
Analyse du comportement dynamique des roues de turbomachines immergées

Georges Jacquet-Richardet — Christian Dal-Ferro

Laboratoire de mécanique des structures URA CNRS 862

INSA de Lyon

20, avenue Albert Einstein

69621 Villeurbanne cedex

RÉSUMÉ. Une méthode de prédiction du comportement dynamique des roues de turbomachine immergées, est proposée. Elle permet de déterminer les fréquences et modes propres, ainsi que la réponse à des sollicitations harmoniques du système couplé fluide-structure. Le fluide est considéré incompressible et au repos. La taille du problème à traiter est considérablement réduite en limitant le domaine d'analyse à un secteur répétitif du système et en appliquant des techniques modales au fluide et à la structure. Cette procédure permet de calculer des structures industrielles, avec des moyens informatiques standards de bureaux d'études (stations de travail), tout en conservant une précision suffisante. La méthode est appliquée à une roue de pompe centrifuge immergée. Les résultats numériques obtenus sont comparés à des résultats expérimentaux.

ABSTRACT. A method, adapted to the prediction of the dynamic behaviour of immersed turbomachinery wheels, is proposed. The method allows efficient computation of natural frequencies, mode shapes and harmonic response of the coupled fluid structure system. The fluid is supposed incompressible and at rest. The size of the problem is appreciably reduced using the properties of wave propagation in periodic systems combined with modal techniques applied to both structure and fluid domains. This procedure allows the computation of industrial structures on standard computer workstations, without noticeable loss of accuracy. The method is applied to an immersed centrifugal pump wheel. The numerical results obtained are compared to experimental results.

MOTS-CLÉS : analyse modale, réponse dynamique, modélisation, masse ajoutée, élément fini, expérimentation, pompe centrifuge.

KEY WORDS : modal analysis, dynamic response, modelling, added mass, finite element, experiments, centrifugal pump.

1. Introduction

L'évolution des machines et de leurs conditions d'exploitation conduit à une augmentation des risques de ruptures liés aux problèmes vibratoires, et ainsi oblige les industriels à caractériser finement leurs comportements dynamiques. L'analyse modale des roues de turbomachines découplées de leur environnement est maintenant bien maîtrisée [HEN 81], [JAC 90]. Elle permet de rendre compte du comportement des structures fonctionnant dans un fluide léger (compresseur). En revanche, lorsque l'on s'intéresse à des structures fonctionnant dans un fluide lourd (pompes, turbines), l'influence du fluide sur le comportement dynamique de la structure est significatif [LEC 89] [GUP 84] et doit être pris en compte.

Une campagne d'essais effectuée par la société Alsthom Bergeron [ALS 88] a montré que, dans le cas d'une roue de pompe, le comportement modal de la structure immergée en présence d'écoulement est proche de celui de la structure immergée dans le fluide au repos. L'effet essentiel de l'écoulement est d'augmenter les amortissements du système, en altérant peu ses fréquences et modes propres. Par ailleurs, les roues sont étudiées dans un domaine fréquentiel situé au-dessous des premières fréquences acoustiques du volume fluide environnant, ce qui permet de considérer le fluide comme incompressible. Ainsi, seuls les problèmes de couplage fluide-structure linéaires, dans le domaine des basses fréquences où le phénomène de masse ajoutée est prépondérant, sont considérés ici.

Les techniques numériques de résolution du problème couplé se répartissent principalement en deux grandes catégories. Dans la première, sont classées les méthodes de type équations intégrales [OUS 83], [TSA 87], [HAM 88]. Ces techniques ne nécessitent que la discrétisation des frontières de l'espace fluide et sont particulièrement bien adaptées aux problèmes de couplage extérieur pour lesquels le domaine fluide est étendu à l'infini. Dans la seconde catégorie, sont classées les formulations basées sur la méthode des éléments finis. Ces dernières nécessitent la discrétisation de tout le volume fluide et se distinguent par le choix des variables retenues qui peuvent être le déplacement [SUN 83], [OLS 83], la pression [ZIE 65], [ZIE 69], le potentiel des déplacements ou des vitesses [EVE 81] ou encore une combinaison pression potentiel [MOR 79], [OLS 85]. Ces formulations sont adaptées aux problèmes de couplage intérieur pour lesquels les espaces fluides sont bornés. Compte tenu de la géométrie complexe des turbomachines et du caractère confiné des volumes fluides concernés, la méthode des éléments finis est retenue dans ce travail, pour la discrétisation de la structure et du fluide.

La discrétisation des ensembles fluide structure couplés, de forme complexe, conduit à des systèmes matriciels de grande taille. Par conséquent, lorsqu'il s'agit de proposer une méthode de calcul efficace adaptée aux moyens de calculs standards des bureaux d'étude (station de travail), il est indispensable de réduire le plus possible le volume des calculs sans altérer la précision du résultat. Une première possibilité de réduction consiste à éviter la construction de la matrice masse ajoutée, en introduisant l'action du fluide directement dans les algorithmes itératifs de recherche de valeurs propres vecteurs propres [DUN 78]. Une seconde possibilité de réduction peut venir de l'application de techniques modales. Ces dernières, fréquemment utilisées, consistent à

projeter les variables relatives à la structure et/ou celles relatives au fluide dans des bases tronquées [MOR 92], [ORS 84]. Une troisième possibilité permet, si la géométrie s'y prête, de réduire le domaine d'analyse en utilisant les symétries du système. Dans le cas particulier des roues de turbomachines, une symétrie de type cyclique peut être employée et l'application des théories de propagation d'ondes limite le domaine d'analyse à un seul secteur répétitif de l'ensemble.

Pour modéliser la structure en air, Henry [HEN 81] [BER 91] propose une méthode mixte basée sur l'association d'une technique de sous-structuration et de la théorie de propagation d'ondes. Une extension de ces travaux au problème couplé hydroélastique est présentée par Allouche [ALL 85]. Dans cette formulation, tous les degrés de liberté du fluide sont conservés et par conséquent la construction de la matrice de masse ajoutée reste une opération lourde. Pour réduire significativement les temps de calcul, Pavanello [PAV 91] utilise une technique de sous-structuration à la fois pour le fluide et pour la structure.

L'étude présentée reprend les travaux décrits précédemment et les étend à la réponse en régime permanent sous excitation harmonique. Le modèle proposé permet de prédire les fréquences propres et modes du système ainsi que le niveau vibratoire de la structure soumise à des excitations extérieures. Les amortissements sont pris en compte par l'intermédiaire de coefficients d'amortissement modaux. La construction de l'opérateur de masse ajoutée est allégée en utilisant une technique de réduction modale supplémentaire. La formulation est validée par application à une roue de pompe centrifuge.

2. Modélisation du système couplé

Les équations qui gouvernent le système couplé fluide structure sont développées, en utilisant une formulation lagrangienne pour la structure (variables en déplacement) et une formulation Eulérienne pour le fluide (variables en pression). La structure est constituée d'un matériau homogène et isotrope. Son comportement est supposé linéaire. Ses énergies cinétique et de déformation s'écrivent, après discrétisation éléments finis [ZIE 91], sous la forme :

$$T_S = \frac{1}{2} \{\dot{\delta}\}^t [M] \{\dot{\delta}\} \quad [1]$$

$$U_S = \frac{1}{2} \{\delta\}^t [K] \{\delta\} \quad [2]$$

où $\{\delta\}$ et $\{\dot{\delta}\}$ sont respectivement les vecteurs nodaux en déplacement et vitesse, $[M]$ est la matrice masse de la structure et $[K]$ sa matrice raideur.

En vibrant, la structure est soumise d'une part à l'action du champs de pression induit dans le fluide et qui s'exerce sur la surface d'interface fluide structure, et d'autre part à l'action des forces extérieures. Le travail virtuel de ces actions se traduit par :

$$W_S^* = \{\delta^*\}^t [L] \{p\} + \{\delta^*\}^t \{F\} \quad [3]$$

où $\{p\}$ et $\{F\}$ sont respectivement les vecteurs nodaux en pression et force et $[L]$ est la matrice d'interface fluide structure. Le symbole * indique une entité virtuelle. A partir des expressions de T_s , U_s , W_s , l'application des équations de Lagrange conduit aux équations de comportement de la structure. Soit

$$[M] \{\ddot{\delta}\} + [K] \{\delta\} = [L] \{p\} + \{F\} \quad [4]$$

Suite à une campagne d'essais menée sur une roue de pompe centrifuge [ALS 88] et compte tenu des dimensions du volume fluide concerné, il paraît raisonnable de supposer le fluide parfait, incompressible et sans écoulement d'ensemble. Ainsi, le champ de pression stationnaire induit est régi par l'équation de Laplace:

$$\Delta p_{(x,y,z)} = 0 \quad [5]$$

A l'interface fluide structure, la continuité des vitesses suivant la normale à la paroi impose la relation suivante:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho_F \ddot{\delta}_n \quad [6]$$

où n représente la normale à l'interface et ρ_F est la masse volumique du fluide. L'équation locale [5] ainsi que les conditions limites associées sont intégrées sur l'ensemble du domaine fluide en utilisant une approche basée sur la méthode des résidus pondérés de type Galerkin [DAL94b, ZIE91]. Les équations obtenues pour le fluide sont après discrétisation éléments finis:

$$[H] \{p\} = -\rho_F [L]^t \{\ddot{\delta}\} \quad [7]$$

$\{\ddot{\delta}\}$ est le vecteur accélérations nodales de la structure et $[H]$ la matrice volumétrique du fluide. La combinaison des équations [4] et [7] se traduit par le système différentiel suivant:

$$([M] + [Ma]) \{\ddot{\delta}\} + [K] \{\delta\} = \{F\} \quad [8]$$

où $[Ma]$ représente la matrice de masse ajoutée, qui s'écrit:

$$[Ma] = \rho_F [L] [H]^{-1} [L]^t \quad [9]$$

Le calcul de la matrice [Ma] ne peut être effectué que si la matrice [H] est inversible, ce qui suppose que le domaine fluide ne soit pas fermé. Pour les applications considérées (roues de turbomachines), cette condition est satisfaite puisque le domaine fluide est ouvert au niveau de l'aspiration et du refoulement. L'effet de masse ajoutée est d'autant plus sensible que le fluide est dense, ρ_F , que la surface des parois qui ont un mouvement de pénétration dans le fluide est importante, matrice [L], et enfin que le fluide est confinée, matrice [H].

3. Méthode de résolution adaptée aux roues de turbomachines

Malgré la simplicité du modèle fluide retenu, la discrétisation directe d'un problème industriel conduit à un nombre de degrés de liberté prohibitif qu'il est nécessaire de réduire.

3.1. Réduction du domaine d'analyse à un secteur de l'ensemble fluide-structure

Les applications auxquelles on s'intéresse concernent les structures immergées qui présentent une symétrie cyclique de rotation. L'ensemble fluide-structure correspond à une juxtaposition de N secteurs identiques, composés d'une partie solide et d'une partie liquide. La méthode de propagation d'ondes dans les milieux périodiques circulaires [THO 79] permet de réduire le domaine d'analyse à un seul secteur répétitif. Les déplacements et pressions induites sur un secteur ℓ donné, peuvent être exprimés en fonction de variables généralisées de Fourier relatives au secteur de base:

$$\{\delta\}_{\text{secteur } \ell} = \sum_{n=0}^{D/2} \left[\left\{ \delta_n^c \right\} \cos(\ell-1)\beta_n + \left\{ \delta_n^s \right\} \sin(\ell-1)\beta_n \right] \quad [10]$$

$$\{p\}_{\text{secteur } \ell} = \sum_{n=0}^{D/2} \left[\left\{ p_n^c \right\} \cos(\ell-1)\beta_n + \left\{ p_n^s \right\} \sin(\ell-1)\beta_n \right] \quad [11]$$

où $\{\delta\}_{\text{secteur } \ell}$, $\{p\}_{\text{secteur } \ell}$ sont les vecteurs nodaux en déplacement et pression du secteur ℓ exprimés dans un repère cylindrique et $\{\delta_n^c\}$, $\{\delta_n^s\}$, $\{p_n^c\}$, $\{p_n^s\}$, sont les vecteurs nodaux relatifs au secteur de base et contenant les variables généralisées de Fourier. $\beta_n = 2\pi n/N$ est l'angle qui traduit le déphasage entre les différents secteurs. N est le nombre de secteurs et n, indice de Fourier, prend les valeurs discrètes: $n=0, 1, 2, \dots, D/2$ avec $D = N$ si N est pair et $D = (N-1)$ si N est impair

De la même manière, les forces nodales extérieures appliquées sur l'ensemble de la structure sont exprimées en fonction de quantités associées au secteur de base:

$$\{F\}_{\text{secteur } \ell} = \sum_{n=0}^{D/2} \left[\left\{ F_n^c \right\} \cos(\ell-1)\beta_n + \left\{ F_n^s \right\} \sin(\ell-1)\beta_n \right] \quad [12]$$

les forces généralisées $\{F_n^c\}$ et $\{F_n^s\}$ étant données par:

$$\{F_n^c\} = \lambda_n \sum_{\ell=1}^N \{F\}_{\text{secteur } \ell} \cdot \cos \frac{2\pi}{N}(\ell-1)n \tag{13}$$

$$\{F_n^s\} = \lambda_n \sum_{\ell=1}^N \{F\}_{\text{secteur } \ell} \cdot \sin \frac{2\pi}{N}(\ell-1)n \tag{14}$$

avec $\lambda_n = 2/N$ si $n \neq 0$ et $n \neq N/2$ $\lambda_n = 1/N$ sinon

3.2. Réduction des degrés de liberté du secteur

Pour que la modélisation soit adaptée au traitement de cas à très grand nombre de degrés de liberté, une réduction supplémentaire est utilisée. La démarche proposée est une extension de la méthode de sous structuration avec interfaces fixes développée par Craig et Bampton [CRA 68]. Elle est utilisée en considérant le secteur de base comme une sous structure du système complet, composée d'une partie solide et d'une partie fluide. On particularise dans les vecteurs déplacement et pression du secteur de base, les degrés de liberté $\{\delta_c\}$ et $\{p_c\}$ relatifs à des noeuds situés sur les contours et ceux $\{\delta_i\}$ et $\{p_i\}$ relatifs à des noeuds situés à l'intérieur du secteur. On particularise de la même façon les termes des différentes matrices:

$$[M] = \begin{bmatrix} [M_{cc}] & [M_{ci}] \\ [M_{ic}] & [M_{ii}] \end{bmatrix}$$

Le nombre des degrés de liberté internes est réduit [PAV 91], en supposant que dans le mouvement d'ensemble du système couplé :

- les déplacements internes $\{\delta_i\}$ peuvent être décrits par une superposition de modes dynamiques à interface fixe $[\phi_i]$ et de déformées statiques de liaison $[\phi_c]$
- les pressions internes $\{p_i\}$ peuvent être décrites par une superposition de champs de pression dynamiques à interfaces fixes (pression nulle à l'interface) $[\psi_i]$ et de champs de pression de liaison $[\psi_c]$.

STRUCTURE	FLUIDE
$\begin{Bmatrix} \delta_c \\ \delta_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] & [0] \\ [\phi_c] & [\phi_i] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_c \\ q_i \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} p_c \\ p_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] & [0] \\ [\psi_c] & [\psi_i] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_c \\ r_i \end{Bmatrix}$

3.2.1. Détermination des déformées statiques et champs de pression de liaison

Les déformées et champs de pression de liaison, sont obtenus en considérant les parties fluide et structure du secteur de base comme deux entités distinctes. Des déplacements et pressions nuls sont imposés sur les contours. Les déformées statiques de liaison, matrice $[\phi_c]$, sont calculées en libérant successivement chaque degré de liberté du contour structure pour le fixer à la valeur unité. Les champs de pression stationnaires de liaison, matrice $[\psi_c]$, sont déterminés en considérant l'interface fluide-structure comme une paroi rigide. Ils sont calculés en libérant successivement la pression de chacun des noeuds du contour fluide pour la fixer à la valeur unité. On est ainsi amené à résoudre, sur chacun des domaines, autant de systèmes linéaires qu'il existe de degrés de liberté de contours.

3.2.2. Détermination des modes et champs de pression dynamiques

Les modes et champs de pression dynamiques sont obtenus en considérant l'ensemble fluide-structure du secteur de base comme un système couplé, pour lequel des déplacements et pressions nuls sont imposés sur les contours. Les premiers modes $\{\phi_i\}$ de la structure sont déterminés et pour chacun d'eux le champs de pression $\{\psi_i\}$ induit dans le fluide est calculé. Il est ainsi nécessaire de résoudre le système couplé suivant :

$$\begin{cases} [M_{ii}] \{\ddot{\delta}_i\} + [K_{ii}] \{\delta_i\} = [L_{ii}] \{p_i\} \\ [H_{ii}] \{p_i\} = -\rho_F [L_{ii}]^t \{\ddot{\delta}_i\} \end{cases} \quad [15]$$

3.3. Equations du système couplé

En appliquant les réductions présentées, les systèmes [4] et [7] se transforment en systèmes de faible taille, associés à chacun des déphasages β_n possibles. Soit:

$$[M_{(n)}] \{\ddot{\bar{\delta}}_n\} + [K_{(n)}] \{\bar{\delta}_n\} = [L_{(n)}] \{\bar{p}_n\} + \{\bar{F}_n\} \quad [16]$$

$$[H_{(n)}] \{\bar{p}_n\} = -\rho_F [L_{(n)}]^t \{\ddot{\bar{\delta}}_n\} \quad [17]$$

ou encore:

$$[M_{(n)+Ma_{(n)}}] \{\ddot{\bar{\delta}}_n\} + [K_{(n)}] \{\bar{\delta}_n\} = \{\bar{F}_n\} \quad [18]$$

avec $[Ma_{(n)}]$ matrice de masse ajoutée dans l'espace des variables généralisées :

$$[Ma_{(n)}] = \rho_F [L_{(n)}] [H_{(n)}]^{-1} [L_{(n)}]^t \quad [19]$$

3.3.1. Calcul des fréquences et modes du système couplé

Deux méthodes sont proposées pour calculer les fréquences et modes du système couplé. La première consiste à calculer directement la matrice de masse ajoutée suivant l'expression [19]. Cependant, malgré les réductions déjà proposées, cette opération nécessite des calculs lourds car il faut résoudre autant de systèmes linéaires qu'il existe de degrés de liberté généralisés en déplacement. La seconde méthode proposée, s'appuie sur l'hypothèse raisonnable que les déformées modales en eau peuvent s'écrire comme combinaison linéaire des déformées modales de la structure en air. Le système couplé est ainsi résolu en ayant auparavant réduit le nombre de degrés de liberté relatifs à la structure par passage en base modale. Cette réduction supplémentaire est d'autant plus intéressante que le nombre de degrés de liberté de contour est important.

Schématiquement les calculs à effectuer pour les deux méthodes sont les suivants :

SOLUTION DIRECTE	REDUCTION SUPPLEMENTAIRE
<p>⇒ calcul de la matrice de masse ajoutée :</p> $[Ma_{(n)}] = \rho_F [L_{(n)}] [H_{(n)}]^{-1} [L_{(n)}]^t$ <p>ce qui demande la résolution d'autant de systèmes linéaires, qu'il existe de degrés de liberté $\{\bar{\delta}_n\}$.</p> <p>⇒ résolution du problème couplé sans second membre:</p> $[M_{(n)} + Ma_{(n)}] \{\ddot{\bar{\delta}}_n\} + [K_{(n)}] \{\bar{\delta}_n\} = \{0\}$ <p>qui conduit aux fréquences propres et aux modes hydroélastiques :</p> $\omega_n, [\phi_n]$ <p>⇒ calcul des champs de pression induits :</p> $[\Psi_n] = \rho_F [H_{(n)}]^{-1} [L_{(n)}]^t [\omega_n^2 \phi_n]$ <p>⇒ reconstitution des déplacements et des pressions physiques</p>	<p>⇒ résolution du problème en air:</p> $[M_{(n)}] \{\ddot{\bar{\delta}}_n\} + [K_{(n)}] \{\bar{\delta}_n\} = \{0\}$ <p>⇒ réduction du problème couplé par passage en base modale (m premiers modes en air) :</p> $\{\bar{\delta}_n\} = [\phi_n \text{ AIR}] \{q_n\}$ $[I_{(n)}] = [\phi_n \text{ AIR}]^t [L_{(n)}]$ <p>⇒ calcul de la masse ajoutée réduite</p> $[ma_{(n)}] = \rho_F [I_{(n)}] [H_{(n)}]^{-1} [I_{(n)}]^t$ <p>ce qui demande la résolution de m systèmes linéaires seulement.</p> <p>⇒ résolution du problème couplé réduit:</p> $[m_{(n)} + ma_{(n)}] \{\ddot{q}_n\} + [k_{(n)}] \{q_n\} = \{0\}$ <p>qui conduit aux fréquences propres et modes hydroélastiques réduits :</p> $\omega_n, [\varphi_n]$ <p>⇒ calcul des champs de pression induits</p> $[\Psi_n] = \rho_F [H_{(n)}]^{-1} [I_{(n)}]^t [\omega_n^2 \varphi_n]$ <p>⇒ reconstitution des déplacements et des pressions physiques</p>

3.3.2. Calcul de la réponse en mouvement permanent

Le calcul des fréquences et modes d'une roue permet d'éviter les risques de coïncidence entre fréquences d'excitation et fréquences de résonance. La détermination de la réponse en fréquence permet en outre, pour un régime de fonctionnement donné, d'estimer le niveau vibratoire et les risques de rupture.

La structure est supposée soumise à des excitations harmoniques. Le problème couplé est résolu en utilisant une méthode modale classique. En posant :

$$\{\bar{\delta}_n\} = [\phi_n] \{s_n\} \quad [20]$$

le système matriciel [18] devient :

$$[\phi_n]^t [M_{(n)} + Ma_{(n)}] [\phi_n] \{\ddot{s}_n\} + [\phi_n]^t [K_{(n)}] [\phi_n] \{s_n\} = [\phi_n]^t \{\bar{F}_n\} \quad [21]$$

Les forces d'excitation sont de la forme :

$$\{\bar{F}_n\} = \{F_n\} \cos \Omega t + \{\hat{F}_n\} \sin \Omega t \quad [22]$$

Compte tenu des conditions d'orthogonalité des modes, le système [21] est diagonal et la solution du problème s'écrit :

$$s_n = a_n \left(\{\phi_n\}^t \{F_n\} \cos(\Omega t - \varphi) + \{\phi_n\}^t \{\hat{F}_n\} \sin(\Omega t - \varphi) \right) \quad [23]$$

avec :

$$a_n = \frac{1/\{\phi_n\}^t [K_{(n)}] \{\phi_n\}}{\sqrt{[1 - (\Omega/\omega_n)^2]^2 + [2\alpha_n(\Omega/\omega_n)]^2}} \quad \text{et} \quad \tan \varphi = \frac{2\alpha_n(\Omega/\omega_n)}{1 - (\Omega/\omega_n)^2}$$

Les coefficients α_n sont les facteurs d'amortissement modaux de type visqueux, déterminés empiriquement pour chaque fréquence propre identifiée. Les déplacements nodaux et les pressions nodales du système couplé sont reconstitués par application inverse des réductions.

4. Application à une roue de pompe centrifuge

La méthode a été validée par comparaison des résultats calculés avec des résultats de référence [DAL 94b]. Elle est appliquée ici à la roue hydraulique de pompe centrifuge Bergeron présentée figure 1 [ALS 88]. Dans une première étape, la roue est considérée simplement suspendue. Ce montage est souvent utilisé car il permet de

s'affranchir des conditions aux limites généralement difficiles à modéliser. Dans une seconde étape la roue est considérée fixée sur un support, afin de se rapprocher du montage industriel sur l'arbre de pompe. Les résultats numériques et expérimentaux obtenus pour chacune de ces deux configurations sont comparés. Pour la roue suspendue, on évalue également la précision de la technique de réduction modale supplémentaire proposée. Pour la roue fixée sur un support, on s'intéresse à la baisse des fréquences propres liée à l'immersion.

4.1. Présentation des conditions expérimentales

La structure est considérée en air, puis en eau immergée dans une cuve cylindrique de diamètre 1 mètre. Les essais (figure 2), ont consisté à identifier les fréquences et modes propres de la structure, à déterminer ses courbes de réponse sous excitations harmoniques et à évaluer ses amortissements modaux.

4.2. Présentation du modèle numérique

Pour illustrer l'efficacité de la méthode, les étapes de réduction sont présentées ci dessous en précisant pour chacune la diminution du nombre de degrés de liberté associé. Une discrétisation classique en éléments finis de la roue conduirait à environ 32000 degrés de liberté pour la structure et 23000 pour le fluide.

ETAPES DE RÉDUCTION	Nombre de ddl par β_n .	
	STRUCTURE	FLUIDE
1- Réduction du domaine d'analyse à un secteur.	12072	9064
2- Sous-structuration sur le fluide et la structure (20 modes à interfaces fixes)	1448	1404
3- Calcul des caractéristiques modales du système couplé :		
⇒ en résolvant directement les équations couplées	1448	1404
⇒ en réduisant auparavant le nombre de ddl, par passage en base modale (20 premiers modes en air)	40	1404

La roue est constituée de deux flasques axisymétriques entre lesquels sont positionnées 6 aubes de géométries complexes. Comme le montre la figure 3, ces aubes conditionnent la forme du secteur répétitif de base retenu. Le volume fluide maillé entoure la structure et correspond au volume présent dans la cuve au moment de l'expérimentation. La cuve est considérée comme une paroi rigide.

4.3. Roue suspendue

Les résultats numériques et expérimentaux obtenus pour la roue en configuration suspendue, en air et en eau, sont comparés en s'intéressant tout d'abord aux fréquences propres, puis à la réponse de la structure. Les caractéristiques modales calculées ont été obtenues en résolvant le système couplé pour chacun des déphasages β_n possibles. Ici, le système est composé de 6 secteurs répétitifs et β_n peut prendre les valeurs discrètes suivantes : $\beta_0 = 0^\circ$, $\beta_1 = 60^\circ$, $\beta_2 = 120^\circ$, $\beta_3 = 180^\circ$.

4.3.1. Fréquences propres en AIR

Seuls les 8 premiers modes ont pu être identifiés expérimentalement. Les fréquences propres associées à ces modes sont reportées tableau 1 où elles sont comparées aux fréquences numériques correspondantes. L'écart entre les résultats numériques et expérimentaux est inférieur à 8 % sur les 5 premières fréquences. Il augmente par contre significativement ensuite. Ces écarts s'expliquent par les différences entre géométrie modélisée et géométrie réelle, la structure étudiée étant une pièce de fonderie aux formes complexes et aux tolérances de fabrication importantes.

Mode	β_n	Numérique	Expérimental	Ecart(%)	Amortissement
1	120°	1097.	1032.	6.3	$0.2 \cdot 10^{-3}$
2	0°	1111.	1181.	-5.9	$1.2 \cdot 10^{-3}$
3	60°	1320.	1429.	-7.6	$3.7 \cdot 10^{-3}$
4	180°	1377.	1361.	1.2	$0.3 \cdot 10^{-3}$
5	180°	1777.	1682.	5.6	$1.8 \cdot 10^{-3}$
6	120°	2228.	1974.	13.	$3.2 \cdot 10^{-3}$
7	60°	3017.	2500.	21.	$1.0 \cdot 10^{-3}$
8	0°	3247.	2676.	21.	$2.7 \cdot 10^{-3}$

Tableau 1. Roue suspendue. Fréquences (Hz) et amortissements en air.

4.3.2. Fréquences propres et réponse en EAU

Une augmentation importante de l'amortissement est observée lorsque la roue est immergée (figure 4).

Seuls les 5 premiers modes ont pu être identifiés expérimentalement avec certitude, au delà les résonances sont totalement amorties. L'écart entre les fréquences numériques et expérimentales, présenté tableau 2, est du même ordre de grandeur qu'en air. Il ne dépasse pas 7% sur les premières fréquences propres. La modélisation fait apparaître des modes pour lesquels les deux flasques vibrent en opposition de phase. Ces modes n'ont pas été observés expérimentalement, ce qui est vraisemblablement dû à un amortissement élevé (supérieur à 0.3). En vibrant en opposition de phase, les lames fluides sont davantage cisailées et l'amortissement résultant devient très important.

Mode	β_n	Numérique	Expérimental	Ecart(%)	Amortissement
1	120°	853.	808.	5.6	9.0 10 ⁻³
2	0°	918.	981.	-6.4	23. 10 ⁻³
3	180°	1104.	1089.	1.4	9.5 10 ⁻³
4	60°	1147.	1231.	-6.8	5.7 10 ⁻³
5	180°	1383.	1326.	4.3	12.5 10 ⁻³
6	180°	1454.	/	/	/
7	120°	1468.	/	/	/
8	60°	1594.	/	/	/

Tableau 2. Roue suspendue. Fréquences (Hz) et amortissements en eau.

Les amortissements modaux introduits dans le calcul de réponse ont été mesurés sur chacun des modes identifiés. Les réponses numériques et expérimentales sont comparées sur la plage fréquentielle 0-2000 Hz. Les courbes présentées figure 5 sont en bonne concordance jusqu'à 1300 Hz. Dans la plage 0 - 800 Hz les différences proviennent du système de suspension de la roue qui n'a pas été pris en compte dans le calcul.

4.3.3. Performance de la réduction modale supplémentaire

La structure étudiée présente un nombre important de degrés de liberté sur les frontières du secteur de base. Ainsi, la technique de réduction modale supplémentaire proposée, est ici particulièrement bien adaptée. En examinant les résultats présentés tableau 3, on peut constater que cette réduction permet d'obtenir des résultats satisfaisants même lorsque le nombre de modes en air retenus est relativement faible. Elle présente l'avantage de diminuer sensiblement les coûts de calculs de l'opérateur de masse ajoutée (temps de calcul global divisé par un facteur 1.5).

Fréquences (Hz) sans réduction	Déphasage β_n	Ecart (%) réduction 20 modes	Ecart (%) réduction 16 modes
853	120°	+0.0 %	+0.0 %
918	0°	+0.0 %	+0.0 %
1104	180°	+0.0 %	+0.0 %
1147	60°	+0.0 %	+0.0 %
1383	180°	+0.1 %	+0.1 %
1454	180°	+0.2 %	+0.3 %
1468	120°	+0.5 %	+0.9 %
1594	60°	+0.8 %	+1.2 %
1681	0°	+1.5 %	+2.1 %
1812	120°	+0.0 %	+0.0 %

Tableau 3. Performance de la réduction modale supplémentaire

4.4. Roue fixée sur un support

La méthode est à présent appliquée au cas de la roue fixée sur un support. Le dispositif expérimental et le modèle numérique utilisés sont de nature identique à ceux présentés précédemment, la roue étant par contre fixée rigidement en son moyeu.

4.4.1. Fréquences propres, modes propres et réponse en AIR et en EAU

Comme pour la configuration suspendue, l'écart calcul mesure est inférieur à 7 % sur les premières fréquences propres et augmente ensuite (tableaux 4 et 5). De manière classique, les modes associés aux familles $\beta_2 = 120^\circ$ et $\beta_3 = 180^\circ$ sont sans résultante axiale et donc peu sensibles au changement de conditions limites. En revanche, les premiers modes associés aux familles $\beta_0 = 0^\circ$ (modes de type 0 diamètre) et $\beta_2 = 60^\circ$ (modes de type 1 diamètre) ne sont pas auto-équilibrés. En ce qui concerne ces modes, l'écart en fréquence entre les deux configurations étudiées est important. Pour la configuration fixée, l'amortissement apporté par frottement entre l'arbre et le moyeu explique les facteurs d'amortissement élevés constatés.

Mode	β_n	Numérique	Expérimental	Ecart(%)	Amortissement
1	60°	282.	276.	2.2	$76. 10^{-3}$
2	0°	900.	844.	6.6	$16. 10^{-3}$
3	60°	1017.	/	/	/
4	120°	1098.	1032.	6.4	$0.2 10^{-3}$
5	180°	1377.	1363.	1.0	$0.6 10^{-3}$
6	60°	1765.	/	/	/
7	180°	1777.	1684.	5.5	$1.0 10^{-3}$
8	0°	1974.	/	/	/

Tableau 4. Roue fixée. Fréquences (Hz) et amortissements en air.

Mode	β_n	Numérique	Expérimental	Ecart(%)	Amortissement
1	60°	233.	236.	-1.3	$81. 10^{-3}$
2	0°	654.	641.	2.0	$19. 10^{-3}$
3	120°	853.	802.	6.4	$2.0 10^{-3}$
4	60°	862.	/	/	/
5	180°	1104.	1094.	0.9	$2.0 10^{-3}$
6	180°	1388.	1316.	5.5	$9.0 10^{-3}$
7	180°	1472.	/	/	/
8	120°	1497.	/	/	/

Tableau 5. Roue fixée. Fréquences (Hz) et amortissements en eau.

La comparaison des déformées modales numériques et expérimentales, présentée figure 6 pour la structure en air et figure 7 pour la structure en eau, est tout à fait satisfaisante. Comme le montrent les figures 8 et 9, les courbes de réponse sont également en bonne concordance pour les modes identifiés. On peut noter que les niveaux vibratoires sont maximums autour de la première fréquence des familles $\beta_2 = 120^\circ$ et $\beta_3 = 180^\circ$.

4.4.3. Influence de l'immersion sur les fréquences et modes

En comparant l'allure des modes propres présentés figures 6 et 7 on peut constater que l'immersion ne modifie pas significativement la forme des modes, ce qui confirme les hypothèses adoptées pour l'application des différentes techniques de réduction modale utilisées. Les résultats reportés tableau 6 illustrent les baisses des fréquences liées à l'immersion. Ces baisses sont importantes et dépendent sensiblement de la nature du mode considéré.

Mode	β_n	Air (Hz)	Eau (Hz)	Ecart(%)
1	60°	282.	233.	-17.4
2	0°	900.	654.	-27.3
3	60°	1017.	862.	-15.2
4	120°	1098.	853.	-22.3
5	180°	1377.	1104.	-19.8
6	60°	1765.	1585.	-10.2
7	180°	1777.	1388.	-21.9
8	0°	1974.	1693.	-14.2

Tableau 6. Roue fixée. Baisse de fréquence liée à l'immersion

5. Conclusion

La modélisation proposée est adaptée à la prédiction des fréquences et modes propres, ainsi que du niveau vibratoire des structures immergées présentant une symétrie cyclique. Elle permet une diminution considérable de la taille du problème à traiter, en exploitant les propriétés de symétrie cyclique du système et des techniques de réduction modale appliquées à la fois au fluide et à la structure. Une application sur une roue de pompe centrifuge illustre la capacité de la méthode à traiter des problèmes industriels, à l'aide de moyens informatiques standards (station de travail). La comparaison des résultats calculés avec des résultats expérimentaux est satisfaisante. La performance de la réduction modale, qui suppose que les modes en eau sont une combinaison linéaire des modes en air, est clairement montrée. Cette application fait également ressortir l'effet important et différent selon chaque mode, de l'immersion sur le comportement dynamique de la structure.

6. Remerciements

Les auteurs remercient le Ministère de la Recherche et de l'Enseignement Supérieur, pôle FIRTECH Energétique et Mécanique des Machines, pour le soutien financier apporté à cette étude.

7. Bibliographie

- [ALL 85] ALLOUCHE J.L., GRAS F., et ORSERO P. "Vibration de structures immergées en symétrie cyclique". Actes du troisième colloque tendances actuelles en calculs des structures, Bastia Novembre 1985. Ed. Pluralis, p.465-482.
- [ALS 88] ALSTHOM "Dynamique des roues de pompes.". Contrat M.R.T. 85P0786 - Compte rendu de fin d'étude. 1988.
- [BER 91] BERLIOZ A., HENRY R., PUGNET J.M. et FERRARIS G. "Experimental and theoretical dynamic analysis of a rotating shrouded impeller". 3rd Int. Conf. on Rotordynamics IFToMM, Lyon Sept. 1990. Ed. CNRS p. 403-409
- [CRA 68] CRAIG R.R. et BAMPTON M.C.C. "Coupling of substructures for dynamic analysis". A.I.A.A. Journal, 1968, vol.6, n°7, p.1313-1319.
- [DAL 94a] DAL-FERRO C. et JACQUET-RICHARDET G. "Dynamic behavior of fluid immersed rotationally periodic structures. Application to a ship propeller". 4th Int. Conf. on Rotordynamics IFToMM, Chicago Sept. 1994. p. 69-74
- [DAL 94b] DAL-FERRO C. Etude dynamique des structures à symétrie cyclique immergées dans un fluide lourd. Application à une roue de compresseur centrifuge. Thèse de doctorat : INSA de Lyon, 1994.
- [DUN 78] DUNGAR R. "An efficient method of fluid-structure coupling in the dynamic analysis of structures". Int. J. for Num. Meth. in Eng., 1978, vol.13, p.93-107.
- [EVE 81] EVERSTINE G.C. "A symmetric potential formulation for fluid-structure interaction". J. of Sound and Vibration, 1981, vol.79, n°1, p.157-160.
- [GUP 84] GUPTA D.K., RAMAKRISHAN C.V. et RAO J.S. "Fluid structure interaction problems in turbine blade vibration". Advances in fluid structure interaction. ASME vol. PVP 78, 1984.
- [HAM 88] HAMDY M.A. Rayonnement acoustique des structures : Vibro-acoustique, Interactions fluide-structure. Ed. Eyrolles, 1988.
- [HEN 81] HENRY R. et FERRARIS G. "Substructuring and wave propagation: an efficient technique for impeller dynamic analysis" ASME J of Eng. for Gas Turbine and Power, 1984, vol. 106, n°1, p. 2-10
- [IZA 91] IZADPANAH K., HARDER R.L., KANSAKAR R. et REYMOND M. "Coupled fluid structure interaction analysis" Finite elements in analysis and design, 1991 vol 7, p. 331-342.
- [JAC 90] JACQUET-RICHARDET G., DELBEZ A. et HENRY R. "Comportement dynamique d'une roue de turbine en rotation". Mécanique Matériaux et Electricité n° 444, 1992.

- [LEC 89] LECOUFLE J.C., COLIN R., BILLAUD J.F., GUILLOISEAU P. et LAIGNEAU T. "Dynamique des roues de pompes et de compresseurs centrifuges" Société Hydraulique de France, 20^{èmes} journées de l'hydraulique, Lyon Avril 1989, p. II.2.1.-II.2.6.
- [MOR 79] MORAND H. et OHAYON R. "Substructure variational analysis of the vibrations of coupled fluid-structure systems : Finite element results". Int. J. for Num. Meth. in Eng., 1979, vol.14, p.741-755.
- [MOR 92] MORAND H. et OHAYON R. Interactions fluides-structures. Ed. Masson, 1992.
- [OLS 83] OLSON L.G. et BATHE K.J. "A study of displacement - based fluid finite elements for calculating frequencies of fluid and fluid-structure systems". Nuclear Eng. and Design, 1983, vol.76, n°2, p.137-151.
- [OLS 85] OLSON L.G. et BATHE K.J. "Analysis of fluid-structure interactions. A direct symmetric coupled formulation based on the fluid velocity potential". Computer and Structures, 1985, vol.21, n°1-2, p.21-32.
- [ORS 84] ORSERO P. "Infinite elements for compressible fluids : Application to a sphere submerged in a dense compressible medium of infinite extend". Advances in fluid-structure interaction. New-York 1984, ASME vol.PVP78, p.49-58.
- [OUS 83] OUSSET Y. et SAYHI M.N. "Added mass computations by integral equation". Int. J. for Num. Meth. in Eng., 1983, vol.19, p.1355-1373.
- [PAV 91] PAVANELLO R. Contribution à l'étude hydroélastique des structures à symétrie cyclique. Thèse de doctorat : INSA de Lyon, 1991.
- [SUN 83] SUNDQVIST J. "An application of ADINA to the solution of fluid-structures interactions problems". Computer and Structures, 1983, vol.17, n°5-6, p.793-807.
- [THO 79] THOMAS D.L. "Dynamics of rotationally periodic structures". Int. J. for Num. Meth. in Eng., 1979, vol.14, p.81-102.
- [TSA 87] TSAI C.S. et LEE G.C. "Arch-dam-fluid interactions : By BEM-FEM substructure concept". Int. J. for Num. Meth. in Eng., 1987, vol.24, p.2367-2388.
- [ZIE 65] ZIENKIEWICZ O.C. IRONS B. et NATH B. "Natural frequencies of complex free or submerged structures by the finite element method". Proceedings Vibration in Civil Engineering, London April 1965. p.83-93.
- [ZIE 69] ZIENKIEWICZ O.C. et NEWTON R.E. "Coupled vibrations of a structure submerged in compressible fluid". Proceeding International Symposium on Finite Elements Techniques, Stuttgart May 1969, p.360-379.
- [ZIE 91] ZIENKIEWICZ O.C. The finite element method 4th edition. Ed. Mc Graw Hill, 1991.

Article soumis le 20 novembre 1994.

Version révisée le 10 juillet 1995.

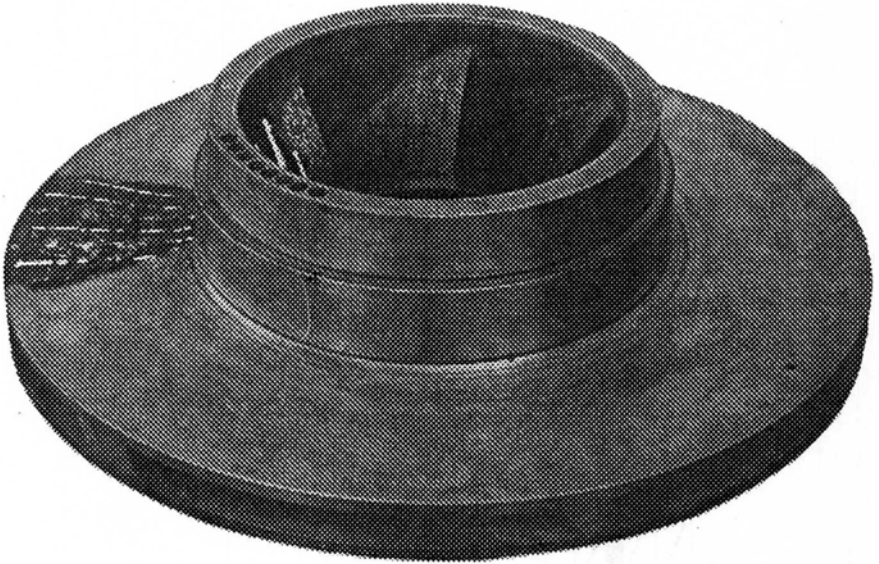


Figure 1. Roue de pompe centrifuge Bergeron en bronze d'aluminium

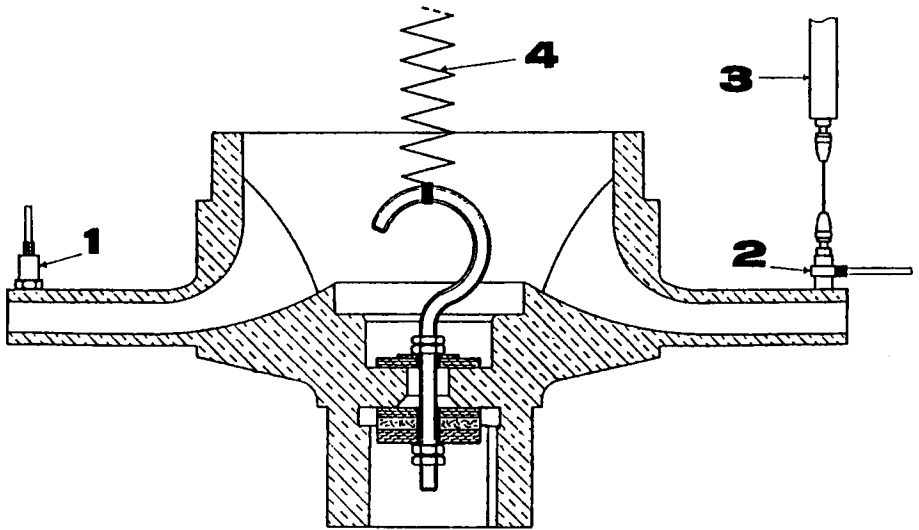


Figure 2. Roue en configuration suspendue

1: accéléromètre, 2: Capteur de force, 3: Tige d'excitation, 4: Sangles élastiques

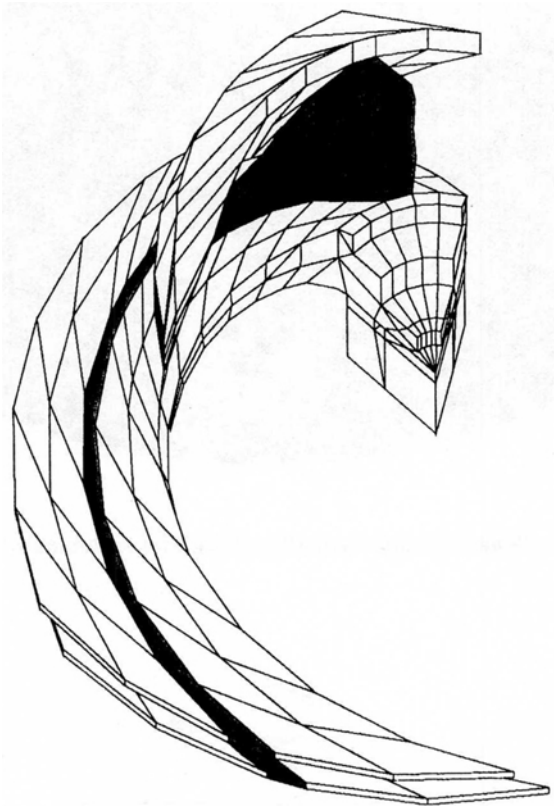


Figure 3. *Maillage structure du secteur répétitif*

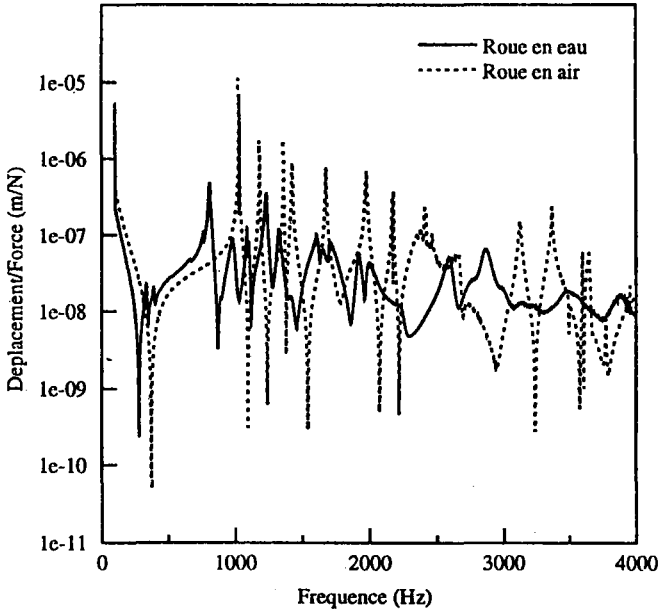


Figure 4. Roue suspendue. Réponses mesurées en air et en eau

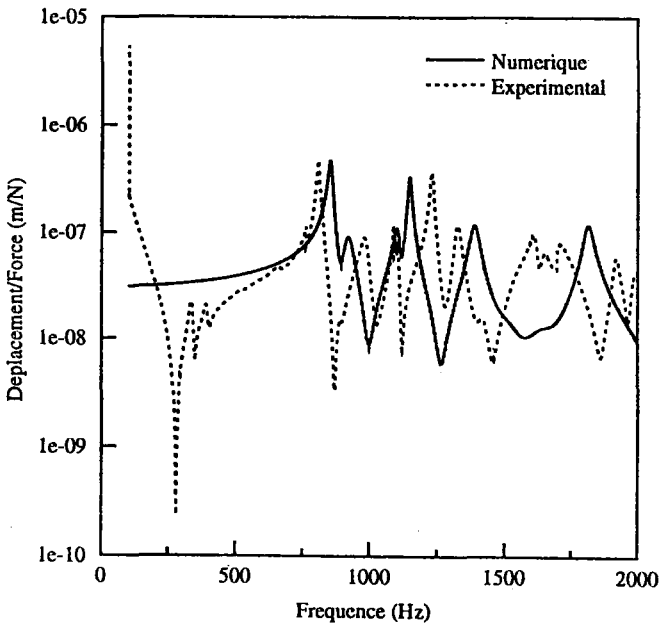


Figure 5. Roue suspendue. Réponses en eau


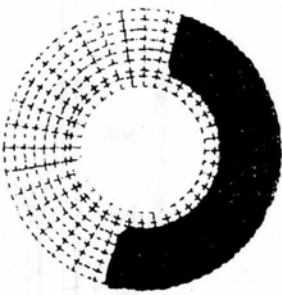

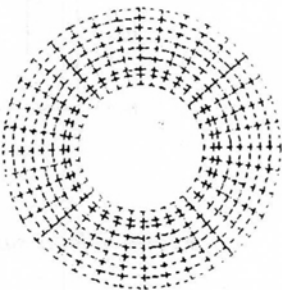

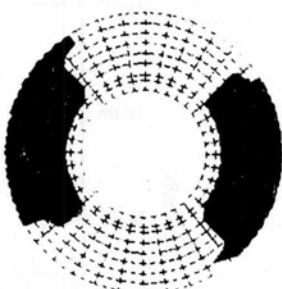

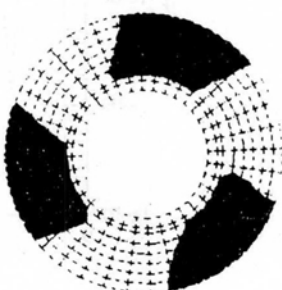
AIR			
NUMERIQUE		EXPERIMENTAL	
282 Hz		276 Hz	
900 Hz		844 Hz	
1098 Hz		1032 Hz	
1377 Hz		1363 Hz	

Figure 6. Roue fixée. Modes en air

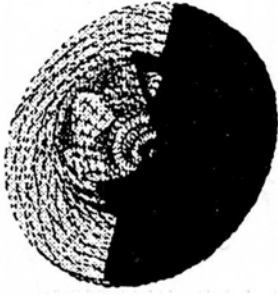
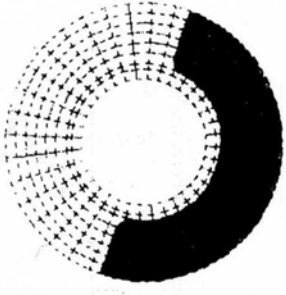

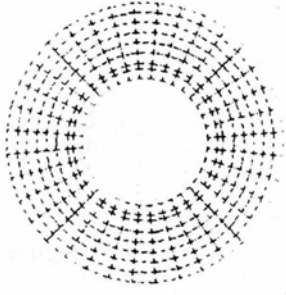

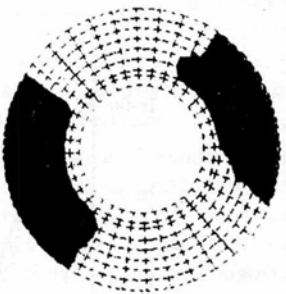

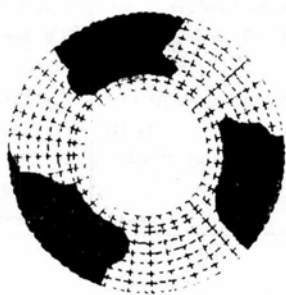
EAU			
NUMERIQUE		EXPERIMENTAL	
233 Hz		236 Hz	
654 Hz		641 Hz	
853 Hz		802 Hz	
1104 Hz		1094 Hz	

Figure 7. Roue fixée. Modes en eau

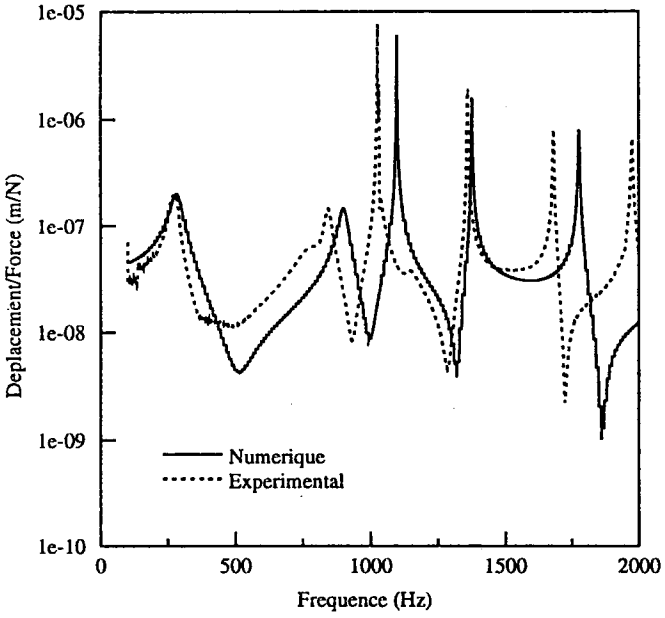


Figure 8. Roue fixée. Réponses en air

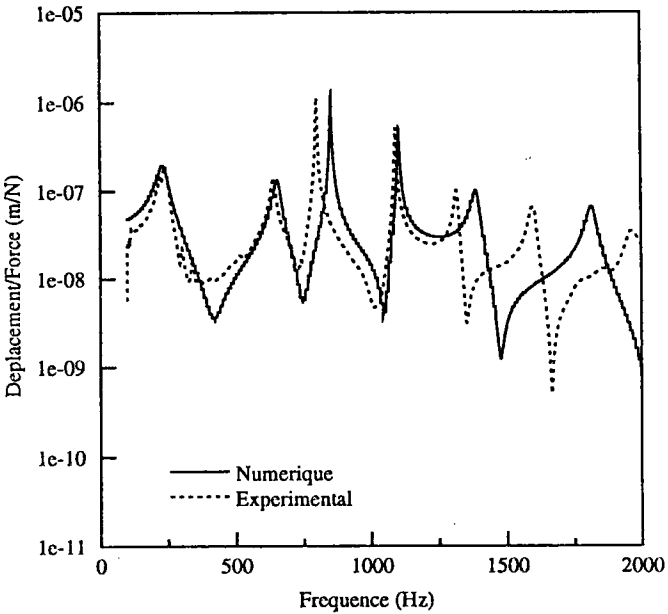


Figure 9. Roue fixée. Réponses en eau