
Intégration géométrie-maillage appliquée aux méthodes numériques

Jean-Christophe Cuillière* – Roland Maranzana** –
Michel Gueury*** –

* Université du Québec à Trois-Rivières, Laboratoire de Productique,
Trois Rivières, CP 500, Québec G9A-5H7, Canada

** Ecole de Technologie Supérieure, Département de génie de la production
automatisée, 4750 Henri-Julien, Montréal, Québec H2T 1R0, Canada

*** Université de Nancy I, Equipes de Recherche en Interfaces Numériques,
ESSTIN, Parc Robert Benz, 54500 Vandœuvre, France

RÉSUMÉ. Le travail présenté ici s'inscrit dans l'évolution actuelle des systèmes de CAO/CFAO vers une meilleure intégration des différentes fonctions mises en œuvre lors du processus de conception et de fabrication d'une pièce mécanique (ingénierie simultanée). Nous formulons ici une approche du problème du maillage automatique tridimensionnel proposant une pré-optimisation basée sur l'évaluation a priori d'un modèle dual de l'objet (CSG-BREP Exact) de manière à identifier directement et automatiquement les caractéristiques de forme pouvant être à la source de gradients de contrainte élevés. Cette approche permet également de réaliser l'intégration complète de la phase de calcul du comportement physique d'un objet au processus global de conception et fabrication contribuant ainsi à concrétiser davantage le concept de l'ingénierie simultanée.

ABSTRACT. The work presented here takes place in the general evolution of CAD/CAM systems on the way to a better integration of all functions involved in the design and manufacturing process of mechanical parts (concurrent engineering). We are propounding here an approach of the automatic three-dimensional FE mesh generation problem featuring a pre-optimization based on the a priori evaluation of a dual geometric model (CSG-Exact BREP) in order to identify, directly and automatically, geometric singularities causing stress concentration. This approach permits to integrate, in a better way, the analysis step in the whole CAD/CAM process in order to achieve the concurrent engineering concept.

MOTS-CLÉS : CAO/CFAO, maillage automatique, tridimensionnel, ingénierie simultanée.

KEYWORDS : CAD/CAM, automatic mesh generation, three-dimensional, concurrent engineering.

1. Introduction

Les systèmes de CAO/CFAO ont connu ces dernières années une évolution très rapide due en majeure partie aux développements liés à la modélisation solide [NGU 82] [REQ 83] [ZEI 91]. Ces systèmes permettent d'envisager très naturellement non seulement l'automatisation du processus de conception et de fabrication d'une pièce mécanique, mais également l'intégration de toutes les fonctions mises en œuvre lors de ce processus. Ce concept communément appelé ingénierie simultanée (concurrent engineering) propose, en effet, de mener de front la progression des différentes étapes de l'élaboration d'un nouveau produit, autour d'une base de données commune, i.e. de manière moins séquentielle et par conséquent de manière plus efficace et surtout plus rapide. Cette base de données renferme, des informations non seulement de nature purement géométrique (le modèle solide par exemple), mais également de nature physique (matériaux, constantes physiques...) et technologique (tolérances dimensionnelles et géométriques, état de surface...) [MAR 88].

2. Limites des systèmes actuels

Cependant, ces systèmes présentent encore à l'heure actuelle de nombreuses lacunes ; on peut remarquer notamment qu'il n'existe pas encore d'approche proposant une intégration satisfaisante de la phase de simulation du comportement mécanique d'un objet (voir plus généralement de son comportement physique), que ce soit par la méthode des éléments finis dans sa version la plus classique [ZIE 77] ou par la méthode, plus récente, des éléments de frontière (boundary element method) [BRE 84]. En effet, si de nombreux concepts de discrétisation ont été implémentés avec succès en 2D, il existe comparativement très peu de maillages tridimensionnels présentant à la fois, un degré d'automatisation satisfaisant, des fonctions de haut niveau permettant la réévaluation rapide de maillages optimisés dans un contexte d'ingénierie simultanée, et enfin des possibilités quant à la conformité des maillages vis à vis de critères liés à la physique des problèmes modélisés [GEO 91] [CUI 92]. Par ailleurs, la complexité de la phase de discrétisation tend à restreindre l'usage des méthodes d'analyse par éléments finis à un petit nombre d'ingénieurs, très spécialisés dans le domaine.

Dans ce contexte, notre contribution s'inscrit comme suit :

- simplifier le processus de maillage tridimensionnel en limitant les entrées à leur strict minimum, à savoir, le modèle solide, les conditions aux limites et un facteur de précision désirée aux niveau des résultats.
- améliorer le processus en terme de rapidité et d'efficacité pour être en mesure de répondre aux exigences de l'ingénierie simultanée.

3. Notre système intégré de génération de maillages

Dans le contexte évoqué ci-dessus, nous définissons à présent les caractéristiques essentielles d'un système intégré de génération automatique de maillages tridimensionnels :

3.1. L'interface utilisateur

Nous avons mentionné ci-dessus qu'un des objectifs visés est de favoriser l'accès aux techniques de calcul par EF à un plus grand nombre d'ingénieurs, et dans cette optique la phase de discrétisation du modèle de l'objet à étudier doit être aussi "invisible" que possible pour l'utilisateur (voir figure 1).

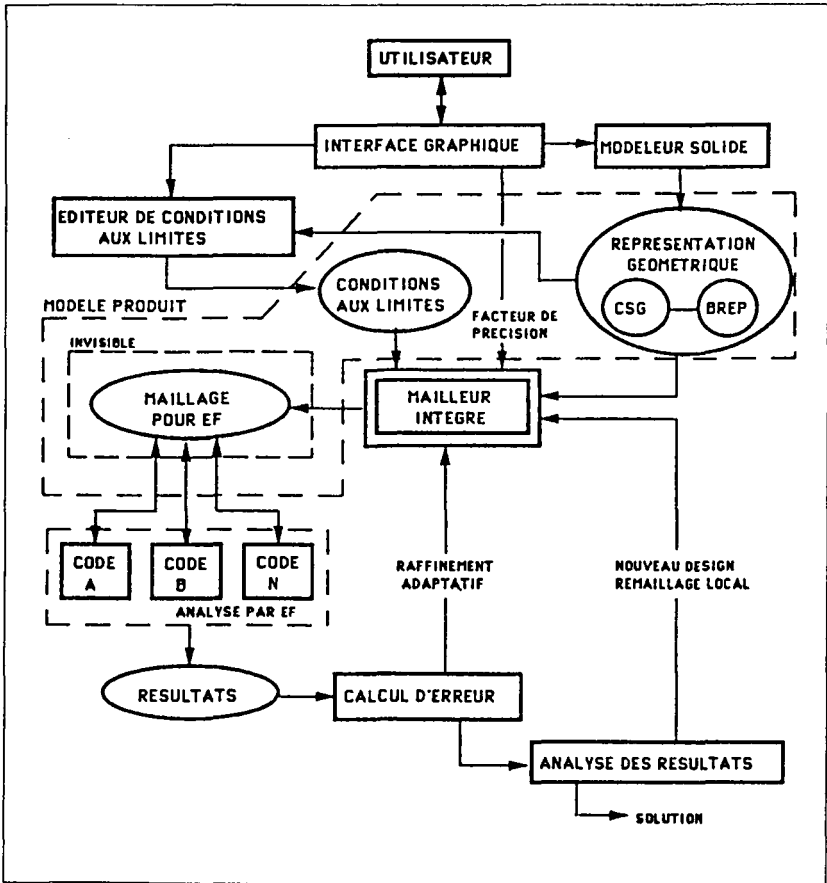


Figure 1. Un mailleur intégré

L'intervention extérieure se limite ainsi :

- aux conditions aux limites (charges et déplacements imposés dans le cas de l'élasticité tridimensionnelle) : ces entrées sont fixées directement par rapport au modèle géométrique ce qui est particulièrement simple grâce à l'utilisation de la représentation par les frontières exacte de l'objet (exact BREP representation).

- au facteur de densité global : ceci peut être considéré pour l'utilisateur comme un facteur lié à la précision désirée lors de l'analyse proprement dite. Ce facteur est utilisé par la suite pour déterminer les densités nodales moyennes, volumiques surfaciques et linéaires dans les différentes zones de la pièce (zones à fort ou à faible gradients de contraintes).

3.2. Un modèle géométrique dual

Les systèmes de modélisation volumique utilisent essentiellement, soit l'arbre de construction (CSG), soit la représentation par les frontières (BREP) (figure 2).

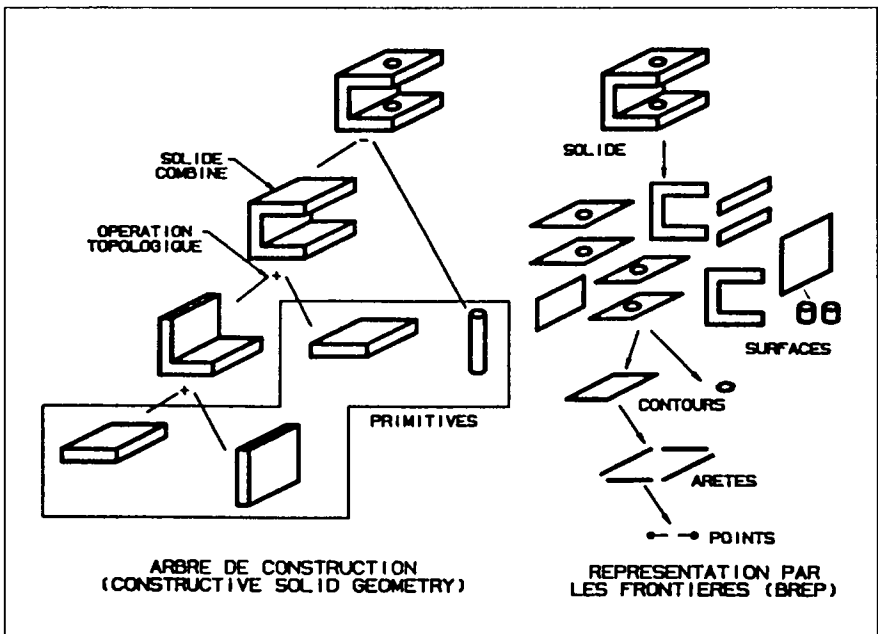


Figure 2. Les modèles de type CSG et BREP

En ce qui concerne le modèle CSG, la pièce est représentée par un ensemble de primitives solides de géométrie très simple d'une part (hexaèdres, cylindres, cônes...) et d'autre part, par des opérations topologiques (union, différence, intersection) appliquées à ces primitives ou à des objets intermédiaires déjà issus de combi-

naisons. En ce qui concerne le modèle par les frontières (BREP), il s'agit d'une structure hiérarchisée liant des informations de nature topologique (faces, contours, arêtes, sommets) et géométrique (surfaces, courbes, points).

L'objet est ainsi représenté par un ensemble de surfaces, elles même définies par un ensemble de contours formés par un ensemble d'arêtes, etc ...

Chacune de ces deux représentations possède ses qualités et ses défauts ; par exemple le BREP est plus intéressant pour les opérations d'affichage interactif à l'écran alors que le CSG de son côté permet d'accéder à de l'information au niveau de l'historique de création de l'objet considéré (primitives ou solides génériques de base, opérations topologiques...).

Ainsi, la forte complémentarité de ces représentations nous a conduit à considérer un modèle dual (CSG-BREP exact) comme base de définition géométrique du produit. Ce modèle géométrique dual n'est pas seulement une sommation conceptuelle de deux représentations mais un ensemble de liens entre entités de nature différentes, appartenant simultanément aux deux représentations.

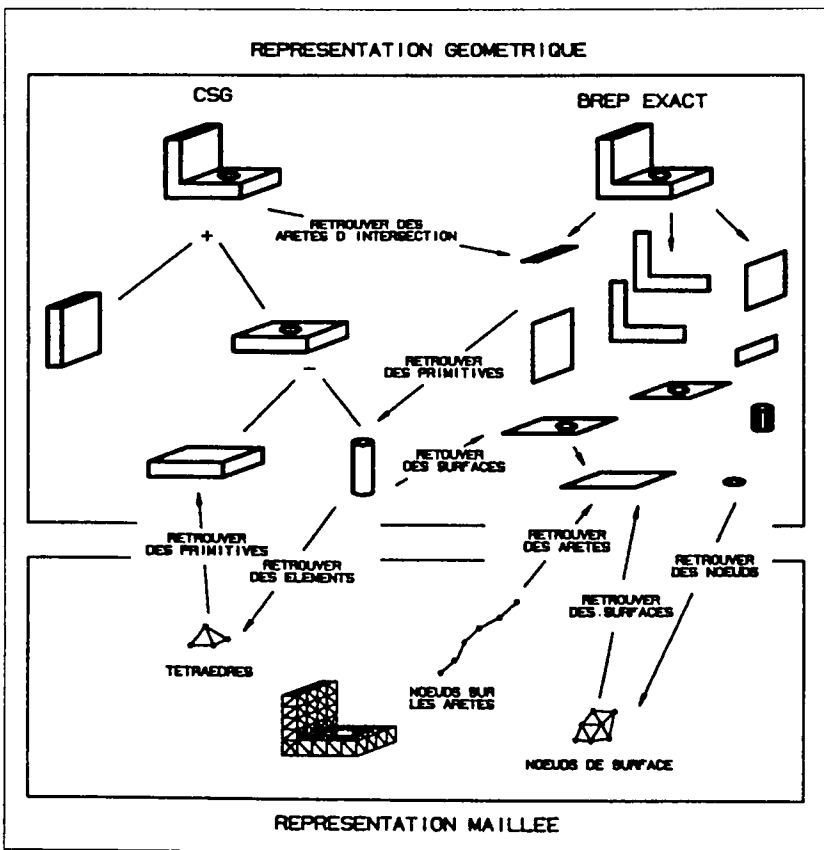


Figure 3. Les liens d'intégration entre CSG, BREP et discrétisation

Par exemple (figure 3) à une opération topologique entre primitives ou combinaisons de primitives (CSG), sont liées une ou plusieurs arêtes dont la définition fait partie de la structure de données du BREP exact. A l'inverse, à une surface donnée, correspondent une ou plusieurs primitives de l'arbre de construction. On se trouve alors en mesure, lors du processus de maillage proprement dit, d'obtenir rapidement et facilement, grâce à ces inter-relations étroites, de l'information propre à la fois au CSG et à la représentation par les frontières.

Signalons enfin qu'à l'E.R.I.P (Equipe de Recherche en Ingénierie du Produit) nous avons enrichi ce modèle dual en lui ajoutant, tel qu'il est prévu de le faire dans la structure d'ACIS^{MD} (BREP exact), des attributs technologiques afin de pouvoir en déduire automatiquement un réseau de gammes d'usinages [DEN 92][MAR 88].

3.3. Un maillage intégré, adaptatif et pré-optimisé

3.3.1 Intégré

La nécessité d'intégrer le modèle discrétisé de l'objet au modèle dual décrit ci-dessus découle naturellement du fait que généralement, le processus global de conception se déroule selon une boucle impliquant la proposition de solutions puis l'évaluation de ces solutions en vue de satisfaire à des critères physiques ou économiques. Par conséquent il est primordial de pouvoir procéder à des remises en cause fréquentes et rapides d'un design donné.

L'intégration du modèle discrétisé consiste à établir des liens, de même nature que ceux qui font la concision du modèle dual (figure 3), entre des éléments propres au maillage d'une part (nœuds, arêtes, faces, tétraèdres) et les primitives du CSG ainsi que les composants topologiques du BREP d'autre part. Ces liens sont produits lors de la procédure de maillage (voir ci-dessous) et ils permettent, par la suite, dans un esprit d'ingénierie simultanée, de mettre en œuvre des fonctions de haut niveau de modification interactive d'un design initial.

Ainsi, lors d'un changement mineur au niveau de la position ou des paramètres d'une primitive de l'arbre, un maillage déjà existant peut être réévalué localement alors que les systèmes actuels exigent le remaillage complet du nouvel objet. Cette faculté d'adaptation d'un maillage existant à une géométrie réactualisée prend tout son sens dans les cas d'optimisation poussée, où le raffinement progressif de la solution numérique a nécessité de lourds calculs.

3.3.2. Adaptatif

Nous savons par ailleurs que les caractéristiques géométriques d'un maillage sont fortement influencées par la nature du problème physique à étudier. Celui-ci indiquera si on doit appliquer une densité nodale plus forte dans certaines zones ou introduire des mailles de nature anisotrope.

Dans la plupart des cas (notamment celui du comportement élastique linéaire) le principe consiste à raffiner la discrétisation dans les zones à fort gradient de la solution.

Les systèmes actuels utilisent les méthodes de raffinement adaptatif *a posteriori*, de type h ou p selon la stratégie employée (variation de la taille des éléments ou enrichissement d'éléments déjà existants par élévation du degré des fonctions d'interpolation) [ZIE 91][BAB 90]. Un maillage "grossier" est introduit au départ de la procédure et adapté successivement au cours d'un long processus itératif impliquant des calculs par EF ainsi que des algorithmes d'estimation et d'évaluation d'erreur [MCD 91][FRE 87].

3.3.3. Pré-optimisé

Nous proposons, par rapport à cette approche, un concept original d'examen "à priori" de la morphologie de l'objet en vue de déterminer automatiquement, sans aucune analyse préalable par EF, les zones potentiellement sujettes à des gradients de contraintes élevés.

Ces zones, tel que mentionné ci-dessous, sont reliées à des caractéristiques de forme extraites du modèle dual en fonction du type de problème physique étudié (dans notre cas l'élasticité tridimensionnelle).

3.4. Interface avec les codes de calcul

L'information à transférer est de nature géométrique (coordonnées nodales), et topologique (description des arêtes et des faces de chaque élément à partir de ses sommets). Elle doit être mise en forme de manière à s'adapter aux codes de calcul par EF existant sur le marché ce qui suggère l'introduction de post-processeurs d'interface EF.

4. Implémentation du mailleur

Examinons à présent la structure proprement dite de notre système de maillage.

Le processus de discrétisation commence par une évaluation du modèle dual visant à extraire les caractéristiques morphologiques de l'objet à mailler sous la forme suivante :

- un ensemble de primitives "solides" (constituant un apport réel de matière à l'objet final),
- des zones englobant les intersections et les recouvrements entre ces primitives (gluing and overlapping),
- des zones englobant les "trous" (constituant un retrait réel de la matière),

Par ailleurs, en vue de la pré-optimisation, on doit également extraire du modèle dual les caractéristiques de forme susceptibles de devoir être maillées avec une densité accrue. A ce stade de nos travaux, nous avons identifié deux sources principales de concentrations de contraintes : les trous et les arêtes rentrantes avec ou sans congés de raccordement (figure 4).

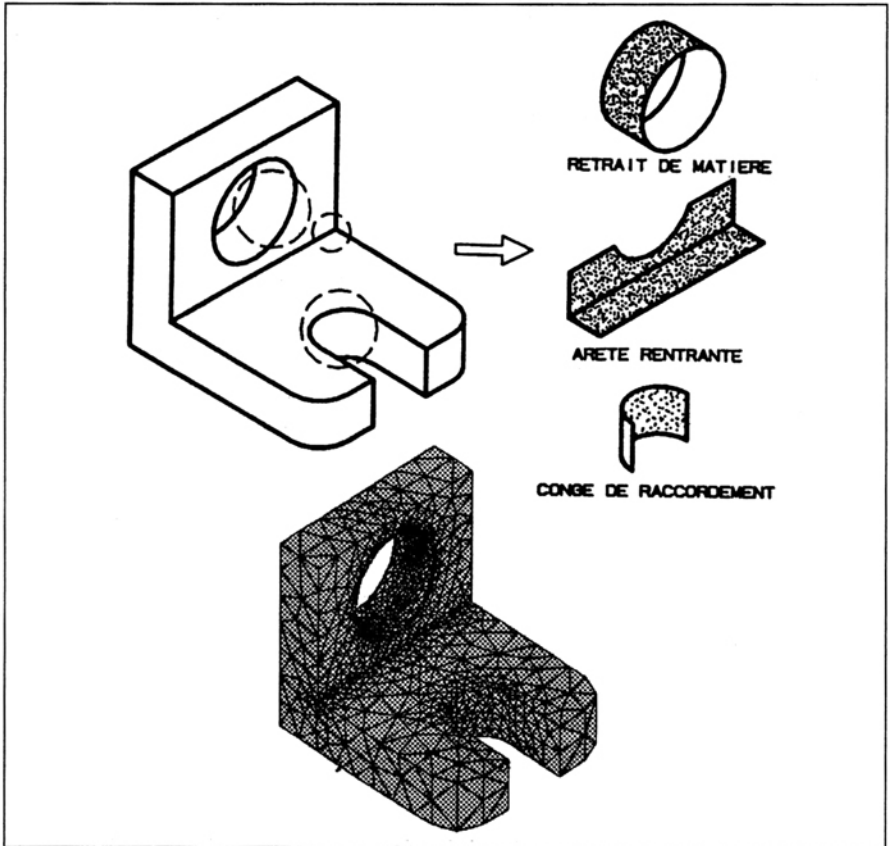


Figure 4. *Caractéristiques à la source de concentrations de contraintes*

L'intérêt du recours à un modèle géométrique dual est assez évident à ce niveau puisque l'identification des caractéristiques de forme peut se faire à la fois à partir du CSG et du BREP exact ce qui améliore son efficacité (en terme de nombre de caractéristiques identifiées) et sa rapidité. L'analyse des opérations topologiques de l'arbre permet, en effet, d'extraire la plus grande partie des retraits de matière alors que les arêtes rentrantes sont identifiées, soit en déterminant les angles entre surfaces le long des arêtes (edges) de la structure de données du BREP (figure 5) lorsqu'il n'y a pas de rayon de raccordement, soit lorsque c'est le cas, en recherchant

parmi les surfaces de cette même structure celles qui correspondent à des raccords.

Pour ce qui est de l'identification de arêtes rentrantes on fait intervenir les vecteurs \mathbf{V}_i et \mathbf{V}_j en un point commun à deux surfaces connexes S_i et S_j calculés de la manière suivante :

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{N}_i \wedge \mathbf{T}_i$$

\mathbf{N}_i est la normale sortante au point considéré vis à vis de S_i

\mathbf{T}_i est le vecteur tangent (orienté) à la courbe d'intersection des surfaces

La condition pour avoir un angle rentrant est alors :

$$\mathbf{N}_i \cdot \mathbf{V}_j \geq 0$$

L'angle entre les deux surfaces est alors donné par :

$$\cos\theta = \frac{\vec{V}_i \cdot \vec{V}_j}{|\vec{V}_i| |\vec{V}_j|}$$

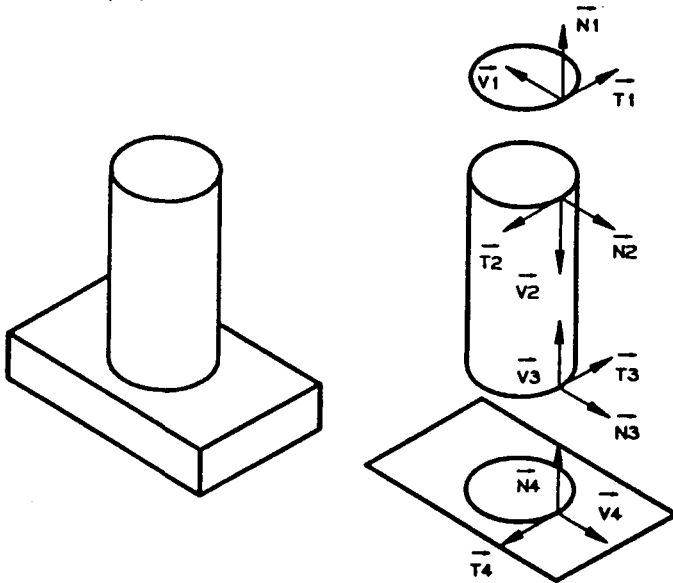


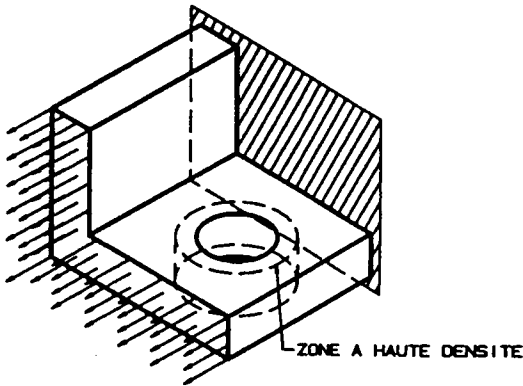
Figure 5. Identification des angles rentrants

Ensuite, on évalue par rapport aux conditions aux limites imposées à la pièce, la manière dont sont sollicitées ces caractéristiques de forme en vue de déterminer si elles vont effectivement provoquer des concentrations de contrainte (figure 6).

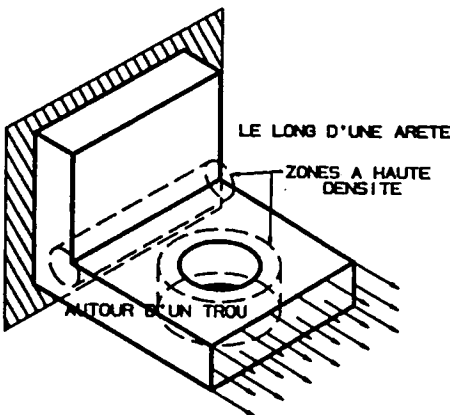
Cette opération consiste d'abord à déterminer de manière assez grossière l'état global de sollicitation de l'objet en utilisant les méthodes analytiques classiques.

Ensuite connaissant le type de chargement global on est en mesure de déduire les chargements locaux pour chaque caractéristique de forme extraite et suivant l'orientation de la caractéristique par rapport au chargement retenir certaines d'entre elles et rejeter les autres. On a ainsi identifié "à priori" dans la structure du BREP, des surfaces et des arêtes à la source de forts gradients de solution.

Celles-ci vont nous permettre, en leur associant des "zones d'influence", d'établir la répartition de densité nodale dans tout le volume de l'objet sans avoir recours au concept de "background mesh", tel que défini par Peraire et al [PER 88]. La densité en un point donné de l'espace est en effet égale à la densité globale à l'exception des "zones d'influence", introduites ci-dessus où la variation de densité nodale fait l'objet d'une formulation analytique.



PREMIER CAS DE CHARGE



SECOND CAS DE CHARGE

Figure 6. Différents cas de chargement

Nous avons évoqué ci-dessus le concept d'intégration du maillage [ALA 90] au modèle géométrique de l'objet de manière à permettre les modifications locales d'une discrétisation existante.

Ceci est rendu possible grâce à l'introduction de la notion de pré-maillage (figure 7). On associe à chacune des primitives "solides" mentionnées ci-dessus, une discrétisation à topologie connue à priori, paramétrée par le type de primitive d'une part (cylindre, sphère...), ses caractéristiques géométriques (rayon, longueur...), et enfin l'écart moyen inter-nodal (déterminé en fonction du coefficient de densité global). Il s'agit, en définitive, d'appliquer à des zones de géométrie très simple des algorithmes de maillage paramétrique [BER 89].

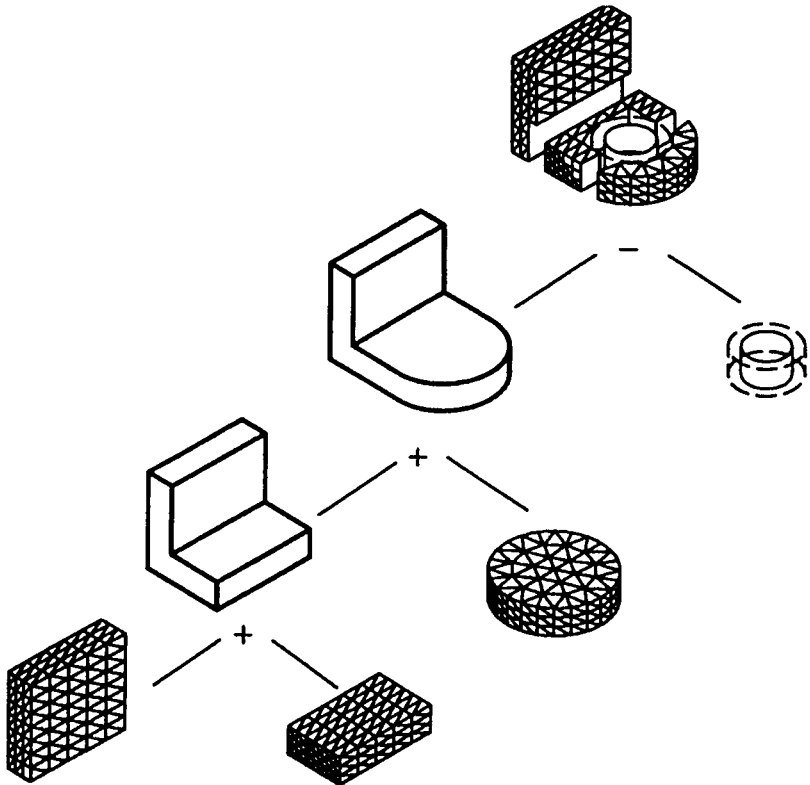


Figure 7. Pré-maillage des primitives solides

Lors du déroulement de ces algorithmes, les zones d'intersection et de recollement d'une part ainsi que les zones englobant les "trous" sont exclues, de sorte qu'à ce stade le résultat obtenu est le maillage avec une densité presque uniforme d'un ensemble de zones disjointes de l'objet.

L'intérêt de cette méthode est triple :

- une bonne partie de l'objet est discrétisée de manière très rapide.
- La connaissance de la topologie locale de l'objet, pour chacune de ces zones prémaillées, permet d'obtenir la conformité topologique entre l'objet et le maillage, ce qui accroît la qualité de la discrétisation obtenue dans ces zones.
- On peut retracer par rapport au modèle géométrique l'origine des éléments et des nœuds du maillage en vue de réaliser les liens qui constituent le fondement de l'intégration du maillage au modèle dual.

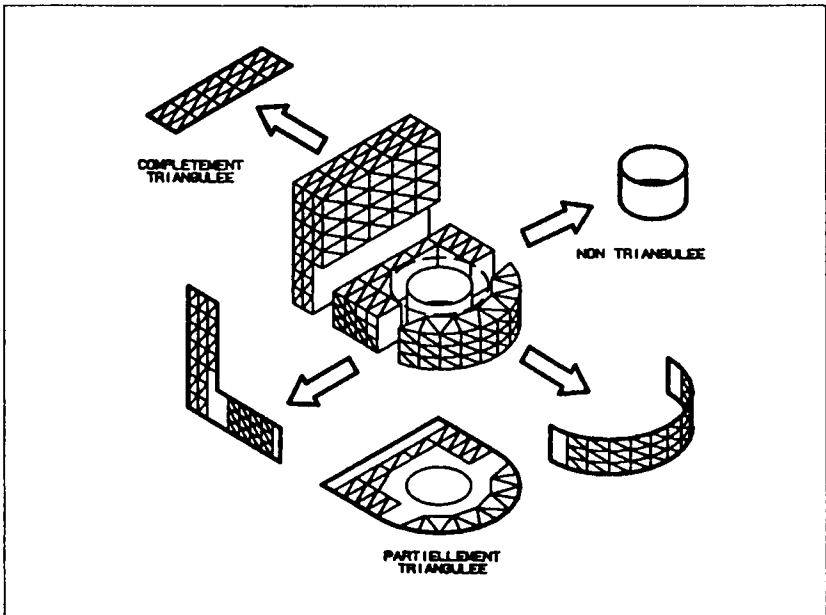


Figure 8. Classification des surfaces du BREP après pré-maillage

Le maillage des zones restantes commence par un examen des surfaces du BREP et par leur classification en trois catégories : complètement, partiellement ou nullement triangulées à ce stade du processus (figure 8). Il s'agit à présent d'achever la triangulation de l'enveloppe de l'objet en tenant compte des conditions établies précédemment quant à la variation de la densité nodale.

Parmi les techniques de maillage développées à ce jour [GEO 91][HOL 88] [CAV 85][FRE 70][YER 84][KEL 86][WOR 84][SLU 82], les méthodes frontales [CUI 93][LOH 88][PER 88][CHA 89] s'avèrent particulièrement efficaces lorsque l'on désire respecter des spécifications précises au niveau de la densité nodale (même dans un contexte anisotrope), sans requérir nécessairement la connaissance de la distribution nodale, comme dans le cas des approches de type Delaunay basées sur la construction des polyèdres et polygones de Voronoi [CAV 85][BAK 89] [LEE 84].

Les méthodes par insertions successives dérivées de Delaunay-Voronoi dans sa version initiale ont été implémentées avec succès et sont d'une efficacité comparable aux méthodes frontales, notamment en ce qui concerne les procédures de maillage tridimensionnel.

Nous avons développé, dans cette optique, des algorithmes permettant d'appliquer, directement, la technique frontale (à densité nodale contrôlée), aux surfaces d'un modèle par les frontières, à partir des propriétés mathématiques des surfaces paramétriques (figures 9 et 10) [CUI 93][DOC 76][MOR 90].

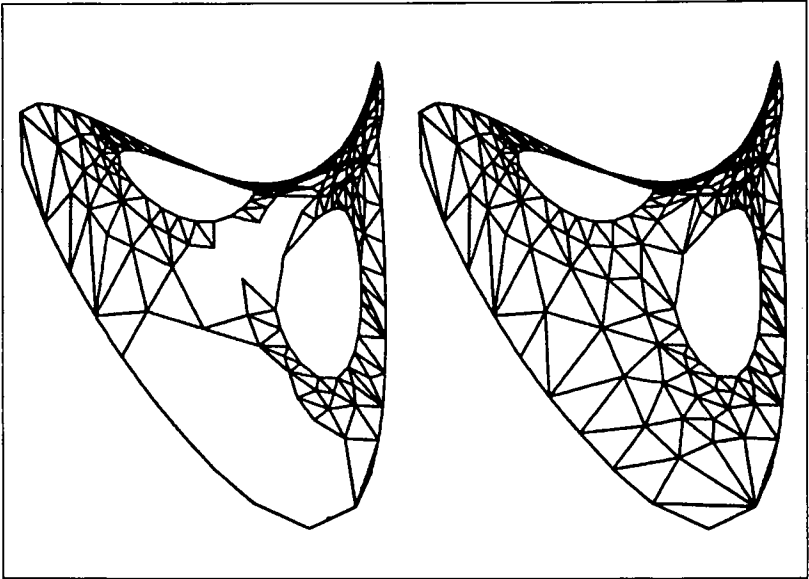


Figure 9. *Méthode frontale à topologie quelconque et à densité contrôlée*

A ce stade de déroulement de la procédure, restent à mailler un ensemble de zones fermées, bornées par des triangles d'interface issus des prémaillages d'une part, ainsi que par les triangles provenant de la discrétisation surfacique effectuée à l'étape précédente.

Le problème consiste désormais à générer des mailles tétraédrique à l'intérieur de zones dont les frontières sont complètement triangulées en respectant des contraintes sur la variation de la densité nodale. Une fois encore, les techniques frontales [CUI 93][GEO 91][PER 88][LOH 88][CHA 89], sont bien appropriées à ce problème.

La génération automatique directe (sans lissage) de triangles de formes régulières (s'approchant le plus possible de l'équilatéral) est relativement bien maîtrisée. Par contre, c'est un problème beaucoup plus complexe en volumique. Ainsi, un maillage généré suivant les étapes décrites ci-dessus est susceptible de

présenter un taux de distorsion élevé et ne peut être utilisé directement à des fins d'analyse.

Nous appliquons, par conséquent, des méthodes de lissage [GEO 91][HER 76] tels que le barycentrage (avec ou sans relaxation) en vérifiant, lors du déroulement de la procédure, que l'on ne génère pas, d'une part, des tétraèdres inversés, et d'autre part, des mailles plus médiocres qu'avant la régularisation.

$$P^{m+1} = (1 - \omega)P^m + \frac{\omega}{n} \sum_{j=1}^n \alpha_j P_{k_j}^m$$

où à l'étape m :

n est le nombre de points connectés au point P^m

les $P_{k_j}^m$ sont ces points d'indice k_j

α_j est le poids associé à ces points (avec $\sum \alpha_j = 1$)

ω est le facteur de relaxation ($\omega = 1$ correspond au barycentrage sans relaxation)

Remarquons également que le tétraèdre linéaire (à déformation constante) est considéré comme relativement pauvre pour l'analyse et une précision raisonnable sur les résultats requiert des mailles très fines. Cependant, la conversion de ces tétraèdres en une version à degré polynomial plus élevé (tétraèdre quadratique ou cubique), est assez simple à mettre en œuvre, en particulier grâce à l'intégration étroite dans la structure de donnée entre géométrie et maillage.

Il est en effet, dans ce contexte, relativement facile de générer des nœuds supplémentaires sur les surfaces réelles de l'objet. Cette opération consiste en réalité à ajouter, à mi-distance ou au tiers de la distance, un ou plusieurs nœuds sur un segment curviligne (géodésique minimale passant par les deux points de départ) en considérant des propriétés métriques propres à la surface considérée [DOC 76] [CUI93]. Lors de l'augmentation du degré des éléments (ainsi que dans le cas d'un raffinement de type h), cette approche (intégration géométrie-maillage) garantit la convergence vers une solution basée sur la géométrie réelle de l'objet plutôt que sur une approximation de celle-ci.

La dernière étape de la procédure consiste à renumérotter les nœuds du maillage généré [GEO 91], en vue de minimiser la place requise pour stocker les matrices calculées au moment de l'analyse proprement dite.

La figure 10 présente le résultat d'une procédure de maillage tridimensionnel telle que décrite dans les paragraphes précédents c'est-à-dire analyse géométrique du modèle solide de l'objet étudié, détermination automatique de zones de raffinement des mailles et enfin maillage frontal intégré au modèle géométrique. On y présente également le résultat de la procédure sans pré-optimisation de la densité nodale. Les indices de qualité pour ces deux maillages sont en surfacique et volumique (selon les critères classique de la sphère inscrite et du cercle inscrit, en triangulation) [GEO 91] :

Sans pré-optimisation : 398 triangles, moyenne 0.77, pire 0.33

424 tétraèdres, moyenne 0.59, pire 0.10

Avec pré-optimisation : 516 triangles, moyenne 0.81, pire 0.37

1237 tétraèdres, moyenne 0.63, pire 0.12

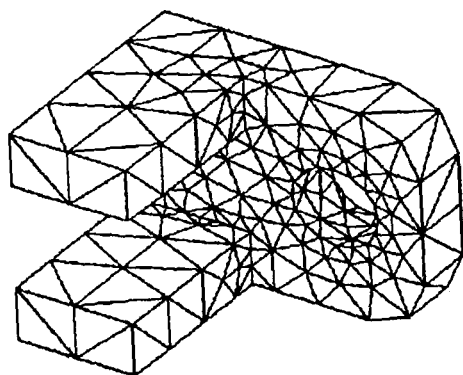
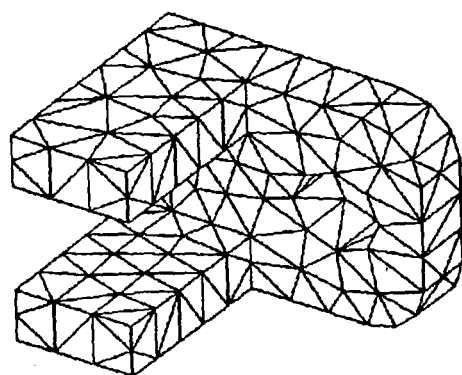
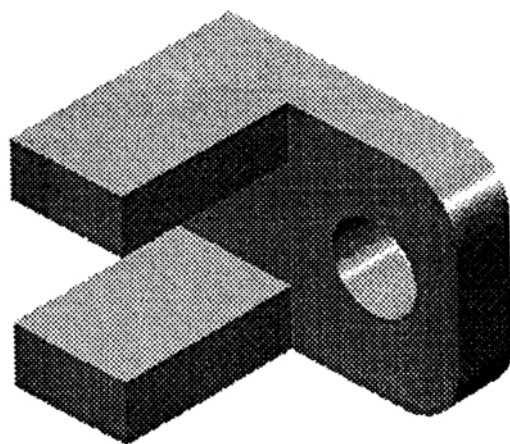


Figure 10. Exemple de résultat

5. Conclusion

L'approche présentée ici n'est d'aucune manière un palliatif au processus de raffinement adaptatif *a posteriori*, mais un moyen d'introduire au début de ce processus un maillage ayant déjà un certain degré d'optimisation de manière à accélérer sa convergence.

La méthode présentée s'inscrit dans le cadre de l'émergence de nouvelles procédures de discrétisation directe et automatique du modèle solide d'un objet, tout en respectant des spécificités inhérentes au problème physique étudié d'une part, et d'autre part en poursuivant l'objectif d'intégration de toutes les fonctions mises en œuvre lors du processus de conception/fabrication d'un nouveau produit. Cette recherche s'inscrit dans le contexte général suivant :

- améliorer les procédures de maillage en terme de rapidité. Cet objectif est ici atteint de trois manières différentes. D'abord, l'utilisation des pré-maillages permet de ramener le problème de la discrétisation d'un objet tridimensionnel à celui, plus restreint, de la discrétisation de portions de cet objet. Ensuite, le fait de proposer au début du processus itératif [maillage-analyse-estimation de l'erreur] un maillage pré-optimisé accélère sa convergence. Enfin, les possibilités de remaillage automatique local en cas de modification mineure du design, contribuent à accélérer la boucle de raffinement de la solution initiale.

- progresser vers l'utilisation de la méthode des EF par un plus grand nombre d'ingénieurs en couplant ce type d'approche avec les techniques d'intelligence artificielle [HOL 86].

- introduire dans les différents domaines d'application de la méthode des EF des procédures de détermination automatique des contraintes à imposer aux maillages.

- mettre en place des techniques de maillage automatique permettant de satisfaire de manière très précise à ces spécificités.

6. Bibliographie

- [ALA 90] Alagar, V S, Bui, T D and Periyasamy, K, *Semantic CSG trees for finite element analysis*, Comput.-Aided Des. Vol. 22, N° 4 (1990), pp 194-198.
- [BAB 90] Babuska, I, Suri, M, *The p and h-p versions of the Finite element method, an overview*, Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., pp 5-26, 1990.
- [BAK 89] Baker, T J, *Automatic mesh generation for complex three-dimensional regions using a constrained Delaunay triangulation*, Engineering with Computers 5, pp 161-175 (1989).
- [BER 89] Berry, K J, *Parametric 3D Finite-element mesh generation*, Computers and Structures, Vol. 33, N° 4, pp 969-976, 1989.
- [BRE 84] Brebbia, C A, Telles, J C F and Wrobel, L C, *Boundary element techniques : theory and applications in engineering*, Springer Verlag, Berlin, New York 1984.

- [CAV 85] Cavendish, J C, Field, D A and Frey, W H, *An approach to automatic three-dimensional finite element mesh generation*, Int. J. Numer. Meth. Eng. Vol. 21 (1985), pp 329-347.
- [CHA 89] Chae, S W, Bathe, K J, *On automatic mesh construction and mesh refinement in Finite Element Analysis*, Computers and structures, Vol. 32 (1989) N° 3-4, pp 911-936.
- [CUI 92] Cuillière, J C, Maranzana, R and Gueury, M, *A direct approach to automatic three-dimensional finite element mesh refinement*, 7th International Conference on CAD/CAM, Robotics and Factories of the future, 17-19 Aug 92, Metz, France.
- [CUI 93] Cuillière, J C, *Pré-optimisation de maillages automatiques tridimensionnels pour les méthodes numériques- Application à l'ingénierie simultanée*, Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine (1993).
- [DEN 92] Deneux, D, Buczkowski, E, Maranzana, R, *PLANET : Towards a new solution for CAD/CAM integration*, UPCAEDM 92, Tennessee Tech. N° logical University, Aug 16-19, Cookeville, Tennessee, USA.
- [DOC 76] Do Carmo, M P, *Differential geometry of curves and surfaces*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 1976.
- [FRE 70] Frederick, C O, Wong, Y C and Edge, F W, *Two-dimensional automatic mesh generation for structural analysis*, Int. J. Numer. Meth. Eng. Vol. 2 (1970), pp 133-144.
- [FRE 87] Frey, W H, *Selective refinement : A new strategy for automatic N° de placement in graded triangular meshes*, Int. J. Numer. Meth. Eng., Vol. 24, pp 2183-2200, 1987.
- [GEO 91] George, P L, *Génération automatique de maillages, applications aux méthodes d'éléments finis*, Masson, Paris 1991.
- [HER 76] Herrmann, L R, *Laplacian-isoparametric grid generation scheme*, J. of Eng. Mech. Div. Proceedings of Amer. Soc. Civil Eng. Vol. 102 (EM5), (1976).
- [HOL 88] Ho-Le, K, *Finite element mesh generation methods : a review and classification* Comput.-Aided Des. Vol. 20, N° 1 (1988), pp 27-38.
- [HOL 86] Holt, R C and Narayana, U V L, *Adding intelligence to finite element modeling* Expert systems in Government Symp. McLean, VA, USA (1986), pp 326-336.
- [KEL 86] Kela, A, Perucchio, R and Voelcker, H, *Toward automatic finite element analysis* Comput. Mech. Eng. (1986), pp 57-71.
- [LEE 84] Lee, Y T, Pennington, A D and Shaw, N K, *Automatic finite element mesh generation from geometric models - a point based approach*, ACM Trans Graph. Vol. 3, N° 4 (1984), pp 287-311.
- [LOH 88] Lohner, R and Parikh, P, *Generation of three-dimensional unstructured grids by the advancing-front method*, International Journal For Numerical Methods in Fluids, Vol. 8, pp 1135-1149 (1988).
- [MAR 88] Maranzana, R, *Integration des fonctions de conception et fabrication autour d'une base de données relationnelle*, Thèse de doctorat, université de Valenciennes (1988).
- [MCD 91] McDill, J M, Oddy, A S and Goldak, J A, *An adaptive mesh-management algorithm for three-dimensional automatic Finite element analysis*, Trans. CSME, Vol.15, N° 1, 1991.
- [MOR 90] Mortenson, M E, *Geometric modeling*, John Wiley & Sons, New York 1985.

- [NGU 82] Nguyen-Van-Phai, *Automatic mesh generation with tetrahedron elements*, Int. J. Numer. Meth. Eng. Vol. 18 (1982), pp 273-289.
- [PER 88] Peraire, J, Peiro, J, Formaggia, L, Morgan, K and Zienkiewicz, O C, *Finite element euler computations in three dimensions*, Int. J. Numer. Met. Eng. Vol. 26 (1988), pp 2135-2159.
- [REQ 83] Requicha, A A G and Voelcker, H B, *Solid modeling : current status and research directions*, IEEE Comput. Graph. Appl. Vol. 3, N° 7 (1983), pp 25-37.
- [SAM 84] Samet, H, *The quadtree and related hierarchical data structures*, Computing Surveys Vol. 16, N° 2 (1984), pp 187-260.
- [SLU 82] Sluiter, M L C and Hansen, D C, *a general purpose automatic mesh generator for shell and solid finite element*, in Hulbert, L E (ed) *Computers in engineering*, Vol. 3, Book N° G00217, ASME (1982), pp 29-34.
- [WOR 84] Wordenweber, B, *Finite element mesh generation*, Comput.-Aided Des. Vol. 16, N° 5 (1984), pp 285-291.
- [YER 84] Yerry, M A and Shephard, M S, *Automatic three-dimensional mesh generation by the modified-octree technique*, Int. J. Numer. Meth. Eng. Vol. 20, N° 11 (1984), pp 1965-1990.
- [ZEI 91] Zeid, I, *CAD/CAM, Theory and practice*, Mc Graw Hill, New York 1991.
- [ZIE 91] Zienkiewicz, O C, *Adaptivity-Fluids-Localisation : The challenge to computational mechanics*, Trans. CSME Vol. 15, N° 2, (1991).

Article soumis le 10 mai 1995

Version révisée le 20 février 1996