utilise des transformations locales basées sur un critère max-min lié à l'angle solide pour optimiser des triangulations 3D de Delaunay.

Remplir le volume en tenant compte dans la mesure du possible de la densité locale imposée par la frontière du domaine et en respectant des impératifs de qualité "acceptables" est une étape difficile. Nous avons observé qu'une approche de maillage frontale au cours de laquelle on souhaite obtenir un respect simultané des critères de taille et de forme s'avérerait moins efficace aussi bien au niveau de la convergence de l'algorithme qu'au niveau des performances CPU. En effet, les contraintes de forme et

de taille imposées au maillage réduisent le nombre de solutions locales et par conséquent les chances de converger. De plus, l'indépendance des outils de maillage et d'optimisation confère au logiciel une plus grande fiabilité.

Les procédures développées sont réellement efficaces. Le principe de l'optimisation est local. S'il est possible d'examiner localement toutes les configurations de coquilles de tétraèdres afin d'en retenir la meilleure, en revanche cette recherche systématique est inconcevable dans un contexte de maillage de l'ensemble du modèle. Cette étape permet de rattraper les écarts de qualité consentis pour accélérer la convergence de l'algorithme.

L'expérience a montré que la qualité de forme du maillage doit être contrôlée pendant l'étape d'optimisation de taille afin d'éviter la création d'éléments aplatis et ainsi des problèmes numériques dans les tests d'intersection. Ainsi, il nous est apparu essentiel d'optimiser la forme des éléments avant d'optimiser leur taille.

8.1. *Optimisation de forme*

Le schéma de la procédure est itératif. Un critère de qualité de forme minimal est fixé a priori. Les nœuds à l'intérieur du volume sont relocalisés suivant une technique de bougé de points, associé à un critère de forme, empruntée à [GEO93]. Les nœuds de la frontière ne sont pas déplacés. Les éléments dont la qualité est inférieure au critère minimal imposé sont repérés. Le principe consiste à mailler au critère minimal imposé les sous-volumes créés par détermination des éléments s'enroulant autour des arêtes ou adjacents aux faces des éléments de qualité insuffisante [RAS95]. Des nœuds internes peuvent être créés au besoin.

Quand tous les éléments repérés ont été traités, la valeur du critère est incrémentée (incrément de 0,1) et une nouvelle liste d'éléments dont la qualité est inférieure à cette nouvelle valeur est constituée et le processus peut continuer. Quand la valeur du critère de qualité a atteint une valeur suffisamment élevée (0,5), le processus est inversé et la valeur du critère est décrémente.

8.2. *Optimisation de taille*

Le schéma est identique à celui présenté en 8.1. Les nœuds à l'intérieur du volume sont relocalisés suivant une technique de bougé de points associé à un critère de taille. Le principe consiste à segmenter les arêtes "trop longues" du maillage en remaillant autour de celles-ci (en insérant un nouveau nœud au milieu de l'arête) ou à détruire des nœuds pour augmenter la longueur d'arête locale. Le critère maximal à atteindre est fixé à 0,6.

8.3. *Couplage de l'optimisation de forme et de taille*

Nous supposons qu'un premier maillage de l'objet a été obtenu et que le maillage du volume enveloppe respecte la fonction densité souhaitée. La première étape du couplage optimisation de forme-optimisation de taille consiste à effectuer une première optimisation de forme du maillage afin d'éviter d'éventuelles imprécisions

dans les tests d'intersections. Le critère initial de forme est fixé à la valeur du maillage non-optimisé. Le maillage obtenu après une première optimisation de forme est ensuite optimisé suivant un critère de taille.

Tant que le critère de taille s'améliore de façon significative, on effectue un cycle complet d'optimisation en taille. Rappelons que le critère maximal en taille est fixé à 0,6. Afin d'éviter les problèmes numériques, les procédures d'optimisation de forme limitées au remaillage autour des arêtes sans introduction de points et au remaillage autour des faces sont appliquées après chaque cycle d'optimisation de taille. Le bougé de points et le remaillage par insertion de points ne sont pas utilisés. Ainsi, le nuage de nœuds est inchangé et il s'agit d'une simple redistribution des arêtes du maillage.

8.4. Procédures d'optimisation

Les principaux outils d'optimisation sont passés en revue.

8.4.1. Le bougé de points

Cette technique s'applique aux nœuds n'appartenant pas à la frontière. Les nœuds du maillage sont déplacés. Le lien entre un nœud et l'ensemble des tétraèdres connectés à ce nœud est établi. La qualité de la boule de tétraèdres est la qualité du plus mauvais élément de la boule.

Selon George et Brière de l'Isle [GEO93] :

"Le principe consiste à déplacer le point P pas à pas (via un coefficient α) vers un point optimal P_{opt} calculé à partir des tétraèdres idéaux s'appuyant sur les faces externes de la boule de tétraèdres connectés au point. Schématiquement, le bougé de points s'écrit comme :

$$\begin{aligned}
 P &= P + d \text{ avec } d = \alpha P P_{opt} \\
 \text{et } P_{opt} &= \sum_{j=1}^{j=n} \beta_j P_{idj}, \quad \beta_j = \frac{\gamma}{Q_e(T_j)} \text{ et } \gamma = \frac{1}{\sum_{j=1}^{j=n} \beta_j}
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

où n est le nombre de points connectés à P ,
 P_{idj} est la position idéale de P pour le triangle de numéro j déterminée à partir des faces externes de la boule de P .
 β_j est le poids associé (avec $\sum \beta_j = 1$) au point P_{idj} .

Le point P est déplacé vers P_{opt} tant que la qualité de la boule s'améliore, en cas contraire le pas de déplacement est diminué et inversé".

Le point-solution est le barycentre des points idéaux obtenus pour chaque face. Le coefficient d'un point pondéré du barycentrage est le carré de l'inverse du critère de qualité du tétraèdre s'appuyant sur ce point idéal.

Pour éviter des problèmes numériques dans les tests d'intersection, la qualité de forme du maillage doit être contrôlée lorsqu'un critère de taille est associé à cette procédure de bougé de points (vérifier que tous les éléments créés ont une qualité de forme supérieure à $1/20$).

8.4.2. Maillage autour d'une arête

Une des six arêtes d'un élément à détruire est sélectionnée. L'arête peut être supprimée à condition de ne pas appartenir à la frontière du volume. Cet ensemble de tétraèdres forme un volume (Figure 9). La peau du volume est constituée puis orientée de façon à former un volume enveloppe prêt-à-mailler.

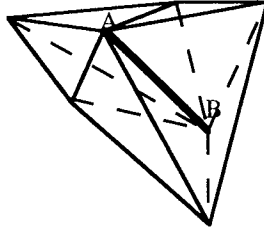


Figure 9. Coquille formée de tétraèdres partageant la même arête

8.4.3. Maillage d'une coquille par suppression d'une face

Le principe de cette procédure consiste à supprimer une face adjacente à deux tétraèdres (donc n'appartenant pas à la frontière). La coquille de deux tétraèdres est alors remaillée en trois tétraèdres.

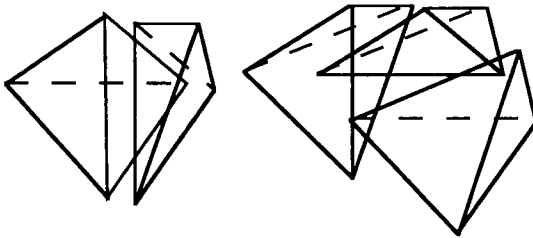


Figure 10. Remaillage de deux tétraèdres en trois tétraèdres

8.4.4. Maillage autour d'une arête et insertion de point

L'amélioration du maillage s'obtient en remaillant autour des arêtes libres (n'appartenant pas à la peau) et en générant un nœud au centre de la coquille. Une arête est sélectionnée. Le point est initialement placé au milieu de l'arête puis

relocalisé par le bougé de point. La cavité autour du point est maillée au nouveau critère imposé. Le noeud créé fait partie des noeuds proches des faces du maillage. Ce processus permet de casser les arêtes "trop longues" du maillage.

8.4.5. *Maillage par suppression d'un noeud*

Le principe consiste à supprimer un noeud en remaillant la coquille formée par les faces externes des tétraèdres partageant ce même noeud. Ainsi, le noeud centre ne fait plus partie du maillage final. Le but de cette opération est de "déraffiner" le maillage.

8.5. *Schéma global des procédures d'optimisation*

8.5.1. *Optimisation de forme*

Le critère de qualité de forme à atteindre est fixé a priori. Le bougé de points associé à un critère de forme est appliqué à l'ensemble des noeuds intérieurs au volume. Le principe consiste à éliminer les éléments de qualité inférieure au critère à atteindre. Pour atteindre ce but, on utilise par ordre de priorité le maillage autour d'une arête, le maillage par suppression de face et le maillage autour d'une arête avec insertion de point.

8.5.2. *Optimisation de taille*

Le critère de qualité de taille à atteindre est fixé a priori. Le bougé de points associé à un critère de taille est appliqué à l'ensemble des noeuds intérieurs au volume. Le principe consiste à éliminer les arêtes de qualité inférieure au critère à atteindre. Les éléments de qualité inférieure au critère à atteindre sont repérés. Rappelons que l'arête de plus mauvaise qualité impose la qualité de l'élément. Les arêtes de qualité insuffisante sont archivées dans une liste d'arêtes à éliminer. Si une arête est "trop longue", on applique le maillage autour d'une arête avec insertion de point. Un noeud est inséré au milieu de l'arête puis relocalisé à l'aide du bougé de points associé à un critère de taille. Si une arête est "trop courte", on applique le maillage par suppression d'un noeud.

8.6. *Maillage d'une coquille*

Les concepts de maillage sont les mêmes que ceux développés pour l'approche globale. En particulier, l'ordre de priorité des noeuds-candidats est inchangé et la procédure RECHERCHE1 (6.6.1) est appliquée. L'espace de repérage est désactivé. En effet, le faible nombre de noeuds, de faces et d'éléments autorise un balayage systématique de toutes les entités lors des opérations de recherche.

L'algorithme de maillage sans génération de nœuds intérieurs, limité aux seules procédures de recherche de nœuds candidats parmi les nœuds adjacents ou les nœuds proches et avec destruction éventuelle, est appliqué. Aucun nœud interne n'est créé. Les fronts de qualité OPTI, MEDIUM, PASSABLE sont remplacés par un front unique de qualité associée à la valeur du critère fixé a priori appelé OPTI. La priorité des fronts est inchangée à savoir RESTAURE, OPTI, ATTENTE.

9. Validation des résultats

Les exemples présentés illustrent les performances des procédures d'optimisation de forme et de taille.

9.1. Optimisation de forme

9.1.1. Mines (avec l'aimable autorisation du CGES)

La pièce (Figure 11) modélisée est un amas polymétallique. Le maillage de la surface a été réalisé avec le logiciel GOCAD [DOL94] au CGES, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris. Après une première étape d'optimisation au critère 0,2, on constate que l'on a déjà un maillage de qualité de forme acceptable.

Qualité minimale du maillage surfacique : **0,24**

Ratio des longueurs d'arêtes maximale et minimale : **> 40**

	sans optimisation	critère = 0,2	critère = 0,5
nombre d'éléments	60615	62269	61596
0,5<Q<1	39676	42556	50929
%	65	68	83
0,2<Q<0,5	17369	19609	10665
%	29	32	17
0,1<Q<0,2	3396	104	2
%	5	0	0
Q<0,1	174	0	0
%	0	0	0
Qualité minimale	0,05	0,10	0,17
CPU Maillage	1105	1105	1105
CPU optimisation	-	109	1328

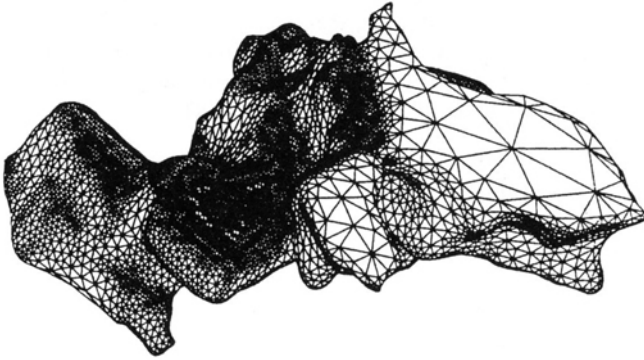


Figure 11. Amas polymétallique (avec l'aimable autorisation du CGES)

9.1.2. Boîtier de direction (avec l'aimable autorisation de PSA)

A première vue, le maillage de peau est de bonne qualité (Figure 12). Néanmoins, certains congès de raccordement sont modélisés par des triangles de forme très allongés (au total une trentaine d'éléments). Un problème local ne vient cependant pas dégrader la qualité globale du maillage. La première étape de maillage est réalisée à un critère de 0,05.

Qualité minimale du maillage surfacique : **0,07**

	sans optimisation	cycle complet
nombre d'éléments	53827	61665
0,5<Q<1	35516	49337
%	66	80
0,2<Q<0,5	13398	12205
%	25	20
0,1<Q<0,2	3328	122
%	6	0
Q<0,1	1585	1
%	3	0
Qualité minimale	0,05	0,088
CPU Maillage	936	936
CPU optimisation	-	1095

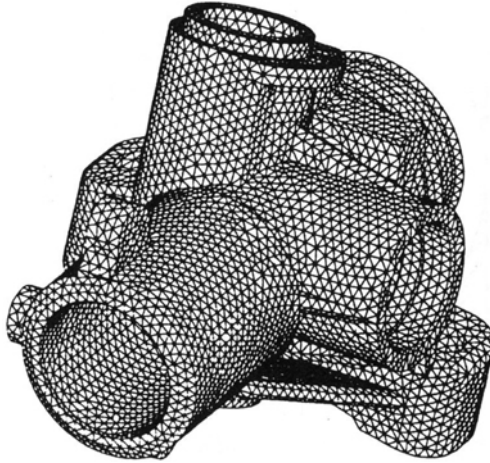


Figure 12. Boitier de direction (avec l'aimable autorisation de PSA).

9.2. Optimisation de taille

La méthode proposée pour valider les procédures de respect d'une carte de tailles consiste à donner explicitement la taille de maille locale par une fonctionnelle $h(x,y,z)$ définie sur l'ensemble du domaine à l'exception des frontières. Nous supposons que le maillage du volume enveloppe respecte la fonction de densité. Ainsi, nous admettons que le critère de taille des arêtes de l'enveloppe est maximal soit

$$Qt(A) = 1 \text{ si } A \text{ est une arête du volume enveloppe.}$$

Q_{opt} désigne le critère de qualité minimale à atteindre.

Les seuils au-delà desquels nous considérons que la qualité des éléments est "acceptable" sont $Q_{opt} = 0,5$ pour l'optimisation de forme et $Q_{opt} = 0,6$ pour l'optimisation de taille.

9.2.1. Fonctionnelle radiale

Le domaine à mailler est un cube d'arête L . Les arêtes sont découpées en 3 segments égaux. La densité au centre est fixée à $L/1000$ et la taille de maille croît linéairement en fonction de la distance au centre du cube. Le champs est radial dans une sphère ayant pour rayon la demi-longueur d'arête du cube. A la périphérie, la taille de maille est ramenée à $L/3$ (Figure 13).

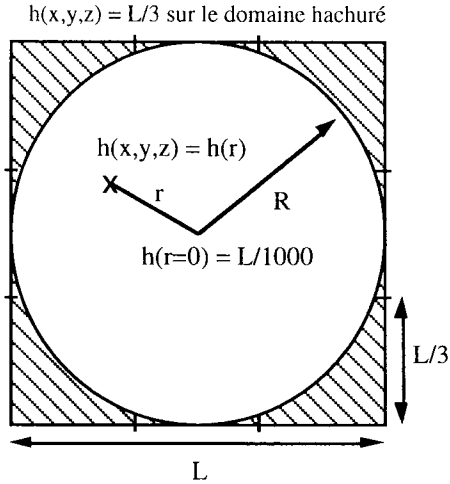


Figure 13. Définition de la fonctionnelle radiale

$h(x,y,z) = h(r) = \min(r/L + h_{\text{centre}}, L/3)$ où :

r désigne la norme du rayon vecteur d'origine le centre du cube
 L est la longueur d'arête du cube.
 R est la demi-longueur d'arête.

Le maillage initial est constitué de 316 éléments.

	critère de taille	critère de forme
nombre d'éléments	2408	2408
$Q_{\text{opt}} < Q < 1$	2295	2403
%	95	100
$0,2 < Q < Q_{\text{opt}}$	113	5
%	5	0
$0,1 < Q < 0,2$	0	0
%	0	0
$Q < 0,1$	0	0
%	0	0
Qualité minimale	0,37	0,5

Le temps CPU de l'optimisation est de 947 secondes sur DEC3000.

Une coupe du maillage optimisé est présentée en Figure 14.

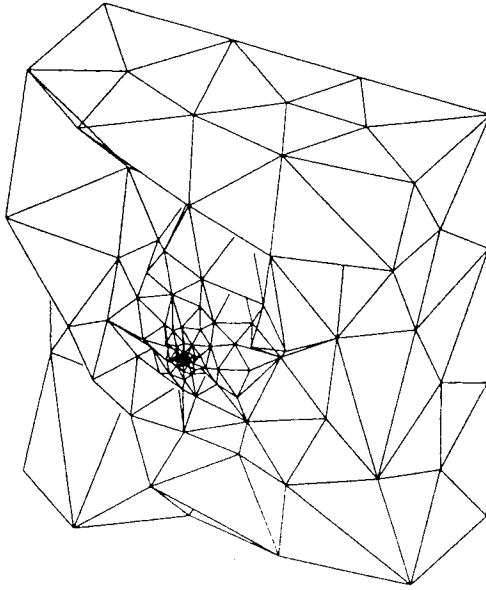


Figure 14. Coupe du maillage optimisé. $h(r) = \min(r/L + h_{\text{centre}}, L/3)$.

9.2.2. Fonction radiale par zone

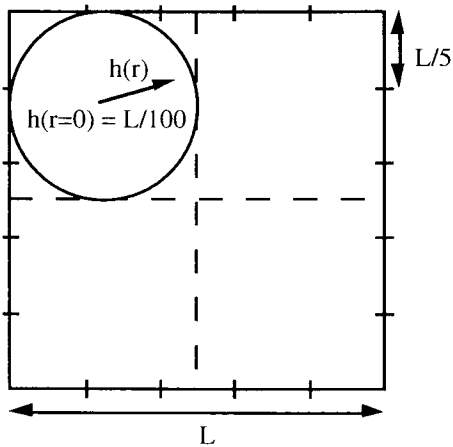


Figure 15. Fonctionnelle radiale par zone

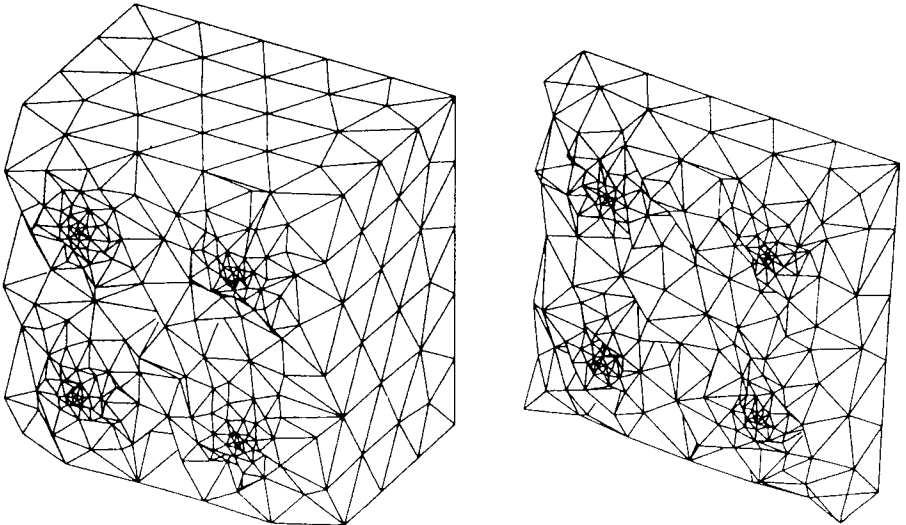
Le domaine à mailler est un cube de côté L dont les arêtes ont été découpées en 5 segments égaux.

La fonction $h(x,y,z)$ est définie sur chaque huitième de cube. La densité au centre de chaque cube élémentaire est fixée à $L/100$ et la taille de maille croît linéairement en fonction de la distance au centre de chaque cube auquel le point appartient. Le champs est radial dans des sphères ayant pour rayon le quart de la longueur d'arête du cube. A la périphérie, la taille de maille est ramenée à $L/5$ (Figure 15). Le maillage initial est constitué de 628 éléments.

	critère de taille	critère de forme
nombre d'éléments	8806	8806
$Q_{opt} < Q < 1$	8315	8768
%	95	100
$0,2 < Q < 0,5$	488	38
%	5	0
$0,1 < Q < 0,2$	3	0
%	0	0
$Q < 0,1$	0	0
%	0	0
Qualité minimale	0,16	0,5

Le temps CPU de l'optimisation est de 1217s sur DEC3000.

Des coupes du maillage optimisé, effectuées dans des plans parallèles contenant les centres des huitièmes de cube, sont présentées en Figures 16.



Figures 16. Coupes du maillage optimisé, la taille de maille est définie dans chaque huitième de cube par une fonction radiale

10. Conclusions

Nous avons présenté une méthode frontale originale et une méthode d'optimisation de maillage satisfaisant à un critère de forme défini a priori et respectant une carte de tailles. L'efficacité des procédures d'optimisation repose sur l'utilisation locale de la méthode frontale couplée à une stratégie de construction-destruction d'éléments. Les tests effectués ont mis en évidence que l'ordre d'activation des procédures d'optimisation et le contrôle parallèle des critères de forme et de taille ont une influence considérable sur la convergence et la qualité du maillage.

11. Bibliographie

- [CAV85] J.C. CAVENDISH, D.A. FIELD, W.H. FREY, 'An approach to automatic three-dimensional finite element mesh generation', *Int. J. Num. Meth. in Eng.*, n° 21, pp. 329-347, 1985.
- [SCH90] W. J. SCHRÖDER, M. S. SHEPHARD, 'A combined octree/Delaunay method for fully automatic 3-D mesh generation', *Int. J. Num. Meth. in Eng.*, n° 29, pp. 37-55, 1990.
- [GEO91] P.L. GEORGE, F. HECHT, E. SALTEL, 'Automatic mesh generator with specified boundary', *Computer Methods in Applied Mech. and Eng.*, n° 92, pp. 269-288, 1991.
- [GEO94] P.L. GEORGE, 'Les problèmes de l'adaptation sur l'exemple d'un mailleur 2D soumis à une carte de taille', *Journée d'Etudes CSMA : "Vers l'automatisation des calculs éléments finis"*, juin 1994.
- [LÖH88] R. LÖHNER, P. PARIKH, 'Generation of three dimensional unstructured grids by the advancing front method', *Int. J. Num. Meth. Fluids*, n° 8, pp. 1135-1149, 1988.
- [LO 91] S.H. LO, 'Volume discretization into tetrahedra-I, verification and orientation of boundary surfaces', *Computer and Structures*, n° 39, vol 5, pp. 493-500, 1991.
- [PER91] J. PERAIRE, J. BONET, 'An alternative digital tree (ADT) algorithm for 3D geometric searching and intersection problems', *Int. J. Num. Meth. in Eng.*, n° 31, pp. 11-17, 1991.
- [LÖH92] R. LÖHNER, 'Finite Elements in CFD : Grid Generation, Adaptivity and Parallelization. AGARD Report 787, Chapter 8, 1992.
- [JIN93] H. JIN, R. I. TANNER, 'Generation of unstructured tetrahedral meshes by advancing front technique', *Int. J. Num. Meth. in Eng.*, n° 36, pp. 1805-1823, 1993.
- [RAS95] A. RASSINEUX, 'Maillage automatique tridimensionnel par une technique frontale pour la méthode des éléments finis', *Thèse de Doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy 1*, 1995.
- [JOE91] B. JOE, 'Delaunay versus max-min solid angle triangulations for three-dimensional mesh generation', *Int. J. Num. Meth. in Eng.*, n° 31, pp. 987-997, 1991.
- [GEO93] P.-L. GEORGE, F. HENOT F., E. BRIÈRE DE L'ISLE, 'Optimisation de maillages tétraédriques', *Actes du Congrès StruCome 93*, pp. 317-329, Paris, 1993.
- [DOL 94] M. DOLLIAZAL, 'From cross-section to surfaces', *GOCAD Meeting, Nancy-Vandoeuvre*, juin 1994.

- [ZIE87] O.C. ZIENKIEWICZ, J.Z. ZHU, 'A simple error estimator and adaptative procedure for practical engineering analysis', Int. J. Num. Meth. in Eng., n°24, pp. 337-357, 1987.
- [LAD91] P. LADEVEZE, J.-P. PELLE, P. ROUGEOT, 'Error estimation and mesh optimization for classical finite elements', Eng. Computation, n°8, pp. 69-80, 1991.
- [SCI94] M. SCIBETTA, P. BECKERS, 'Estimation d'erreur et adaptation de maillage en dimension 3', Rapport LTAS, SF-190, Université de Liège, 1994.

Remerciements

Ces travaux ont été menés au laboratoire ERIN-ESSTIN, Université Henri Poincaré, Nancy 1 et au sein de la filiale FRAMASOFT + CSI du groupe FRAMATOME dans le cadre d'un Saut Technologique du MENESR "*Nouveaux outils de conception et de modélisation en mécanique et disciplines associées*".

Article soumis le 25 février 1996.
Version révisée le 25 janvier 1997.